



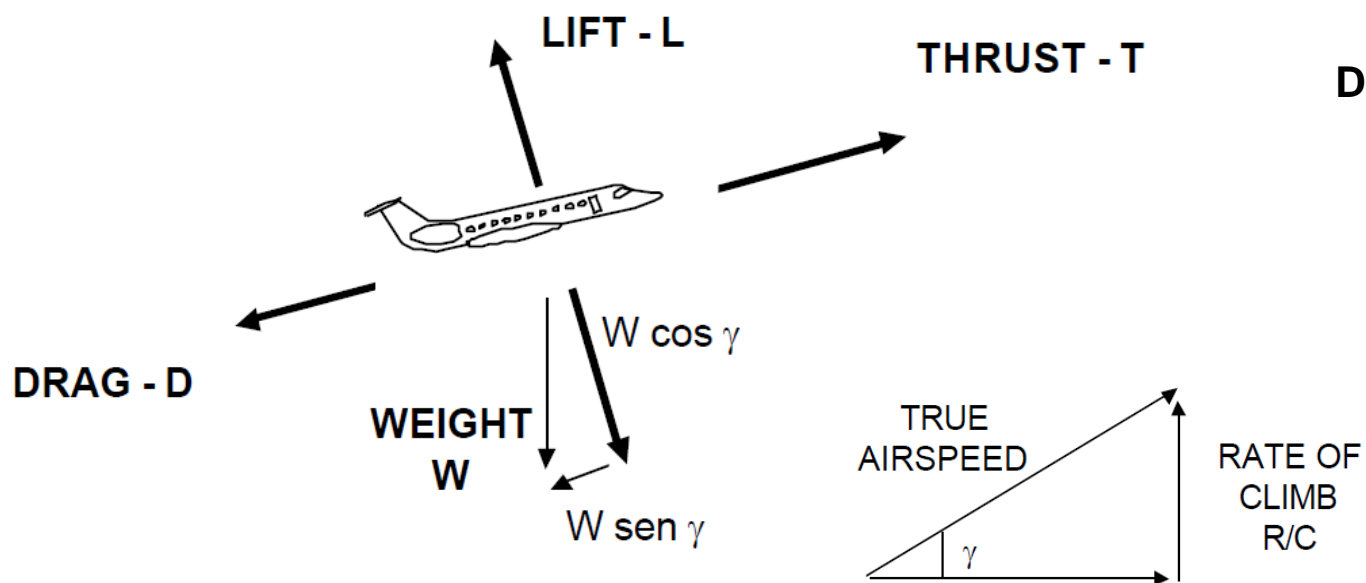
# Desempenho de Aeronaves

---

# Subida/Descida

Hipóteses adotadas:

- Aeronave trimada;
- L e D permanecerão perpendicular e paralela a trajetória de voo.



Da relação de equilíbrio temos:

$$R/C = V \frac{T - D}{W} - \frac{V}{g} \frac{dV}{dt}$$

$$\tan \gamma = \frac{T - D}{W} - \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \quad \text{Gradiente de subida}$$

O ângulo de subida é função do excesso de empuxo, por outro lado, o ângulo de descida é função do déficit de empuxo.

# Subida/Descida

---

O ângulo de descida pode ser mantido constante, desde que não seja ultrapassado os limites operacionais da aeronave.

Desenvolvendo a equação de R/C:

$$R/C = V \frac{T - D}{W} - \frac{V}{g} \frac{dV}{dh} \frac{dh}{dt} = V \frac{T - D}{W} - \frac{V}{g} \frac{dV}{dh} R/C \rightarrow R/C = \frac{V \frac{T - D}{W}}{1 + \frac{V}{g} \frac{dV}{dh}} \quad R/C = \frac{R/C_{unaccelerated}}{1 + \frac{V}{g} \frac{dV}{dh}}$$

O termo  $\frac{V}{g} \frac{dV}{dh}$  é conhecido como fator de aceleração.

A razão de descida, R/D, é obtida de maneira análoga.  
Normalmente R/C e R/D são expressas em FPM (ft/min).

---

The acceleration factor for ISA conditions is given by  $f_{acc} = 0.7M^2\psi$

where the value of  $\psi$  depends on the climb/descent-speed schedule, as follows:

For constant Mach no.:

$$\psi = -\zeta$$

For constant EAS:

$$\psi = 1 - \zeta$$

For constant CAS:

$$\psi = \frac{[1 + 0.2M^2]^{3.5} - 1}{0.7M^2[1 + 0.2M^2]^{2.5}} - \zeta$$

And, where the value of  $\zeta$  depends on height, as follows:

In the troposphere:

$$\zeta = 0.190263$$

In the stratosphere:

$$\zeta = 0$$

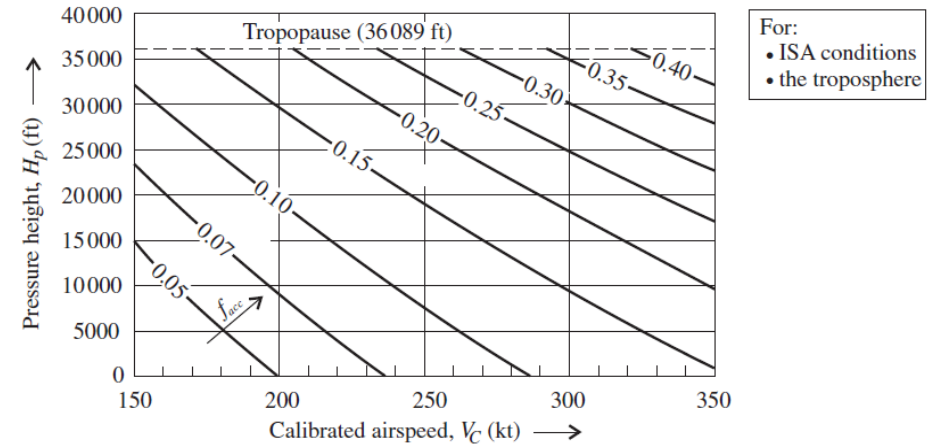
---

# Subida/Descida

VALUES OF  $\frac{V}{g} \frac{dV}{dh}$

Temperature	Constant Speed	Altitude	
		Below the Tropopause	Above the Tropopause
Standard	M	$-.133184 M^2$	0
	$V_e$	$.566816 M^2$	$.7 M^2$
	$V_c$	$.7 M^2 (\phi - .190263) (1)$	$.7 M^2 (\phi) (1)$
Non Standard	M	$-.133184 M^2 \left(\frac{T_{std}}{T}\right)$	0
	$V_e$	$.7 M^2 \left[ \textcircled{1} - .190263 \left(\frac{T_{std}}{T}\right) \right]$	$.7 M^2$
	$V_c$	$.7 M^2 \left[ \textcircled{\phi} - .190263 \left(\frac{T_{std}}{T}\right) \right]$	$.7 M^2 (\phi)$

O fator de aceleração aumenta com a altitude, considerando uma velocidade calibrada constante. Esse fator fica evidente pois a velocidade verdadeira aumenta com a altitude.



$$\Phi = \frac{1}{0.7M^2} \left[ \frac{(1 + 0.2M^2)^{3.5} - 1}{(1 + 0.2M^2)^{2.5}} \right]$$

# Subida/Descida

---

Para o caso de jatos, em subida/descida não acelerada:

$$R/C = V \frac{T - D}{W} = V \frac{T_{DISP} - T_{REQ}}{W} = V_{A_0} \sqrt{\theta} M \left( \frac{\frac{T_{DISP}}{\delta} - \frac{T_{REQ}}{\delta}}{\frac{W}{\delta}} \right)$$

$$R/D = V \frac{D - T}{W} = V \frac{T_{REQ} - T_{DISP}}{W} = V_{A_0} \sqrt{\theta} M \left( \frac{\frac{T_{REQ}}{\delta} - \frac{T_{DISP}}{\delta}}{\frac{W}{\delta}} \right)$$

Onde:  $A_0$  é a velocidade do som MSL.

$\theta$  é a razão de temperatura

$$T_{REQ} = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D$$

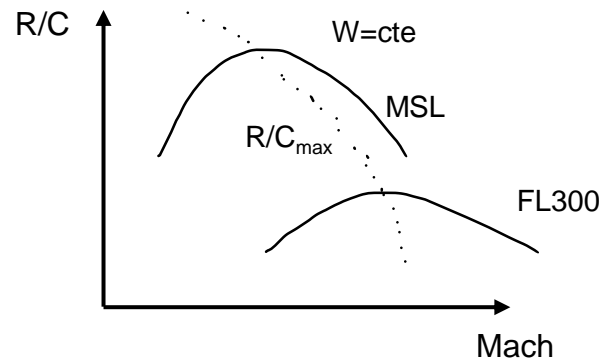
$$W = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L$$

A razão de descida, R/D, é obtida de maneira análoga.

Normalmente R/C e R/D são expressas em FPM (ft/min).

# Subida/Descida

A razão de subida máxima ocorrerá quando o produto  $M \times$  Tração excedente for máximo (para aeronaves a jato).



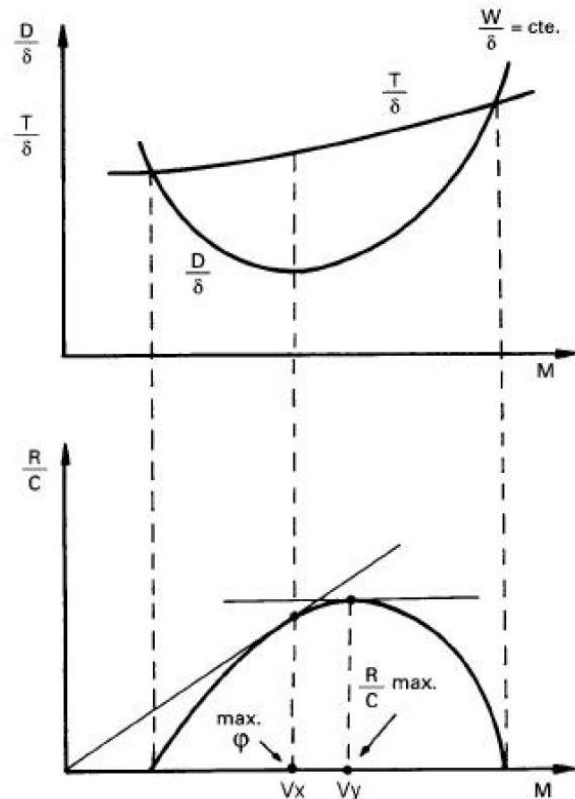
No caso de aeronaves a hélice, a razão de subida máxima ocorrerá quando a potência excedente for máxima.

$$R/C = V \frac{T - D}{W} = \frac{THP_{DISP} - THP_{REQ}}{W}$$

# Subida/Descida

Considerando uma relação  $T/W=0.33$  e um TOW de 300000 lbs, o ângulo máximo de subida nunca poderia exceder  $19.5^\circ$  (considerando  $D=0$  e sem aceleração).

Por outro lado, um caça com  $T/W=1.125$  poderia subir na vertical e acelerando!



O gráfico ao lado apresenta a relação entre razão de subida e as curvas de empuxo e arrasto.

Note que o maior gradiente de subida ocorre quando há a maior diferença entre o empuxo disponível e o arrasto, por outro lado, a velocidade para maior razão de subida ocorre em uma velocidade maior.

# Subida/Descida

---

A velocidade de subida é selecionada levando em consideração os seguintes aspectos:

- Melhor razão de subida – menor tempo para alcançar determinado nível de voo;
- Maior ângulo de subida – livrar obstáculos;
- Menor consumo de combustível;
- Menores custos operacionais;
- Menor tempo total de voo.

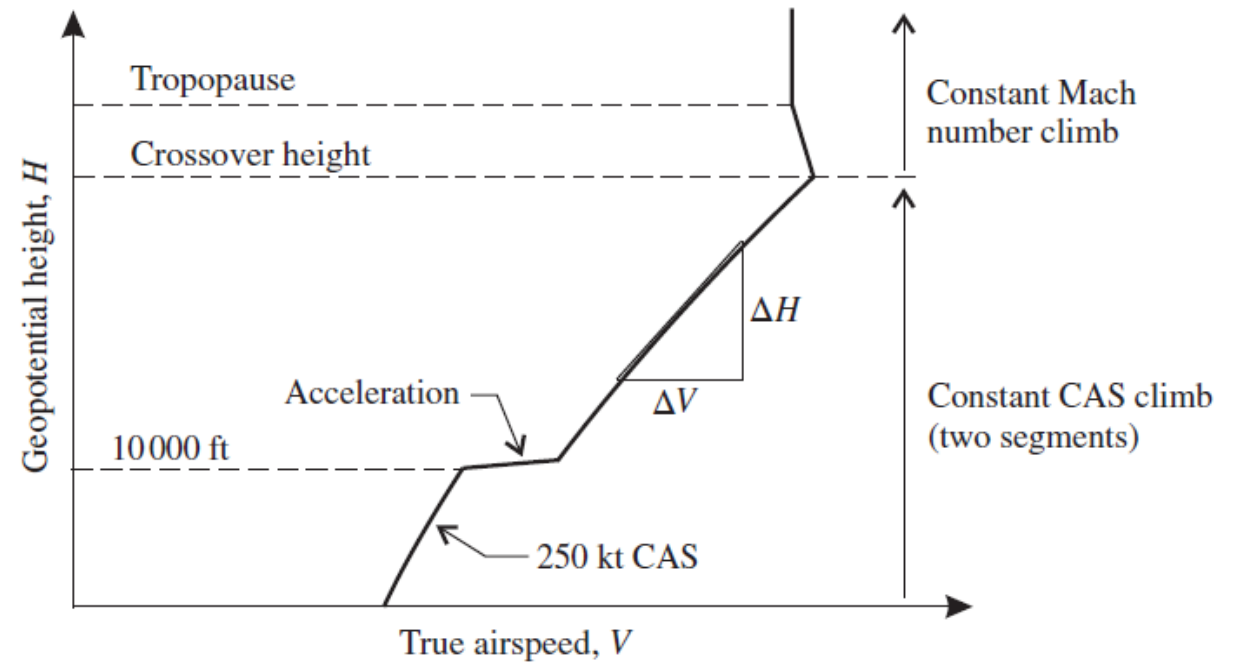
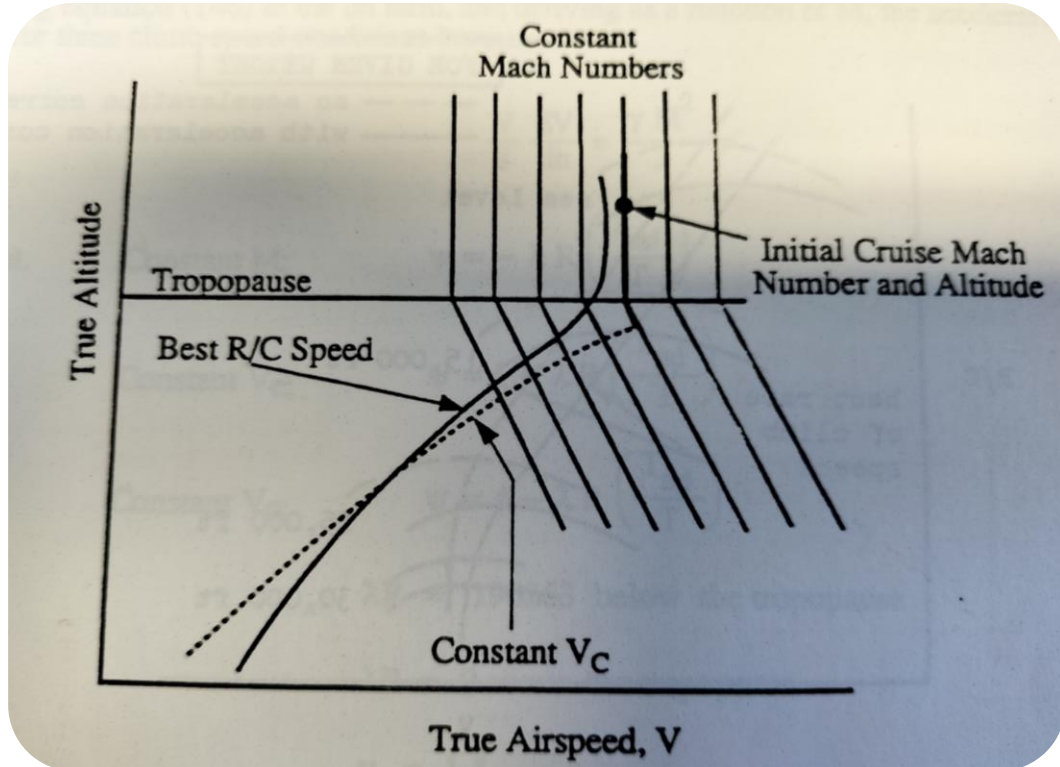
Na prática, é desejável escolher facilmente uma velocidade para subida em rota. Quando se analisa os dados relativos a razão de subida, o valor da melhor razão de subida varia com a altitude (figura no próximo slide).

Como a razão  $V_C/M_C$  é aproximadamente igual a relação  $V_I/M_I$ , a programação de velocidades pode ser feita em termos de velocidade indicada.

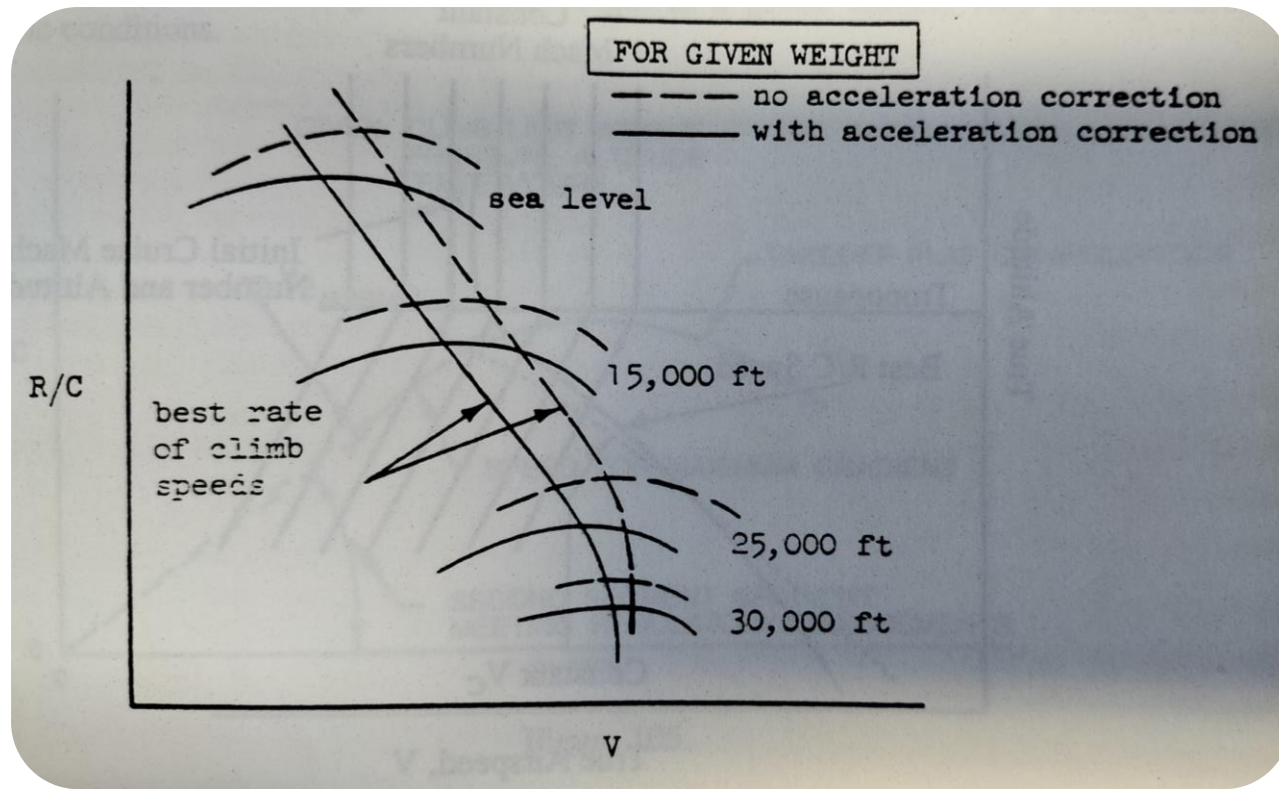
Quando a programação de velocidades é feita com  $V_C$  ou  $V_I$  constantes, as razões de subida podem ser calculadas e corrigidas para o fator de aceleração.



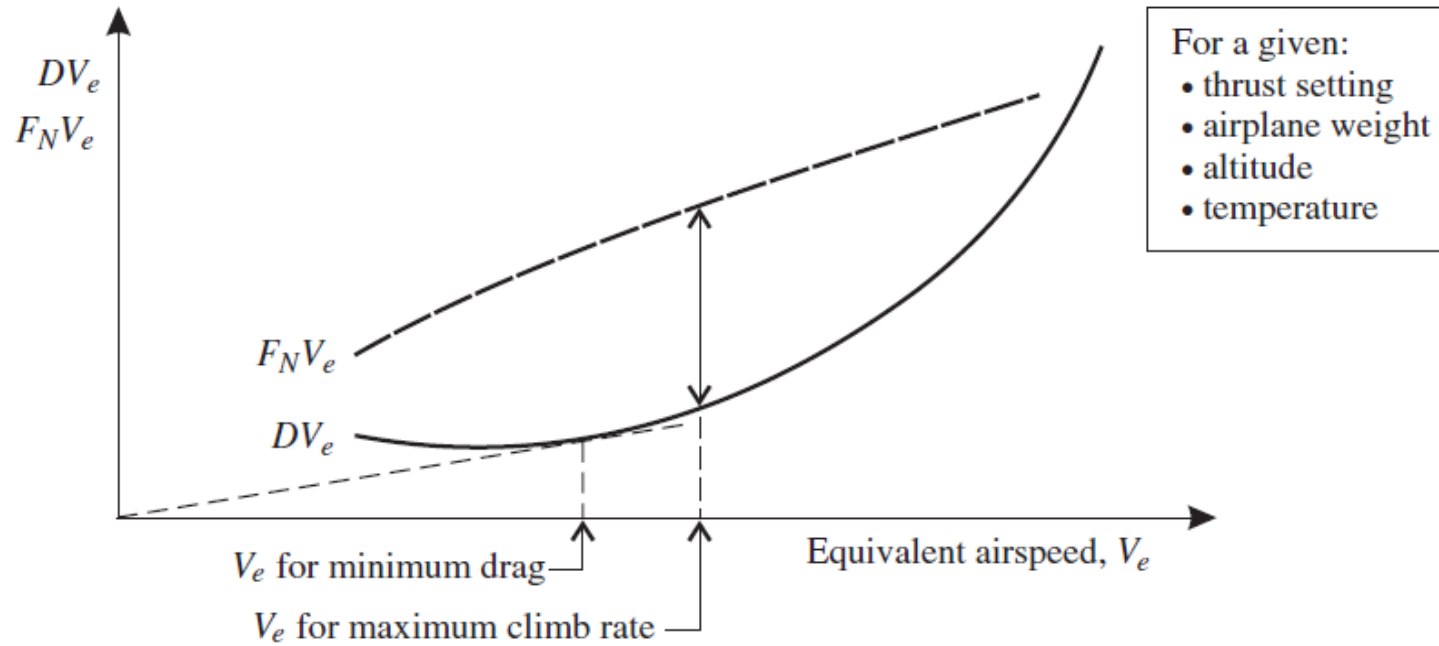
# Subida/Descida



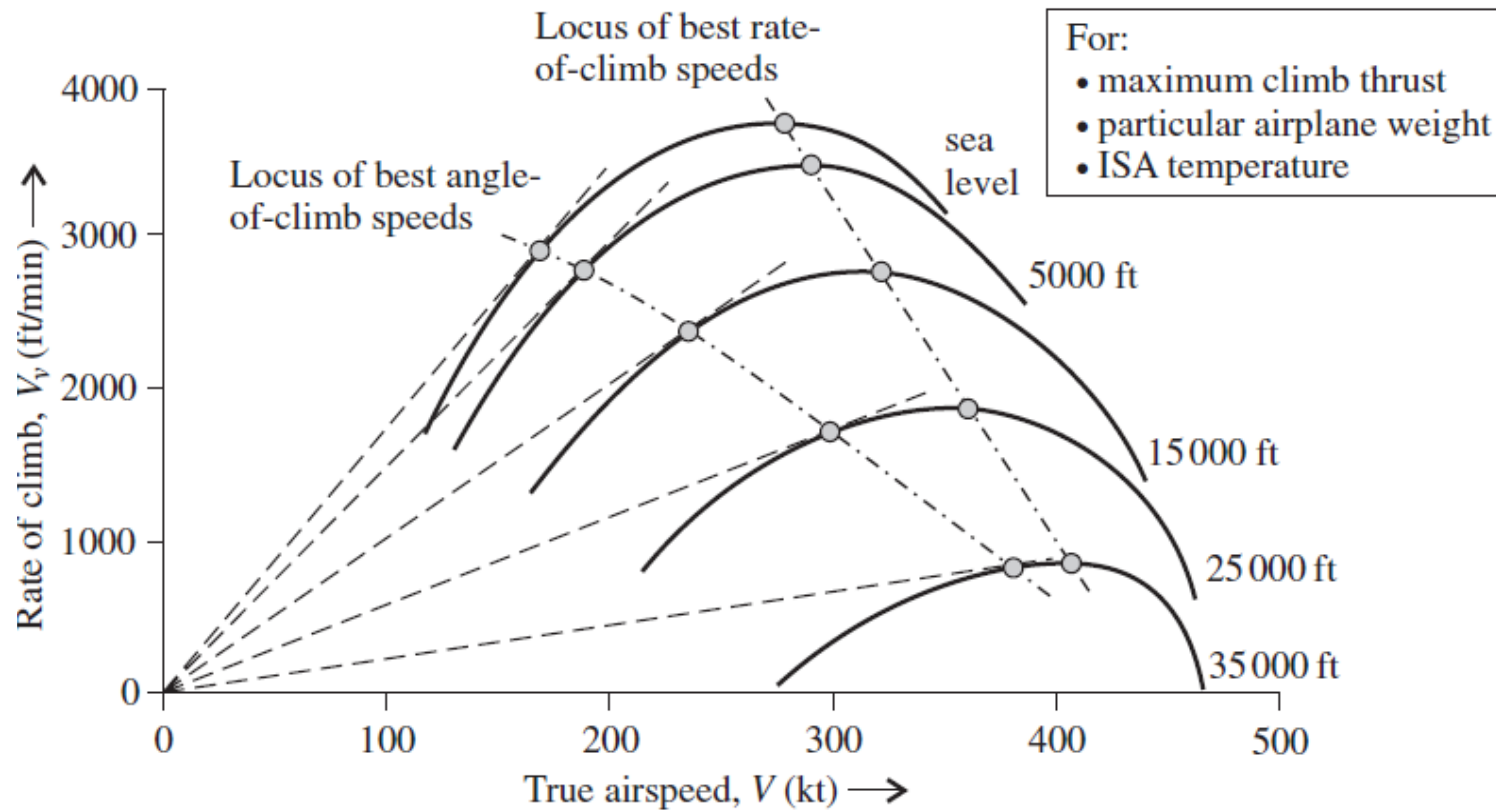
# Subida/Descida



# Subida/Descida



# Subida/Descida



# Subida/Descida

---

Angulo de subida máximo:

A maior razão de subida para um dado peso e altitude ocorre na velocidade onde  $\Delta T/\delta$  multiplicada pelo número de Mach é o maior, isso ocorre em uma velocidade um pouco maior onde  $\Delta T/\delta$  é máximo.

Para maximizar o ângulo de subida, temos que maximizar a relação  $T/W$  e minimizar o arrasto da aeronave. Para o caso de subida não acelerada, temos:

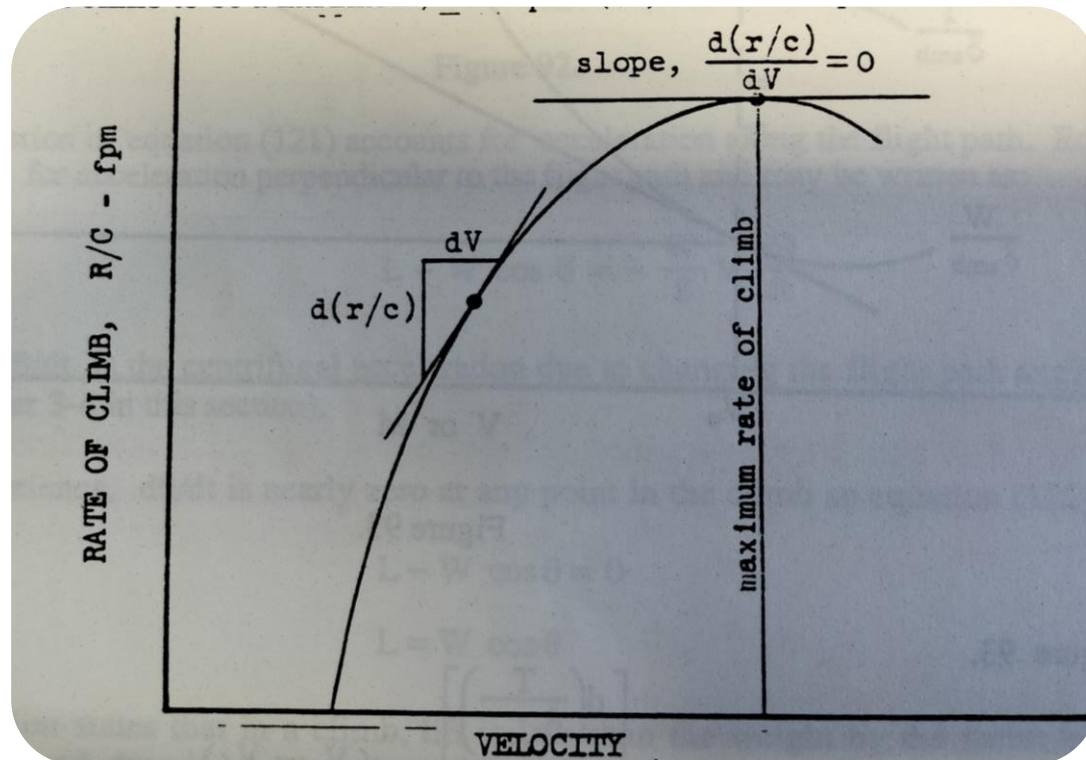
$$\text{sen}\gamma = \frac{T - D}{W} = \frac{T}{W} - \frac{\text{cos}\gamma}{E}$$

Da relação acima, observa-se que a condição de  $E$  máximo resulta no maior ângulo de subida. Para ângulos de subida menores que  $15^\circ$ ,  $\text{cos}\gamma \approx 1$ , portanto:

$$\text{sen}\gamma = \frac{T}{W} - \frac{1}{E_{\text{max}}} \quad R/C_{\gamma_{\text{max}}} \cong V_{E_{\text{max}}} \text{sen}\gamma_{\text{max}}$$

# Subida/Descida

Razão de subida máximo:



Graficamente, temos que a máxima razão de subida ocorre quando  $dR/C/dV=0$ . Portanto:

$$\frac{d(T-D)}{dV} = T - D - V \frac{dD}{dV} = 0$$

$$T - \frac{1}{2} \rho_0 \sigma V^2 S C_D - V \frac{1}{2} \rho_0 \sigma S \frac{dV C_D}{dV} = 0$$

# Subida/Descida

---

Razão de subida máximo:

Considerando a forma quadrática da polar de arrasto:

$$T - qSC_{D_0} - \frac{KW^2}{qS} - V \left[ \frac{1}{2}\rho_0\sigma 2VSC_{D_0} - \frac{2KW^2}{\frac{1}{2}\rho_0\sigma 2V^3S} \right] = 0$$

$$q = \frac{1}{2}\rho_0\sigma V^2$$

$$K = \frac{1}{\pi A Re}$$

Segue que:

$$3C_{D_0}q^2 - \frac{T}{S}q - K \left( \frac{W}{S} \right)^2 = 0$$

$$q = \frac{\frac{T}{S}}{6C_{D_0}} \left( 1 \pm \sqrt{1 + \frac{12C_{D_0}K}{\left(\frac{T}{W}\right)^2}} \right)$$

O sinal negativo não precisa ser considerado, pois a pressão dinâmica,  $q$ , não pode ser negativa!

# Subida/Descida

---

Razão de subida máximo:

Definindo o coeficiente de subida  $\Gamma$ :

$$\Gamma = 1 + \sqrt{1 + \frac{12C_{D_0}K}{\left(\frac{T}{W}\right)^2}} = 1 + \sqrt{1 + \frac{3}{\left(E_m \frac{T}{W}\right)^2}} \quad 2 \leq \Gamma \leq 3$$

2 para valores altos de  $[E_m T/W]$   
3 para aeronave no teto absoluto.

$$q = \frac{\left(\frac{T}{S}\right) \Gamma}{6C_{D_0}}$$

Por fim, a velocidade de subida para razão de subida máxima é:

$$V = \sqrt{\frac{\left(\frac{T}{S}\right) \Gamma}{3\rho_0\sigma C_{D_0}}}$$

O ângulo para razão de subida máxima é:

$$\text{sen}(\gamma) = \frac{T}{W} \left(1 - \frac{\Gamma}{6}\right) - \frac{3}{2\Gamma E_m^2 \left(\frac{T}{W}\right)}$$

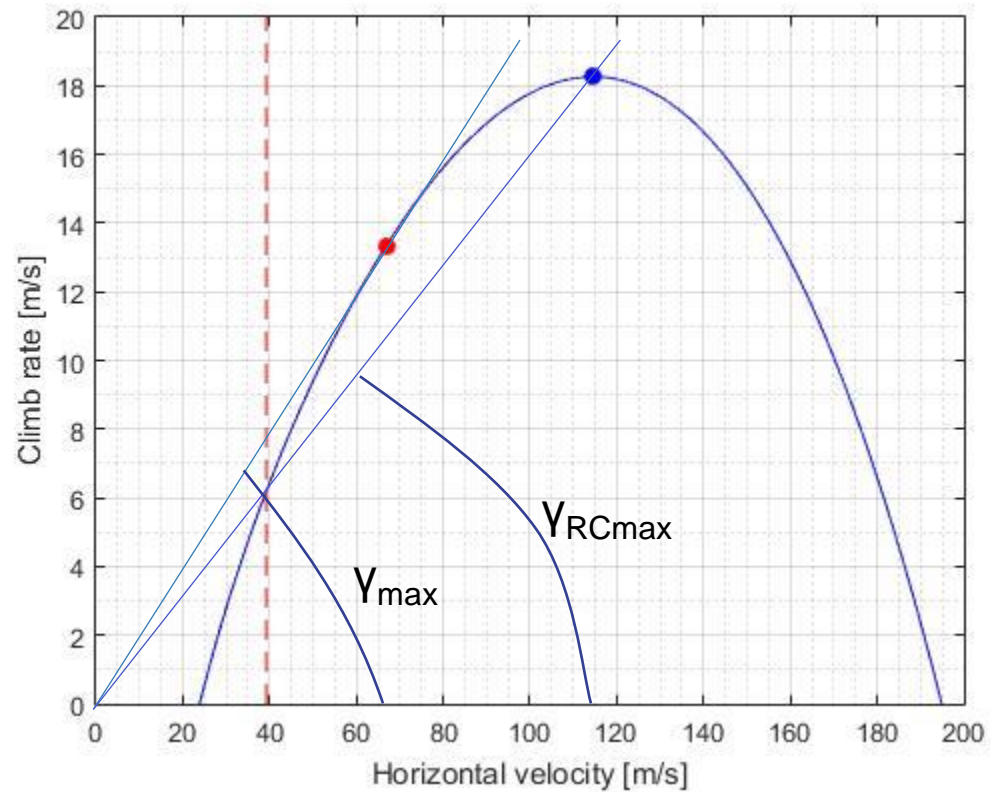
A razão de subida máxima é:

$$R/C_{max} = V \cdot \text{sen}(\gamma)$$



# Subida/Descida

Considerando o gráfico de razão de subida pela velocidade horizontal, podemos obter a seguinte relação útil:



# Subida/Descida

---

O tempo de subida entre um nível e outro é dado por:

$$t = \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{R/C}$$

A distância percorrida durante a subida é dada por:

$$\Delta S = \int_{t_1}^{t_2} V \cos \gamma dt \approx V_{media} \Delta t$$

O consumo de combustível é dado por:

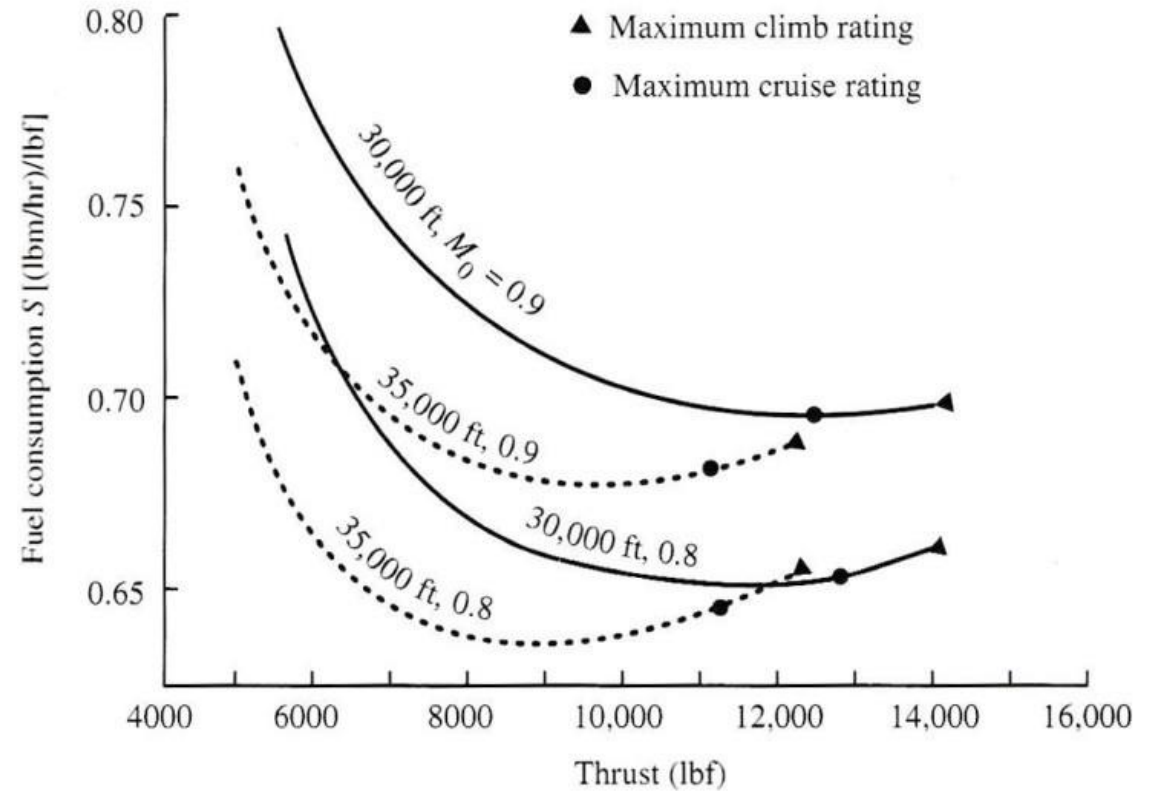
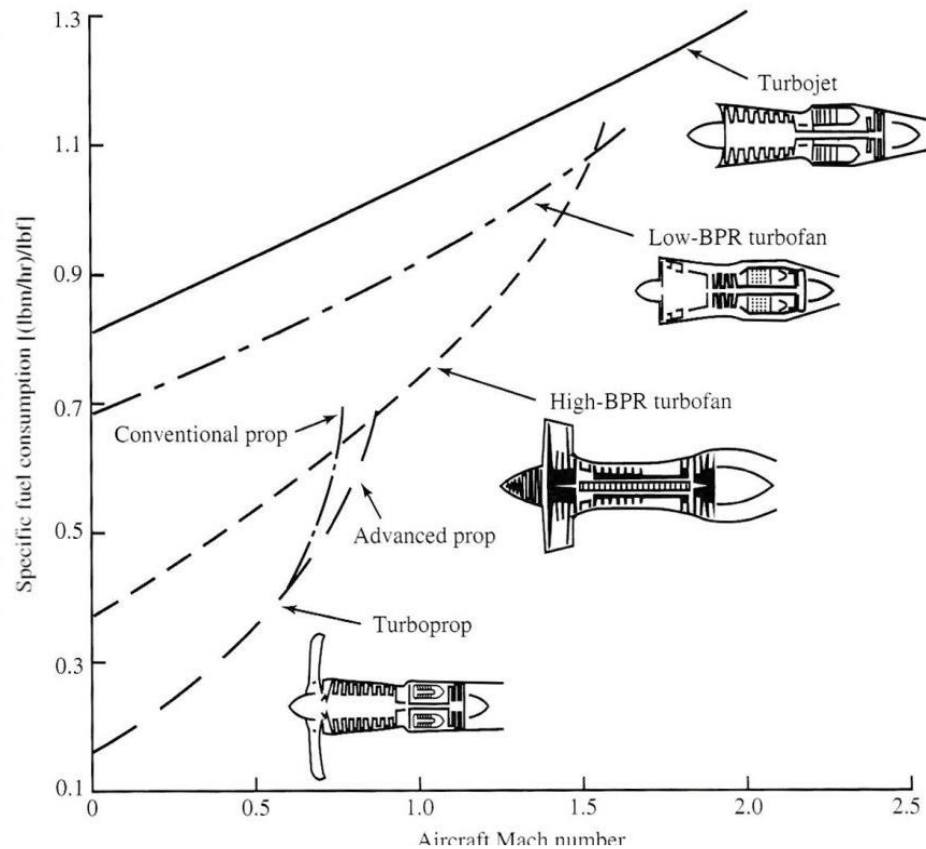
$$W_{fuel} = \int_{t_1}^{t_2} \dot{W}_F dt = \int_{h_1}^{h_2} \dot{W}_F \frac{dh}{R/C}$$

Para condições fora do padrão ISA, deve-se corrigir a altitude pressão.

$$\Delta h_{true} = \Delta h_p \left( \frac{T}{T_{std}} \right)$$

# Subida/Descida

TSFC:

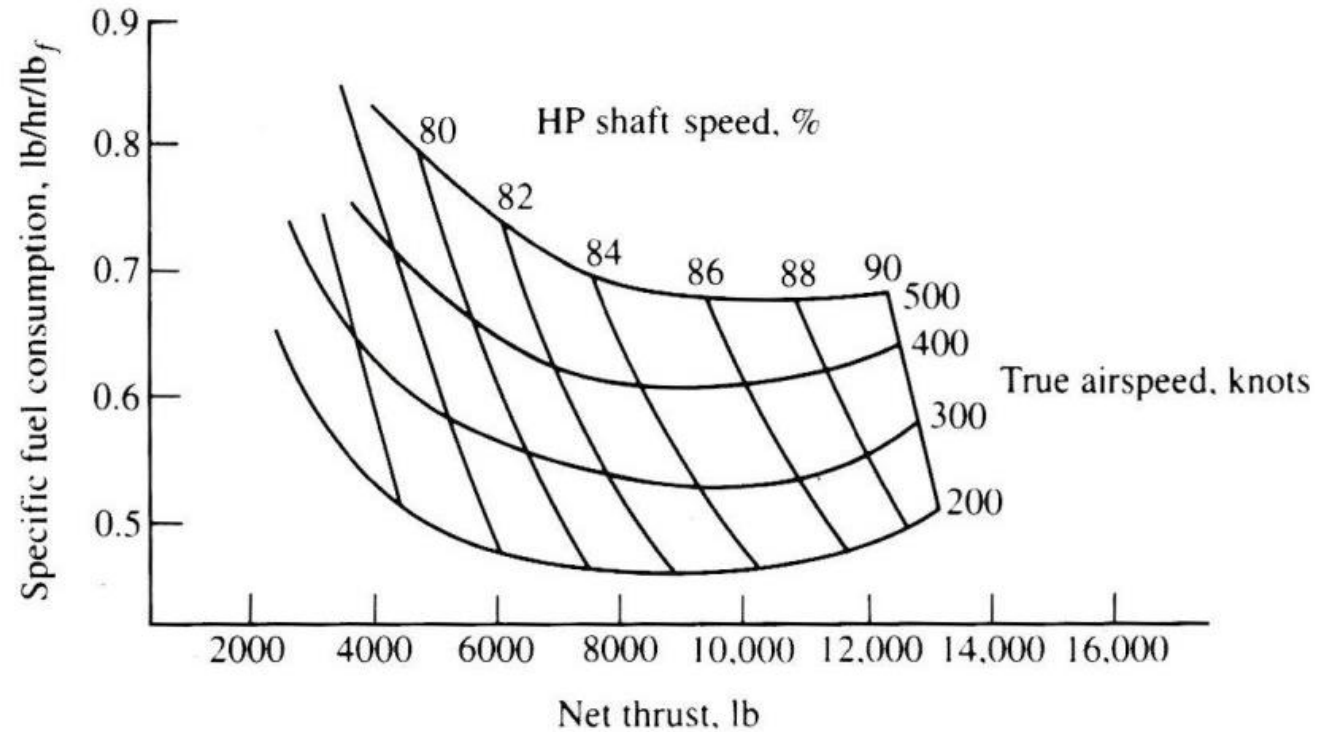


$$T = T_0 \sigma^{0.7} \text{ para } Hp \leq 36089 \text{ ft}$$

$$T = 1.439 T_0 \sigma \text{ para } Hp > 36089 \text{ ft}$$

# Subida/Descida

TSFC:



# Subida/Descida

---

O empuxo disponível fornecido pelo motor diminui com o aumento da altitude. Teoricamente, o tempo para subir até o teto absoluto tende a infinito.

O teto operacional é quando se tem 100 ft/min de razão de subida para aeronaves a hélice e 500 ft/min para aeronaves a jato.

Quando não se considera aceleração da aeronave na subida, a velocidade permanece constante assim como o empuxo (mesma altitude). Por outro lado, a mudança de altitude irá modificar o empuxo e o arrasto da aeronave. Caso a velocidade seja mantida constante durante a subida, a hipótese adotada é aceitável, porém a velocidade para maior ângulo de subida e a velocidade para maior razão de subida variam com a altitude (contraposição em relação a hipótese adotada).

De modo a investigar o efeito dessa mudança de velocidade, considere novamente as seguintes equações:

$$T - D - W \operatorname{sen} \gamma = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$$

$$\frac{dh}{dt} = V \operatorname{sen} \gamma \rightarrow V = \frac{R/C}{V}$$

# Subida/Descida

---

Continuando o desenvolvimento:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dh} R/C$$

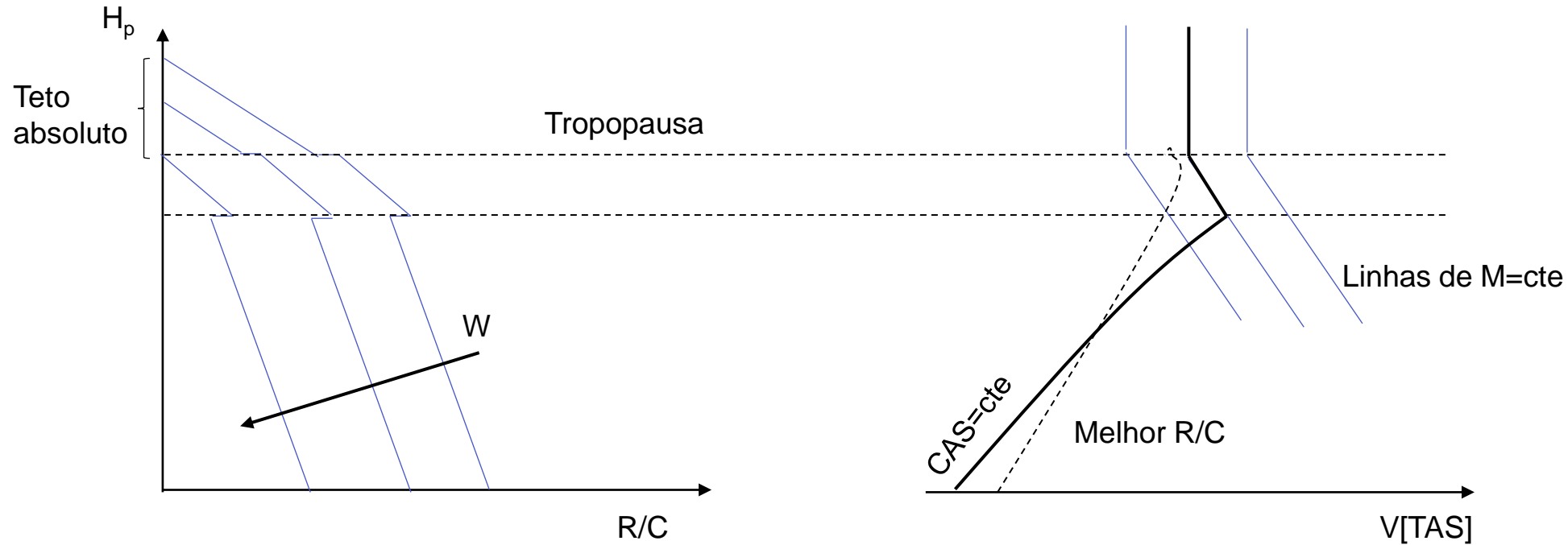
$$\frac{d\left(\frac{R/C}{\text{sen}\gamma}\right)}{dh} R/C = \left[ \frac{1}{\text{sen}\gamma} \frac{dR/C}{dh} - R/C \frac{\cos\gamma}{\text{sen}^2\gamma} \frac{d\gamma}{dh} \right] R/C$$

Portanto:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{R/C}{\text{sen}\gamma} \frac{dR/C}{dh} - \frac{R/C^2}{\text{sen}\gamma \tan\gamma} \frac{d\gamma}{dh}$$

# Subida/Descida

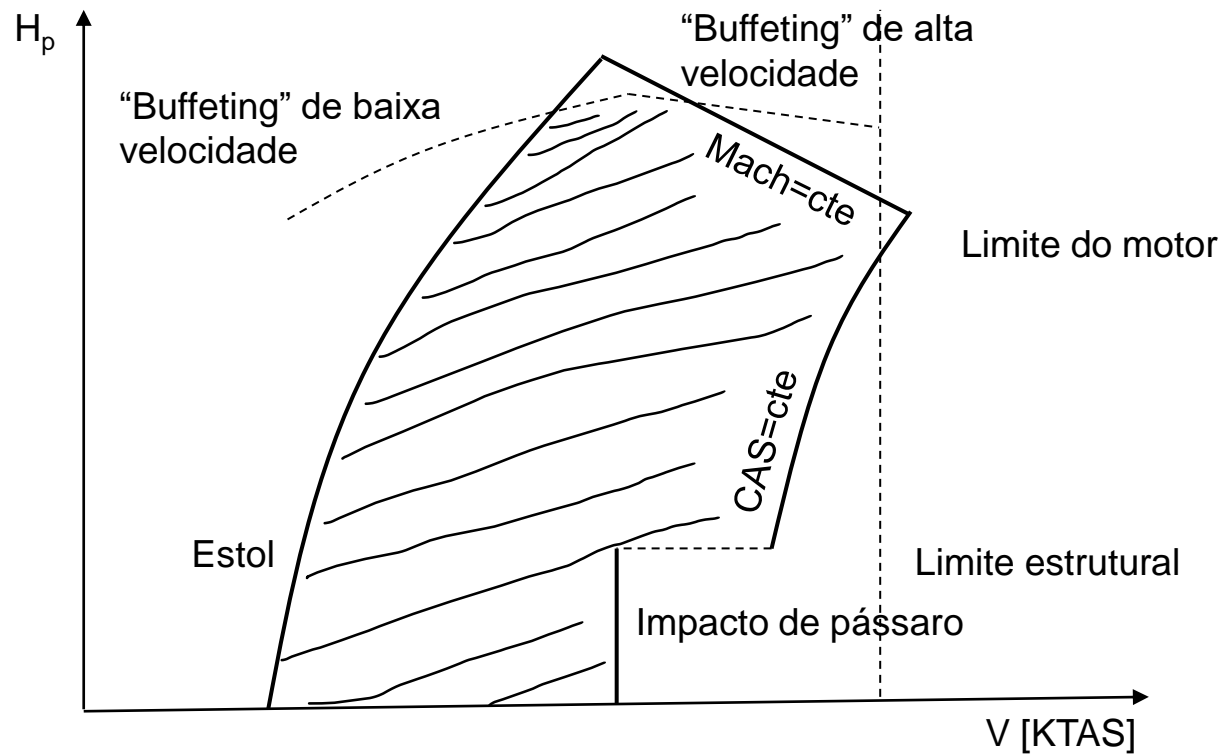
Na prática, ao invés de subir na melhor R/C, a aeronave segue um perfil conforme mostrado abaixo:



CAS=cte até aproximadamente o FL 300 e M=cte acima.

# Subida/Descida

Envelope operacional



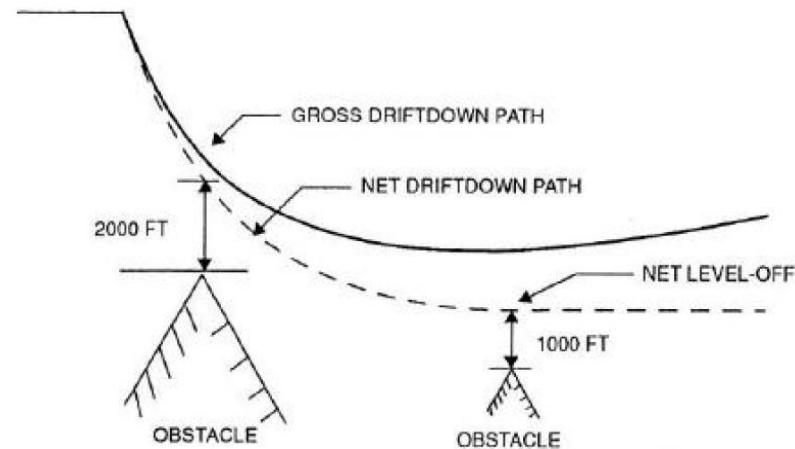


# Subida/Descida

Drift Down:

Após a falha de um motor em cruzeiro, a aeronave não será capaz de manter a sua altitude e irá descer. Para se manter o mais alto possível, o piloto usará o regime de maximum continuous, e irá desacelerar para a velocidade de drift down (menor gradiente de descida).

Os regulamentos determinam que a aeronave deve manter uma altitude mínima dos obstáculos, tanto na descida quanto para o voo nivelado.



Gradiente nº de motores	
1.1%	2
1.4%	3
1.6%	4

# Subida/Descida

---

Drift Down:

A altitude de drift down é definida como a altitude que a aeronave consegue manter um gradiente NET nulo, e também pela capacidade de voar em segurança para o próximo aeroporto, livrando os obstáculos (alta montanha).

- Montanhas Rochosas 14000 ft
- Alpes 16000 ft
- Andes 18000 ft
- Himalaia 22000 ft

Para o regime de maximum continuous, a melhor altitude de drift down é determinada escolhendo a velocidade que minimiza o gradiente de descida

# Subida/Descida

---

Exercício:

Considere os seguintes dados para uma aeronave:

```
% Dados da aeronave  
  
AR=8.90;  
e=0.85;  
K = 1/(pi*AR*e);  
CD0 = 0.025;  
CL_max = 1.7;  
g = 9.81;  
W0 = 450300; % N  
Thrust0 = 92300; % N  
S = 92.5;  
rho0 = 1.225;  
TSFC = 0.85/3600;
```

OBS:

$$\Delta_{fuel} = TSFC \cdot T \cdot \Delta t$$

Calcule os gráficos (no mínimo 5) de razão de subida por velocidade horizontal de 0 até 40000 ft em DISA+15.

Após, com essa mesma aeronave, calcule o tempo gasto para subir, a distância percorrida, o combustível gasto e se ela atingirá o FL400 sem precisar fazer “step climb”. Utilize a melhor razão de subida com e sem o fator de aceleração.

# Subida/Descida

