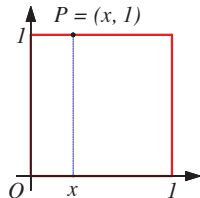


# Aula 13 - Exercícios

**Primeiro Semestre de 2023**

1) A figura abaixo ilustra um lago quadrado de lado igual a 1 km. Dois atletas,  $A$  e  $B$ , encontram-se no ponto  $\mathcal{O} = (0, 0)$  e devem dirigir-se ao ponto  $P = (x, 1)$ , em que  $0 \leq x \leq 1$ . O atleta  $A$  corre com velocidade constante de 12 km/h seguindo o contorno do lago, enquanto que  $B$  rema com velocidade constante de 10 km/h ao longo da reta que une os pontos  $\mathcal{O}$  e  $P$ . Sejam  $A(x)$  e  $B(x)$ , respectivamente, os tempos, em horas, gastos por  $A$  e  $B$  para a realização destes percursos.

- C  E a) O espaço percorrido pelo atleta  $A$  é igual a  $1 + x$ .
- C  E b) Para alcançar o ponto  $(0, 1)$ , o atleta  $A$  gasta menos tempo que o atleta  $B$ .
- C  E c) Tem-se que  $A(1) < B(1)$ .
- C  E d) O teorema de valor intermediário garante que existe  $c$  entre 0 e 1 tal que os dois atletas gastam o mesmo tempo para chegar ao ponto  $(c, 1)$ .



Sejam  $a$ ,  $b$  e  $c$  em  $\mathbb{R}$  e considere a função

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c, & \text{se } x \leq 0, \\ \frac{\cos(x^2)\text{sen}(x^2)}{x}, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Assinale a alternativa correta.

- A. Para qualquer tripla  $(a, b, c)$  a função  $f$  é descontínua em  $x = 0$ .
- B. Existe uma única tripla  $(a, b, c)$  que faz  $f$  ser contínua em  $\mathbb{R}$ .
- C. Se  $(a, b, c)$  é uma tripla que faz  $f$  ser contínua em  $\mathbb{R}$ , então  $f$  é uma função ilimitada.
- D. Para qualquer tripla  $(a, b, c)$  tem-se que  $f$  é uma função ilimitada.
- E. Nenhuma das alternativas anteriores é correta. **resposta**

4ª Questão:(Valor 2.0) Encontre os números  $a$ ,  $b$  e  $c$  que asseguram a continuidade de

$$f(x) = \begin{cases} \ln(x^7 + e^3 - 1), & \text{se } x > 1, \\ a, & \text{se } x = 1 \\ \frac{x^2 + bx + c}{x^2 + x - 2}, & \text{se } -2 < x < 1, \end{cases} \quad \text{em } x = 1.$$

5) Encontre os valores de  $a, b, c$  que tornam  $f$  contínua em  $x = 1$ , sendo que

$$f(x) = \begin{cases} \pi(1-x) \tan\left(\frac{\pi x}{2}\right) & \text{se } 0 < x < 1 \\ a & \text{se } x = 1 \\ \frac{x^2 + bx + c}{x^2 + x - 2} & \text{se } 1 < x \end{cases}$$

**1ª Questão:(Valor 2.0)**

- (a) Reescreva  $f(x) = |x+1| - |2x-6|$  sem usar os símbolos de valor absoluto e faça o gráfico de  $f$ .
- (b) Utilize o item (a) para resolver  $|x+1| - |2x-6| < 1$ .
- (c) Encontre o conjunto solução de  $x \operatorname{tg}(x) > |x|$  no intervalo  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .
- (d) Sabe-se que  $\cos(x) = \frac{1}{3}$ ,  $\operatorname{cosec}(y) = \frac{5}{4}$  e  $x, y$  pertencem a  $(0, \frac{\pi}{2})$ . Calcule o valor de  $\cos(x-y)$ .

**Questão 9** Considere as afirmações:

(I)  $\frac{5x + 3}{x^2 + 1} \geq 5$  se, e somente se,  $5x + 3 \geq 5(x^2 + 1)$ .

(II)  $\frac{x^2 + x + 1}{x - 2} > 3$  se, e somente se,  $x^2 + x + 1 > 3(x - 2)$ .

(III) Para quaisquer  $x, y \in \mathbb{R}$ , se  $x < y$ , então  $x^2 < y^2$ .

(IV) Para quaisquer  $x, y \in \mathbb{R}$ , se  $x < y$ , então  $x^3 < y^3$ .

Qual das seguintes alternativas abaixo é correta?

- (a) Todas as afirmações são corretas.
- (b) Somente as afirmações (I), (II) e (III) são corretas
- (c) Somente as afirmações (II), e (III) são corretas.
- (d) Somente as afirmações (I) e (IV) são corretas.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{10 - x} - 3}{2 - \sqrt{5 - x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \tan(4x)}{x + \operatorname{sen}(x)}.$$