

MAP5729 - Introdução à Análise Numérica

1º Semestre de 2013

3ª Lista de Exercícios

Exercício 1 Construa o polinômio interpolador de Hermite na forma de Newton para a tabela

x	0.1	0.2	0.3	0.4
$f(x)$	-0.62049958	-0.28398668	0.00660095	0.24842440
$f'(x)$	3.58502082	3.14033271	2.66668043	2.16529366

e interpole $f(0.25)$. Sabendo-se que $f(x) = x \cos x - 2x^2 + 3x - 1$, estime o erro e compare com o erro exato.

Exercício 2 Construa o spline cúbico completo $s(x)$ que interpola os dados $f(-0.5) = -0.025$, $f(0.25) = 0.33$, $f(0) = 1.1$ e satisfaz $s'(-0.5) = 0.75$ e $s'(0) = 4$.

Exercício 3 Apresente um método para a resolução de sistemas lineares tridiagonais periódicos baseado na resolução de sistemas lineares tridiagonais.

Exercício 4 Dada a tabela

x	x_0	x_1	x_2
f	y_0	y_1	y_2
f'		y'_1	

 ,

mostre que existe um único polinômio q_3 de grau menor ou igual a 3 tal que $q_3(x_i) = y_i$, $i = 0, 1, 2$ e $q'_3(x_1) = y'_1$. Se a tabela foi obtida de uma função $f \in C^4([a, b])$, onde $[a, b]$ contém os pontos x_i , mostre que, dado $x \in [a, b]$, existe $t_x \in (a, b)$ tal que

$$f(x) - q_3(x) = \frac{f^{(4)}(t_x)}{4!} (x - x_0)(x - x_1)^2(x - x_2)$$

Exercício 5 Usando a forma de Newton, obtenha a expressão do polinômio interpolador de Hermite da tabela

x	x_0	x_1
f	y_0	y_1
f'	y'_0	y'_1

em termos de x_i , y_i , y'_i , $i = 0, 1$ e $h = x_1 - x_0$.

Exercício 6 (Interpolação cúbica de Hermite por partes) Sejam $f \in C^{(4)}([a, b])$, $h = (b - a)/n$ e $x_k = a + kh$, $0 \leq k \leq n$. Deseja-se aproximar f por uma função $g \in C^{(1)}([a, b])$ satisfazendo $g(x_k) = f(x_k)$, $g'(x_k) = f'(x_k)$, $0 \leq k \leq n$ e tal que a restrição de g a cada subintervalo $[x_{k-1}, x_k]$, $1 \leq k \leq n$, é um polinômio de grau menor ou igual a 3. Prove que $\|f - g\|_\infty \leq \frac{M_4}{384} h^4$, onde $M_4 = \|f^{(4)}\|_\infty$. Esta estimativa é ótima?