Lista de Exercícios 2
Professor: Fábio Barbieri
Professor auxiliar: Marcos Vinicius D'Emilio

Exercício 1 Qual das funções abaixo é uma função despesa ? Justifique sua resposta utilizando e provando as propriedades.

(a) $e(p,u) = p_1^{1/2} p_2^{1/2}/u$

(b) $e(p,u) = p_1^{1/3} p_2^{1/3} u$

(c) $e(p,u) = p_1^{1/2} p_2^{1/2} u$

(d) $e(p,u) = \frac{u}{p_1 * p_2}$

Exercício 2 (Mas-Colell - 2.F.16) Considere um conjunto onde $L = 3$ (número de commodities) e um consumidor cujo conjunto de consumo é $\mathbb{R}^3$. Suponha que sua função de demanda $x(p,w)$ é

$$x_1(p,w) = \frac{p_2}{p_3},$$
$$x_2(p,w) = -\frac{p_1}{p_3},$$
$$x_3(p,w) = \frac{w}{p_3}.$$

(a) Mostre que $x(p,w)$ é homogênea de grau zero em (p,w) e satisfaz a lei de Walras.

Exercício 3 (Mas-Colell - 3.G.15) Considere a função utilidade $u(x_1,x_2) = 2x_1^{1/2} + 4x_2^{1/2}$.

(a) Encontre as funções de demanda para os bens 1 e 2 com relação ao preço e renda;

(b) Encontre a função de demanda compensada $h(.)$;

(c) Encontre a função gasto e verifique que $h(p,u) = \bigtriangledown_p e(p,u)$ (Lema de Shephard);

(d) Encontre a função de utilidade indireta, e verifique a identidade de Roy.

(e) Verifique se a equação de Slutsky é realmente válida.

(f) Mostre que as 4 identidades que ligam os problemas marshaliano e hicksiano são realmente válidas.

(g) Calcule as Elasticidades-renda da demanda η_1 e Elasticidades-preço da demanda ϵ_{ij}.

Exercício 4 Considere um agente que tem a seguinte função de utilidade: $u(x,y) = x^\alpha (y+a)^\beta$, onde a, α e β são todos estritamente positivos; x e y são os bens a serem escolhidos pelo consumidor. Sejam p_x e p_y os respectivos preços dos bens x e y, ambos estritamente positivos; e seja m a renda exógena, estritamente positiva ($m > 0$), do consumidor. Determine, resolvendo explicitamente apenas o PMU ou o PMG:

(a) As demandas marshallianas pelos bens x e y;

(b) A função utilidade indireta;

(c) As demandas hicksianas pelos bens x e y;

(d) A função gasto.

Exercício 5 Considere a função de utilidade indireta dada por: $v(p,y) = \frac{y}{p_1+p_2}$. Encontre:

(a) As demandas marshallianas;

(b) A função gasto;

(c) As demandas hicksianas;

(d) Construa a matriz de Slutsky e verifique que ela é simétrica e semi-definida negativa.

Exercício 6 (S. Wang - 2.3) Seja $x_i^*(p,y)$ a demanda do consumidor por um bem i. A elasticidade-renda da demanda por um bem i é definida como $e_i \equiv \frac{y}{x_i}\frac{\partial x_i^*(p,y)}{\partial y}$. Mostre que, se todas as elasticidades-renda são constantes e iguais, todas devem ser um.

Exercício 7 (S. Wang - 2.4) Mostre que os efeitos dos preços cruzados para a demanda ordinária são simétricos se e somente se todos os bens tiverem a mesma elasticidade-renda: $\frac{\partial x_i^*(p,y)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j^*(p,y)}{\partial p_i}$

Exercício 8 A matriz seguinte contém os efeitos substituição para um consumidor que tem preferências racionais sobre o consumo de três bens aos preços $p_1 = 1$; $p_2 = 2$ e $p_3 = 6$

$$\begin{bmatrix} -10 & a & b \\ c & -4 & d \\ 3 & e & f \end{bmatrix}$$

a. Encontre os valores faltantes.

b. A matriz resultante possui todas as propriedades de uma matriz de substituição? Prove.

Exercício 9 (Varian - 8.6 Modificado) Use a função de utilidade $u(x_1,x_2) = x_1^{1/2}x_2^{1/3}$ e a restrição orçamentária $m = x_1p_1 + x_2p_2$ para calcular $x(p,m)$, $v(p,m)$, $h(p,u)$ e $e(p,u)$. Mostre que, por meio da equação de Slutsky, o efeito total é nulo (com relação ao bem 1, para uma variação no preço do bem 2), mostrando também que o efeito renda e o efeito substituição se anulam.

Exercício 10 (JeR - 1.61) Mostre que a relação de Slutsky pode ser expressa na forma de elasticidade como

$$\epsilon_{ij} = \epsilon_{ij}^h - s_j\eta_i$$

onde ϵ_{ij}^h é a elasticidade da função de demanda hicksiana para x_i com respeito ao preço p_j e os outros termos são como definidos na Definição 1.6.

Exercício 11 (S. Wang - 2.10) Um indivíduo tem uma função de utilidade para lazer L e alimentação F da forma:

$$\mu(L,F) \equiv L^{1/3}F^{2/3}$$

Suponha que o indivíduo tenha uma renda y com salário w e preço dos alimentos p.
(a) Encontre as funções de demanda compensada do indivíduo para alimentação e lazer.
(b) Verifique o lema de Shephard e a identidade de Roy para as funções de demanda desse indivíduo.
(c) Suponha que exista um aumento no preço dos alimentos. Divida o efeito total sobre a demanda do consumidor por lazer em efeitos de renda e substituição.

(d) Existe um preço de alimentos no qual um aumento adicional no preço levará a uma diminuição na demanda do consumidor por lazer?

Exercício 12 (S. Wang- Exemplo 2.9) Seja a função de costos $c(p, y) = (aw_1 + bw_2)\sqrt{y}$. Calcule a quantidade máxima y que (x_1, x_2) podem produzir.

Referências.

JEHLE, G. A.; RENY, P. J. Advanced microeconomic theory. 2. ed. New York: Addison-Wesley, 2001.

MAS-COLELL, A.; WHINSTON, M. D.; GREEN, J. R. Microeconomic theory. New York: Oxford University Press, 1995.

WANG, SUSHENG et al. Microeconomic theory. 4. edition. Springer Singapore, 2018.