

Atividade 3: SMA0300 Geometria Analítica

Nome:

Numero USP:

Exercício 1. Seja $\Sigma = (O, E)$ um sistema ortogonal de coordenadas do espaço Euclidiano $\mathbb{E}^3$ e sejam A, B, C, D pontos no espaço com coordenadas

$$A = (1, 0, 0),$$

$$B = (0, 2, 0),$$

$$C = (2, 1, 0),$$

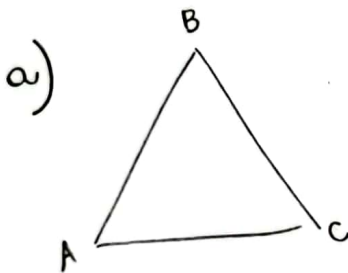
$$D = (1, 1, 1).$$

Calcule, usando vetores,

3.0 (a) A área do triângulo ABC .

3.0 (b) O volume do paralelepípedo determinado por $\vec{AB}$, $\vec{AC}$ e $\vec{AD}$.

4.0 (c) A projeção ortogonal $\text{proj}_{\vec{AB}} \vec{AC}$ do vetor $\vec{AC}$ sobre o vetor $\vec{AB}$.



$$\text{Área} = \frac{\|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\|}{2}$$

$$\vec{AB} = (0, 2, 0) - (1, 0, 0) = (-1, 2, 0)$$

$$\vec{AC} = (2, 1, 0) - (1, 0, 0) = (1, 1, 0)$$

$$\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} \\ -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -\hat{k} - 2\hat{k} = -3\hat{k} \Rightarrow \|\vec{AB} \wedge \vec{AC}\| = \sqrt{0^2 + 0^2 + (-3)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\text{Área} = \frac{3}{2}$$

b) $\vec{AD} = (1, 1, 1) - (1, 0, 0) = (0, 1, 1)$

$$[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}] = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = -1 - 2 = -3$$

$$\text{Volume} = |[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}]| = |-3| = 3$$

$$c) \text{proj}_{\vec{AB}} \vec{AC} = \left(\frac{\vec{AB} \cdot \vec{AC}}{\|\vec{AB}\|^2} \right) \cdot \vec{AB} = \frac{1}{5} \cdot (-1, 2, 0)$$

$$\vec{AC} = (1, 1, 0)$$

$$\vec{AB} = (-1, 2, 0)$$

$$\vec{AB} \cdot \vec{AC} = (-1, 2, 0) \cdot (1, 1, 0) = -1 + 2 = 1$$

$$\|\vec{AB}\|^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$$