Notas sobre a interpretação da Mecânica Quântica

Maria José Bechara (2013)
Baseado em um texto de Brian Easlea de 1972

Interpretação estatística da Mecânica Quântica

A Estatística na Física clássica

Na Física Clássica, quando se usa a mecânica estatística (de Boltzmann), é porque necessariamente se trata de um sistema de muitas partículas. E nesta teoria é possível se chegar à distribuição do espaço de fase, ou seja, a distribuição de posições e momentos $\rho(\vec{r},\vec{p})$ das partículas do sistema. O significado da distribuição exige a sua normalização, ou seja, a integral em todo o espaço e em todos os momentos lineares é igual a 1.

No contexto da mecânica estatística clássica as distribuições de posição e de momento linear, $W(\vec{r})$ e $\Pi(\vec{p})$, são independentes uma da outra, e do tempo, e devem, portanto, ser independentemente normalizadas, o que leva ao resultado: $\rho(\mathbf{r},\mathbf{p}) = W(\vec{r})\Pi(\vec{p})$.

Note-se que quando se fala em termos de probabilidade sempre se tem em mente uma situação na qual nem toda informação possível está totalmente **disponível, por uma ou outra razão**. Está escrito disponível, mas **em princípio é possível acessá-la**!

Na mecânica estatística clássica as distribuições de probabilidades $W(\vec{r})$ e $\Pi(\vec{p})$ representam as probabilidades de se encontrar uma partícula (das muitas N do sistema) no vetor posição $(\vec{r})$ (dentro de um volume dV) com o vetor momento linear $\vec{p}$ (dento de um volume $d\vec{p} = dp_x dp_y dp_z$) se medidas apropriadas forem feitas na partícula. A indisponibilidade teórica, nesta caso, é de aplicar as equações dinâmicas para cada partícula do sistema em um dado instante e determinar a sua evolução temporal, dado o número grande de partículas.

Mas na física clássica **se parte do princípio de que é possível fazer medidas simultâneas da posição e do momento linear** de cada partícula, **ambas com precisão ilimitada, ou seja, as incertezas nos valores são as das medidas experimentais.**

Na Mecânica quântica para uma partícula o conceito estatístico é mais complexo. É verdade que nela se parte do princípio que é possível determinar tanto a função de onda espaço-temporal, como o momento-temporal, o que permite determinar as densidades de probabilidade de posição, $W(\vec{r},t)$ **ou** de momento linear, $\Pi(\vec{p},t)$. Em algumas situações, portanto, tais distribuições podem depender do tempo, embora haja reklevantes situações de distribuições independentes do tempo. Em qualquer caso, as distribuições de posição e de momento linear associado àquela posição, não são independentes entre si. **Há uma correlação entre estas duas distribuições: de posição e momento associado, e as relações de incerteza de Heisenberg são as expressões quantitativas da necessária correlação entre a distribuição espacial e a do momento linear associado. O que resulta no que fi afirmado acima: uma distribuição não é independente da outra.**

O Princípio de incerteza de Heisenberg na posição e momento linear

As relações de incerteza podem ser derivadas de forma puramente formal de várias maneiras, inclusive a partir da relação de dispersão de uma onda da partícula material. A questão relevante é, afinal, ***qual é o significado físico das relações de incerteza?***

Uma maneira de se pensar neste significado é **analisá-lo do ponto de vista de medidas.** Vamos pensar no preparo de N (muitas) partículas (sistemas) idênticas em idêntica situação física. **Em Mecânica Quântica (MQ) isto significa que todas "são preparadas" para ter a mesma função de onda.**

No instante $t_o>0$ se realizam medidas de posição em N/2 partículas e nas outras N/2 partículas se realizam medidas do momento linear.

Quando se trata de referencial inercial o tempo é homogêneo, e assim, os resultados das medidas independem do instante no qual os sistemas foram preparados, desde que sejam realizadas no instante t_o após a preparação dos sistemas (instante inicial).

É importante notar que o valor absoluto do instante não tem significado físico na Física, nem Clássica nem Quântica, dada a homogeneidade do tempo ou a invariança do sistema por translação temporal.

Vamos tratar da seguinte questão: se a função de onda é a mesma para cada um dos N sistemas, $\psi(\vec{r},t)$, as partículas serão encontradas na mesma posição do espaço para cada medida feita em cada um dos N/2 sistemas **no instante t_o?**

A resposta é negativa, uma vez que a probabilidade de encontrar a partícula dentro do volume dV centrado no vetor posição $\vec{r}$ no instante t é $|\psi(\vec{r},t)|^2$. Esta distribuição, entretanto, não vale 1 (um) em uma única posição e 0(zero) em todas as outras, a não ser em um caso específico! E isto é um resultado surpreendente no contexto da Física Clássica.

Por hipótese cada sistema foi preparado da mesma forma, isto é, são sistemas idênticos. No contexto da física clássica a evolução de sua dinâmica seria idêntica, portanto as medidas das posições de cada partícula depois de transcorrido o mesmo intervalo de tempo não poderiam dar resultados diferentes. Assim é observado nos sistemas macroscópicos, e por isto conceitualmente aceito na física clássica.

O que é essencial da interpretação presentemente aceita da MQ, e que é devida principalmente a Bohr, Heisenberg e Born, é exatamente o contrário da nossa vivência com sistemas no limite de validade da física clássica: sistemas idênticos podem, e na verdade **em geral dão resultados diferentes quando são realizadas neles medidas idênticas**! **A dinâmica destas partículas não é determinística.**

A razão disto, de acordo com a chamada interpretação de Copenhague para a mecânica quântica, é que duas partículas são idênticas se tiverem a mesma função de onda. E o quadrado desta função de onda dá a probabilidade da partícula estar no entorno de uma dada posição em um dado instante. Na MQ, diferentemente da mecânica clássica, ***na equação fundamental da teoria já há uma concepção não determinística****.*

Assim a posição de uma partícula descrita por uma função de onda espaço-temporal tem sentido físico apenas quando se refere à medida da posição no sistema; antes não é só que o observador é ignorante sobre esta posição, mas também a "verdadeira" posição da partícula é ignorada, se for considerada que a teoria é a melhor descrição da natureza física. É que não faz sentido dizer da posição da partícula descrita por uma função de onda, com a interpretação probabilístic, até a medida de posição ser realizada.]

A distribuição de probabilidade da teoria, $|\psi(\vec{r},t)|\mathrm{dV}$, dá uma probabilidade que o instrumental da Física no Planeta Terra (detector de qualquer tipo) registrará da posição da partícula no instante t. *Mas observe-se que este instrumental é sempre muito maior do que as dimensões atômico-moleculares nas quais se realiza a dinâmica da partícula que não está nos limites de validade da Física Clássica!*

De qualquer forma é **claramente uma interpretação nova** em relação aos conceitos da Física Clássica, válida na dinâmica de partículas (sistemas) de dimensões maiores do que as atômico-moleculares, que é apenas o limite da **"melhor teoria" dos humanos para a dinâmica de qualquer partícula: a mecânica quântica**! **É este o entendimento da Física no momento**.

Pode ser que no futuro seja mostrado que esta interpretação tem limites de validade, como usualmente acontece às interpretações das teorias físicas. E isto não irá diminuir a importância desta idéia revolucionária.

O fato de que há quase 100 anos esta interpretação da MQ tem sido aplicada com sucesso em vários e diferentes fenômenos no universo de dimensões atômico-moleculares ou menores, significa que***, o determinismo completo, como se entendia antes da Mecânica Quântica, não é uma característica essencial para uma teoria científica. Não é exagero dizer que a MQ mudou a idéia do que é a natureza de uma questão científica!***

Se então não tem significado falar na posição de uma partícula fora dos limites de validade da mecânica clássica sem se referir à medida de sua posição, é claramente sem sentido falar do momento linear da partícula sem se fazer uma medida do momento linear. Isto porque toda a discussão pode ser refeita simetricamente a partir da distribuição de probabilidade no espaço dos momentos lineares.

Ainda não está finalizada a discussão destes experimentos imaginários, ou se preferir, teórico conceitual, com os quais se interpreta a mecânica quântica de uma partícula com resultados de medidas.Há um aspecto ainda mais essencial a ser observado que é **a correlação entre a função de onda espacial e a função de onda do momento linear.**

Para simplificar vamos nos referir à função de onda de uma única coordenada x (movimento unidimensional): $\psi(x,t)$, e à função de onda do momento linear associado à esta coordenada: $\phi(p_x,t)$. A relação entre estas grandezas são expressas quantitativamente por meio da relação de incerteza: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$.

Suponha que se tem uma partícula com a função de onda na forma: $\psi(x,t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}p'_x x - \frac{i}{\hbar}Et}$. Então a probabilidade de encontrar a partícula entre x e x+dx no instante t, $|\psi(x,t)|^2 dx = |A|^2 dx$,independe da coordenada x. **Ou, de outra forma, a posição da partícula é completamente indefinida já que todas as posições são igualmente prováveis, o que nos permitiria escrever que $\Delta x \to \infty$.**

Por outro lado, a função delta $\delta(p'_x - p_x)$ é a transformada de Fourier de $\psi(x,t)$ escrita no forma acima.

A função delta é por definição nula para qualquer momento linear $p_x \neq p_{x'}$. Assim a partícula com a função de onda espacial $\psi(x,t) = Ae^{\frac{i}{\hbar}p'_x x - \frac{i}{\hbar}Et}$, se tiver a função de onda de seu momento linear como sendo a transformada de Fourier da função de onda espacial, deve ter em qualquer instante o mesmo momento linear p´, o que permite escrever $\Delta p_x = 0$. **Exatamente o que se espera da relação de incerteza:** $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$**.**

O mesmo vale para as outras componentes y e z das coordenadas cartesianas, aqui escolhidas.

Daí poder se afirmar que se é conhecido o **momento linear** no instante t, com **precisão** ilimitada, **a posição tem uma imprecisão infinita**.

No caso geral, para uma função de onda espacial diferente da que supusemos, nem a posição e nem o momento linear serão perfeitamente definidos ou indefinidos. Se a ond tem uma dispersão Δx em torno de uma posição x_o, no instante t, então o dispersão da onda do momento linear p_x é $\Delta p_x \approx \frac{\hbar}{\Delta x}$.

Em outras palavras, e estendendo para o caso tridimensional: quanto melhor a definição na posição da partícula, ou seja, quanto maior a probabilidade da medida da posição da partícula estar em $\vec{r}_o$ dentro de uma região infinitesimal dV, menor é a definição do momento linear da partícula, ou, em outras palavras: menor a probabilidade de se medir um valor do momento linear da partícula $\vec{p}_o$dentro de um elemento de volume infinitesimal $dp_x dp_y dp_z$. E vice-versa.

Observe-se que sem um pouco de conhecimento de matemática não poderíamos chegar a esta interpretação! A matemática quantifica o comportamento da natureza, mas também permite avançar no conhecimento conceitual sobre ela!

O Princípio de incerteza de Heisenberg na posição na energia e tempo

A interpretação do princípio de incerteza na forma $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$ é diferente das relações espaço-momento linear. No caso anteriior ambas, x e p_x, são variáveis dinâmicas que podem ser medidas em qualquer instante t. A energia E também é uma variável dinâmica que pode ser conhecida, no contexto clássico, em qualquer t.

Observe que o instante t tem outra natureza, não sendo uma variável que define a dinâmica de uma partícula, mas um parâmetro desta dinâmica. **Em outras palavras, no caso da energia e tempo, a relação de incerteza conecta a indeterminação de uma variável dinâmica com um intervalo de tempo característico da mudança do estado do sistema.**

No caso de uma indeterminação nula na energia em um dado estado físico, então a função de onda temporal deve ter um valor bem definido desta energia, portanto a parte temporal deve não variar com o tempo, sendo a função de onda do tipo $\Psi(x,t)=\varphi(x)e^{-\frac{i}{\hbar}Et}$. Aqui estamos focados na parte temporal da função de onda, e os argumentos para ser esta a forma foram apresentados no item anterior quando se pensou em uma partícula bem localizada no espaçlo. Mas agora a parte espacial pode ser de qualquer forma.

Neste caso de energia bem definida, tem-se como consequência que a distribuição da posição independe do tempo, pois $|\Psi(x,t)|^2=|\varphi(x)|^2$. Este estado pode assim ser considerado estacionário, por esta independência temporal, Tal fato implica que o tempo característico dele é $\Delta t\to\infty$ para validade da relação de indeterminação ou incerteza.

Mas se a função de onda acima representa um estado físico, uma combinação linear de estados de diferentes energias também o representa, se a equação de onda for linear, como é na MQ.

Assim a função de onda $\Psi(x,t)=\varphi_1(x)e^{-\frac{i}{\hbar}E_1t}+\varphi_2(x)e^{-\frac{i}{\hbar}E_2t}$ leva a uma densidade de probabilidade possível, e variável no tempo, e dada relação: $|\Psi(x,t)|^2=|\varphi_1(x)|^2+|\varphi_2(x)|^2+2real\,\varphi_1(x)\varphi_2(x)e^{-\frac{i}{\hbar}(E_1-E_2)t}$.

Isto significa que a densidade de probabilidade oscila entre dois valores extremos: $|\varphi_1(x)|^2+|\varphi_2(x)|^2$ e $|\varphi_1(x)|^2-|\varphi_2(x)|^2$ com frequência $\nu=\Delta E/h=1/\tau$ e $\Delta E=|E_1-E_2|$.

Este período τ aparece como o tempo característico de mudanças da propriedade típica do sistema. Em outras palavras, para que as propriedades do sistema sejam notavelmente modificados em um intervalo de tempo Δt, então deve ser obedecida a relação de incerteza: $\Delta E\Delta t\geq\frac{\hbar}{2}$.

As partículas (ou sistemas) radioativos, ou seja, que emitem alguma coisa e se transformam, não podem corresponder a estados estacionários. Ao contrário, sua energia então deve ter uma indeterminação intrínseca $\Delta E\neq 0$. E nestes casos, o tempo característico da existência destes estados é $\tau\sim h/\Delta E$. Alguma coisa acontece no sistema neste tempo atípico: “ele decai”, ou seja, deixa de estar no estado com a função de onda inicial. **Apenas quando $\Delta E=0$ o estado é estacionário, ou seja, permanecerá um tempo infinito nele.**

Assim, nas dimensões atômico- moleculares, a natureza física tem apenas um estado fundamental de átomos (e núcleos, e moléculas) que é estritamente estacionário.

O Princípio de Complementaridade

Niels Bohr argumentou sobre a impossibilidade de se medir, com precisão ilimitada, uma componente da posição e a mesma componente do momento linear, da seguinte forma:

> *"em relação a isto devemos perceber que a essência de qualquer experimento em Física - ganhar conhecimento sobre as condições de reprodutibilidade e comunicabilidade – não nos deixa outra escolha a não ser usar os conceitos usuais, talvez refinados pela terminologia da física clássica, não só em todas as condições de construção e de manipulação do instrumental de medida, mas também na descrição dos reais resultados experimentais. Por outro lado é igualmente importante entender que justamente esta circunstância implica que não resulta de um experimento sobre um fenômeno que, em princípio, se situa fora dos limites da física clássica, possa ser interpretado como dando informação sobre propriedades independentes dos objetos, mas está inerentemente conectado com uma definida situação na descrição de quais dos instrumentais de medida interagindo com os objetos também entram essencialmente nos resultados".*

Bohr também havia escrito(1):

"a não disponibilidade da interação entre os objetos e os arranjos de instrumentos de medida estabelecem um limite absoluto na possibilidade de se dizer de um comportamento de objetos atômicos que seja independente da forma de observação". **E mais:** ***"informação relativa ao comportamento de um objeto atômico obtido sobre condições experimentais definidas, entretanto, de acordo com uma terminologia muitas vezes usada em física atômica, pode ser adequadamente caracterizada como complementares a qualquer informação sobre os mesmos objetos obtidos por outros arranjos experimentais que excluem totalmente as primeiras condições".***

Este é o chamado princípio de complementaridade, que Messiah (autor de livro de Mecânica Quântica) expressou na seguinte forma:

"evidências obtidas sob diferentes condições experimentais não podem ser compreendidas como um aspecto único; entretanto, devem ser olhadas como complementares no sentido que somente a totalidade dos resultados experimentais

pode exaurir todos os tipos de informação sobre os objetos da física microscópica".

Quando indagado se havia feito uma renúncia arbitrária de qualquer esperança em ser possível compreender os fenômenos atômicos dentro de uma descrição única no espaço e tempo usuais, e introduzir novamente a causalidade na teoria Física, Bohr respondeu:

> *"ao contrário. Nós temos que fazer um desenvolvimento racional de nossos meios de classificar e compreender novos experimentos que, devido ao seu caráter intrínseco, não encontra lugar no referencial da descrição causal que só se presta ao comportamento de objetos nos quais o comportamento independe da forma de observação. Longe de conter qualquer misticismo contrário ao espírito da ciência, o ponto de vista da complementaridade forma na verdade uma consistente generalização do ideal de causalidade".*

Obviamente Bohr usou um argumento forte, mas, isto é muito diferente de ter provado que uma completa descrição do fenômeno atômico é, em princípio, impossível.

Cada um deve ler cuidadosamente os ensaios de Bohr e dos que o sucederam para então formar a sua própria opinião.

(1) *Atomic Physics and Human Knowledge*.

Dualidade partícula-onda e a complementaridade

A dualidade partícula-onda deixa de ser paradoxal se é adotado o princípio de complementaridade enunciado por Bohr, no sentido que ambos os aspectos são complementares, e são revelados somente em observações (arranjos experimentais) mutuamente excludentes.

Qualquer tentativa de revelar um ou outro aspecto desta natureza dual requer a modificação do arranjo experimental, o que destrói qualquer possibilidade de observar o outro aspecto. E isto não é diferente na radiação eletromagnética.

Para ilustrar esta complementaridade, se usa o experimento de Young: a interferência causada na incidência de uma onda plana sobre duas fendas de abertura *a* distantes uma da outra de uma distância *d.* Vale para feixe de radiação eletromagnética e de partículas livres, que o padrão de interferência ondulatória das duas faendas, sem difração, só será observado se $\lambda \sim d$ *e* $a <<< \lambda$.

Se for observada uma tela distante $D>>d$ das fendas, o que se tem é o padrão de interferência de franjas.A distância entre os primeiros máximos (das franjas) é $y=\lambda D/d$, e é de fato esta relação que define a condição entre λ e d para se observar as franjas de interferência. De outra forma, para se observar as “franjas” o primeiro mínimo que se dá em $y_{min} = \lambda D/2d$, precisa ser nitidamente distinguido dos máximos central e seguinte. Isto quer dizer que qualquer “perturbação” no sistema deve ser tal que $\delta y << \lambda D/2d$ para a observação do padrão de interferência.

Por outro lado, o caráter corpuscular deve ser revelado se, de alguma forma, o experimento permitir distinguir se a partícula passou na fenda superior ou inferior, ou seja, a posição do elétron ao passar pelo anteparo com fendas deve estar conhecida dentro de $\delta y \sim d/2$.Se for usado, por exemplo um fóton para localizar tal partícula, então $\lambda_f \sim d/2$, o que quer dizer que o efeito do fóton será somado ao momento p do elétron. E o momento do fóton é no caso $h/p_f \sim d/2$.

O princípio de incerteza, entretanto, prevê com esta definição da incerteza na diareção u, uma indeterminação na componente y do momento linear do elétron $\delta p_y \geq \hbar/d$.

Este “desvio” na componente y do momento linear da partícula daria a ela um “desvio” na direção y em relação a que teria sem a identificação da fenda, de um valor $\delta y = D\delta p_y/p$. Usando a relação de de Broglie no momento p da partícula, aqui suposto ser quase paralelo ao anteparo (condição D>>d), então se pode escrever para o desvio da partícula em relação ao seu “ momento linear original”, antes do fóton, de $\delta y = D\delta p_y \lambda/h$.

Mas o princípio de incerteza para a direção y exige que $\delta p_y \geq \hbar/d$ o que significa que $\delta y >> D\hbar\lambda/hd$. E usando a relação de incerteza $\delta p_y \geq \hbar/d$, se chega que o desvio da partícula no anteparo de observação é de $\delta y >> D\lambda/d2\pi$. Mas nesta condição não é possível obsrvar o fenômeno de interferência, pois este d esvio é maior que a posição do primeiro mínimo, “borrando” as franjas.

O que tal discussão mostra é a coerência entre o princípio da complementaridade com o esperado da observação do caráter ondulatório ou da natureza corpuscular de um feixe de partículas, quando passa por duas fendas nas condições descritas.