Física III 2023 (IF) – Aula 16

Objetivos de aprendizagem

- Determinar a energia potencial de um sistema de várias cargas puntiformes em pontos fixos no espaço
- Determinar a energia mínima necessária para trazer uma carga do infinito até a região de uma distribuição de cargas fixa conhecida, discreta ou contínua
- Distinguir entre a variação da energia potencial associada ao transporte de uma carga do infinito até as proximidades de uma distribuição de cargas e a energia potencial eletrostática total de formação do sistema.

O trabalho da força elétrica

- No exemplo, o trabalho da força elétrica de interação (interna) do sistema é negativo
- O trabalho da força <u>interna</u> é igual a MENOS a variação da energia potencial
- A integral de linha (= trabalho da força interna) é:

$$W_{ab}=\int_a^b \vec{F}_{\text{int}}.d\vec{r}=-\Delta U_{ab}=-\left(U_b-U_a\right) \qquad \vec{F}_{\text{int}}=\frac{q_1 q_2 \vec{r}_{12}}{4\pi\varepsilon_0\left|\vec{r}_{12}\right|^3}$$

Independência do caminho

- O trabalho infinitesimal interno é:

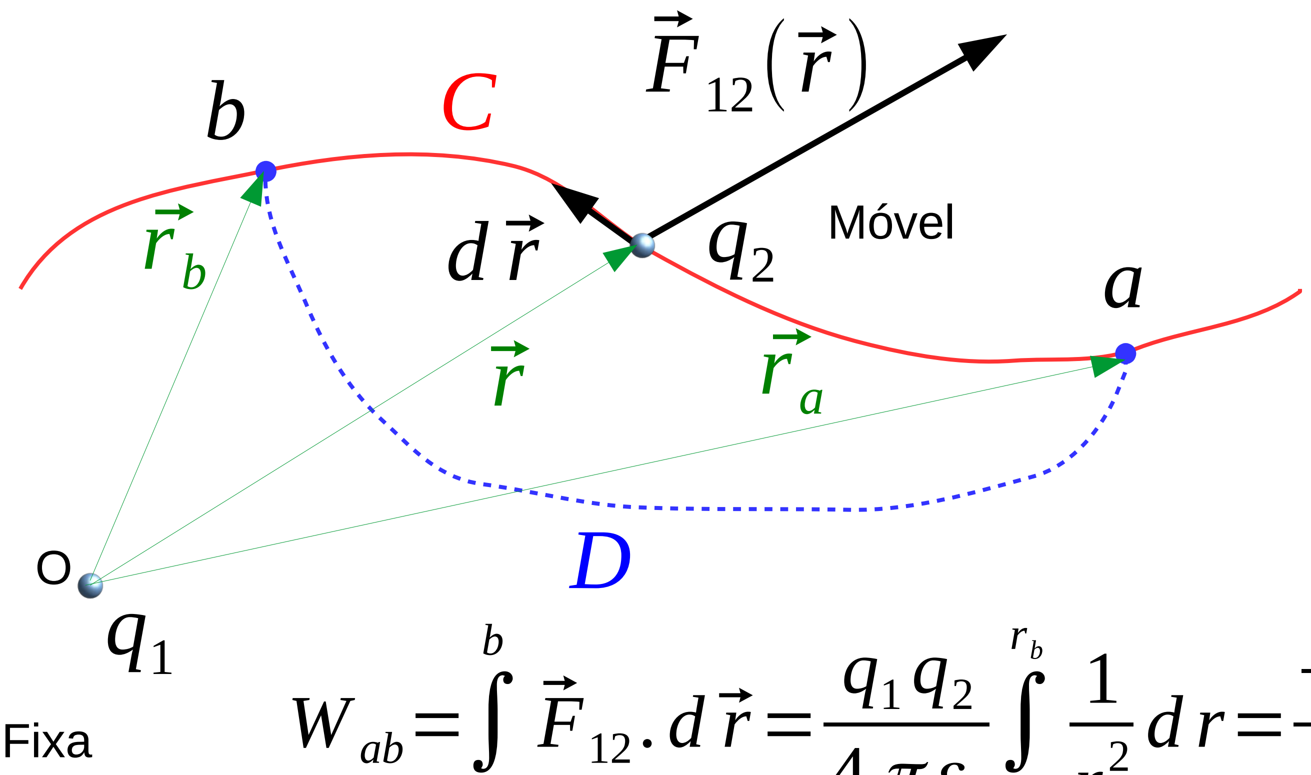
$$dW_{\text{int}} = \vec{F}_{12} . d\vec{r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}|^3} \vec{r} . d\vec{r}$$

(Supondo a carga 1 na origem)

$$\left(\vec{r} = \vec{r}_{12}\right)$$

- Mas $\vec{r} = r\hat{r}$
- Enquanto $d\vec{r} = dr\,\hat{r} + r\,d\theta\,\hat{\theta} + r\sin\theta\, d\phi\,\hat{\phi}$ (em geral)
- Portanto: $$dW_{\text{int}} = \vec{F}_{12} . d\vec{r} = \frac{q_1 q_2 r\, dr}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dr}{r^2}$$

Variação da energia potencial (2 cargas)



$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}_{12} \cdot d\vec{r} = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{r^2} dr = \frac{-q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0} \left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a} \right)$$

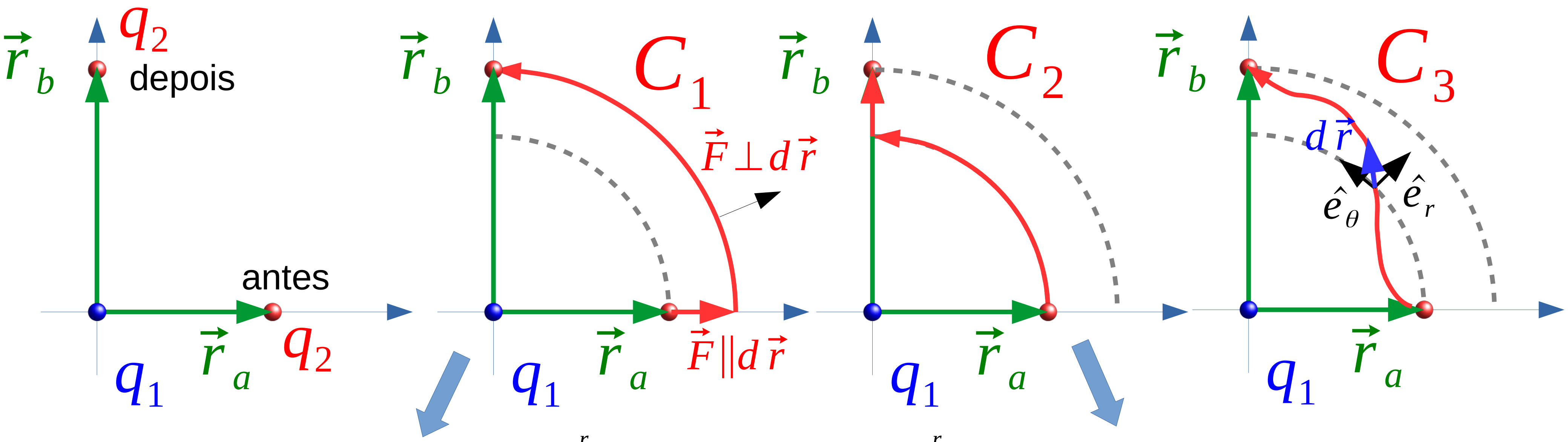
$$W_{ab} = -\Delta U_{ab} = -(U_b - U_a)$$

(independe do caminho de a até b)

Independência do caminho

Movimentação da carga 2 do ponto a ao ponto b, com a carga 1 fixa na origem.

Diferentes caminhos 1, 2, 3 ...



$$W_{\text{int}\, a\to b} = \int_{C_1} \vec F\cdot d\vec r = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{1}{r^2}\,dr + 0 = 0 + \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{r_a}^{r_b}\frac{1}{r^2}\,dr = \int_{C_2}\vec F\cdot d\vec r = \frac{-q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b}-\frac{1}{r_a}\right)$$

Energia potencial

- Escolha da constante/ponto de referência

$$\Delta U_{ab} = U(r_b) - U(r_a) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$$

ddp

Ref.

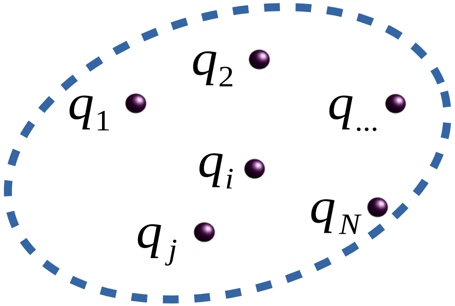
- Potencial zero no "infinito": $\Delta U_{ab} = U(r_b) - U(r_a) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_b} - \frac{1}{r_a}\right)$

$$U(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r}$$

Função potencial

Energia potencial de conjunto de N cargas

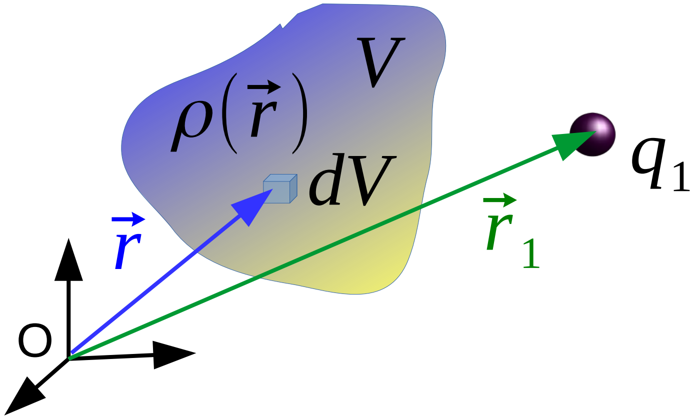
- Superposição: Somar pares de potenciais



$$U_{tot} = U_{12} + U_{13} + \dots U_{23} + \dots = \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j>i}^{N} \frac{q_i q_j}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{r_{ij}}$$

Energia potencial de 1 carga com relação a uma distribuição contínua

- O mesmo que calcular o trabalho para trazê-la do infinito até as proximidades da distribuição



$$U_1 = \int_V \frac{q_1 \rho \, dV}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r}_1 - \vec{r}|}$$

Exemplo – carga perto de anel carregado uniformemente

- Qual é o trabalho necessário para trazer uma carga do infinito até o ponto P, no eixo, perto do anel?

  1) Pela integral de linha da força

  2) Pela integral da energia potencial

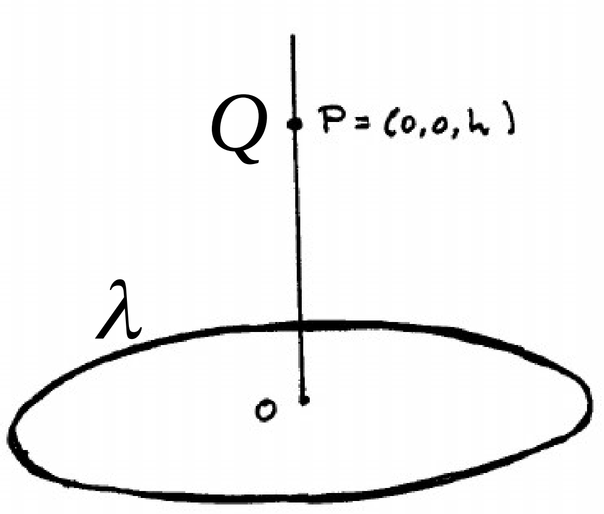


Figura 16.8: o anel do exemplo 6

Obs.:

- 1) e 2) devem ser iguais
- Não é igual a TODA a energia eletrostática do sistema (por quê?)

Apêndice: $$\int \frac{x\,dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}$$