



EESC • USP

*Escola de Engenharia de São Carlos
Universidade de São Paulo*



SEP0506 – Sistemas de Apoio à Decisão

PROMETHE II

Prof. Luiz C. R. Carpinetti



Except where otherwise noted, this work is licensed under
<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/>

PROMETHEE

- PROMETHEE - Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation
- Proposto por: Brans, Vincke e Mareschal (1986) “How to select and rank projects: the PROMETHEE method”. European J. O. Research, 24, 228-238.

PROMETHEE

- Técnica multicritério para priorização de múltiplas alternativas:
 - Critérios com diferentes pesos;
 - Dados expressos de forma numérica;
 - Avaliação das alternativas separadamente;
 - Construção de matrizes de comparação par-a-par a partir de regras de sobreclassificação;
 - Não há compensação de desempenho entre critérios.

PROMETHEE II (Araujo e Almeida, 2009)

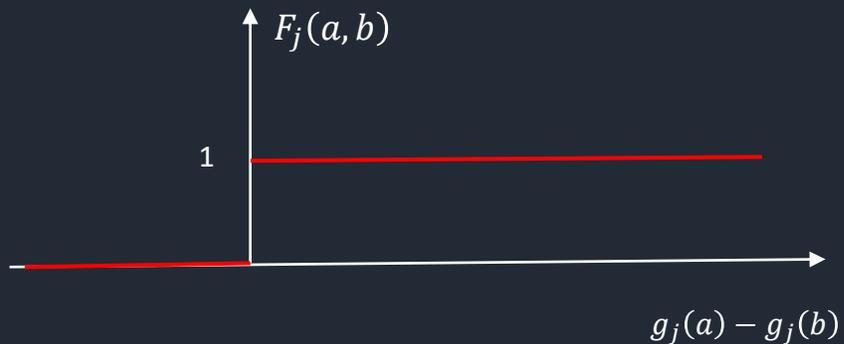
- Para cada critério j , o decisor deve estabelecer um peso p_j ;
- Para cada critério, o decisor deve estabelecer a função $F_j(a,b)$ da diferença $[g_j(a)-g_j(b)]$ entre cada par de alternativa a, b .
 - $g_j(a)$: avaliação da alternativa a no critério j ;
 - $g_j(b)$: avaliação da alternativa b no critério j ;
- A regra de sobreclassificação mais comum é:
 - $F_j(a,b) = 1$ se $g_j(a) > g_j(b)$
 - $F_j(a,b) = 0$ se $g_j(a) \leq g_j(b)$

Regras de sobreclassificação - PROMETHEE

1. Preferência estrita:

$$g_j(a) - g_j(b) > 0, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_j(a) - g_j(b) \leq 0, \quad F_j(a, b) = 0$$

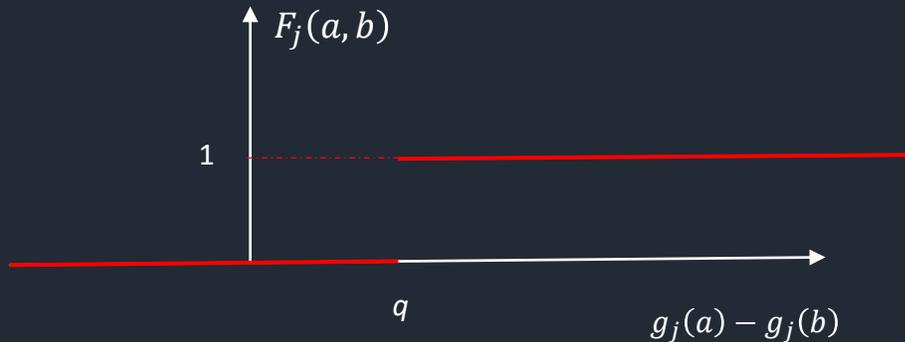


Regras de sobreclassificação - PROMETHEE

2. Limite de indiferença q :

$$g_j(a) - g_j(b) > q, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_j(a) - g_j(b) \leq q, \quad F_j(a, b) = 0$$



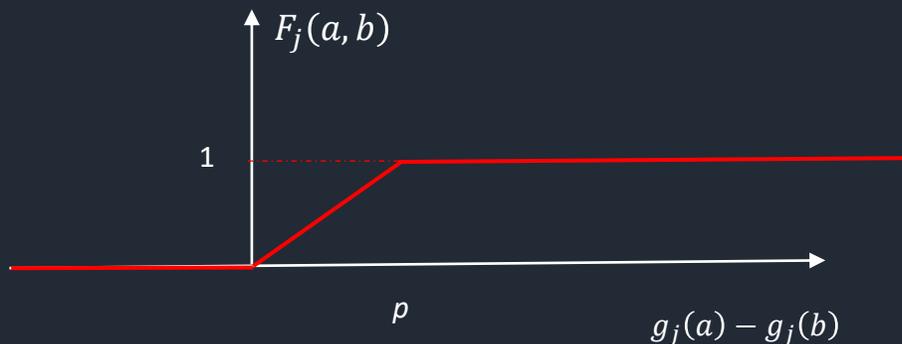
Regras de sobreclassificação - PROMETHEE

3. Preferência crescente até limiar de preferência p :

$$g_j(a) - g_j(b) > p, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_j(a) - g_j(b) < 0, \quad F_j(a, b) = 0$$

$$0 \leq g_j(a) - g_j(b) \leq p, \quad F_j(a, b) = \frac{g_j(a) - g_j(b)}{p}$$



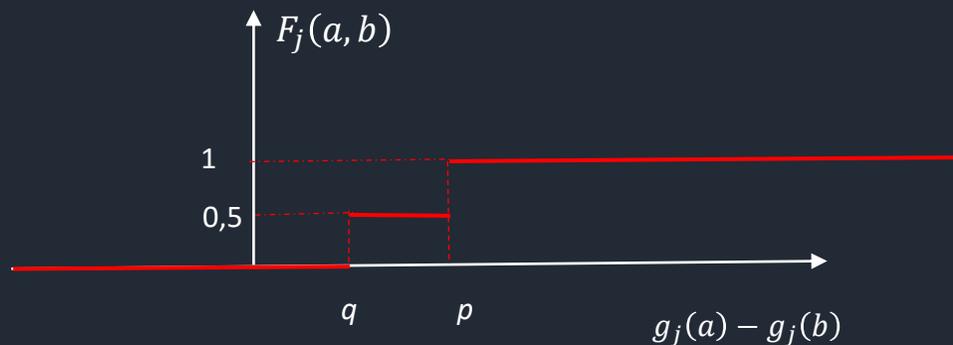
Regras de sobreclassificação - PROMETHEE

4. limiar de indiferença q e de preferência p :

$$g_j(a) - g_j(b) > p, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_j(a) - g_j(b) \leq q, \quad F_j(a, b) = 0$$

$$q \leq g_j(a) - g_j(b) \leq p, \quad F_j(a, b) = 1/2$$



PROMETHEE II – Exemplo de aplicação

- Aplicação do PROMETHEE II para priorização de problemas relacionado à modos de desperdício em “lean office”;
- Baseado em trabalho desenvolvido por:
Souza, R. V.; Carpinetti, L. C. R. (2014) A FMEA-based approach to prioritize waste reduction in lean implementation. *Int. J. Quality and Reliability Management*, 31 (4), pp. 346-366.

PROMETHEE II – Exemplo de aplicação

- As alternativas avaliadas para priorização são os diversos modos de desperdício em “lean office” identificados;
- Os modos de desperdício foram avaliados nos seguintes critérios:
 - C_1 : Severidade do modo de desperdício;
 - C_2 : Ocorrência do modo de desperdício;
 - C_3 : Oportunidade de detecção do desperdício.

PROMETHEE II – Exemplo de aplicação

Escala dos critérios: escala ordinal de 1 a 10:

- Severidade (C_1), quanto maior a nota, mais severa a consequência;
- Ocorrência (C_2), quanto maior a nota, mais frequente o modo de desperdício;
- Detecção (C_3), quanto maior a nota, mais difícil detectar antecipadamente o modo de desperdício.

PROMETHEE II – Exemplo – Escala de Severidade

Nota	Descrição qualitativa (perspectiva interna)	Descrição qualitativa (perspectiva do cliente)
1	Mal uso ou sub-uso de recurso que não é restritivo. Baixo impacto em custo	Não impõe dificuldade ou restrição ao cliente
2	Atrasos em fluxos não críticos que não impactam prazo de entrega. Pequeno aumento de custo por improdutividade	Não afeta o cliente.
3	Geração de informação duplicada que causa desperdício de tempo e recurso.	O cliente pode ter dificuldade.
⋮	⋮	⋮
8	Atrasos em fluxos que impactam o prazo de entrega. Aumento de custo.	Impossibilidade de uso do serviço e sem possibilidade de reparo pelo cliente. Possibilidade de perda temporária de cliente
9	Mal uso ou sub-uso de um recurso restritivo. Aumento de custo no médio prazo	Perda temporária de cliente com impacto na fatia de mercado
10	Atrasos em fluxos críticos que impactam o prazo de entrega. Aumento de custo no médio e longo prazo	Perda definitiva de cliente e de fatia de mercado

PROMETHEE – Exemplo

Avaliação dos modos de desperdício

Modo de Desperdício		Efeito do modo de falha	Severidade (C1)	Causa do desperdício	Ocorrência (C2)	Deteccão (C3)
1	Muitas etapas até enviar projeto para aprovação do cliente	Atrasos que impactam o prazo	6	Excesso de burocracia/procedimentos	7	10
2	Documento parado à espera de aprovação em São Paulo	Possível perda temporária de cliente	9	Procedimento de assinatura de documentos básicos	8	9
3	Atrasos na produção por não entrega de peças necessárias	Aumento de custo e de prazo	8	Peças compradas pelo cliente	2	8
4	Colaboradores frequentemente interrompidos enquanto executam atividades	Nal uso dos recursos e aumento de custos	7	Falta de senso de urgência e mal definição de responsabilidades	8	5
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

PROMETHEE – Exemplo

Avaliação dos modos de desperdício

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Detecção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

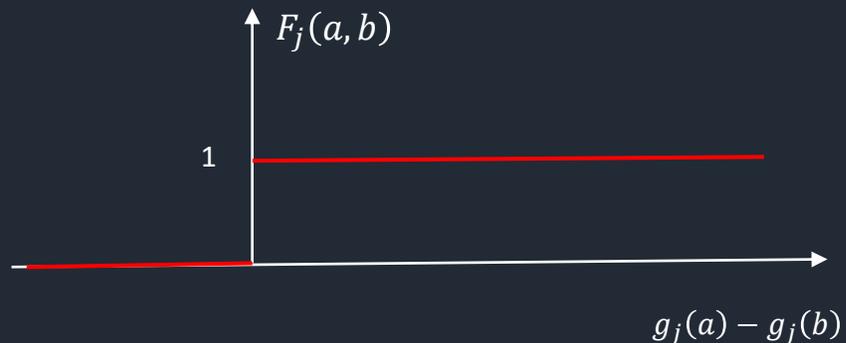
PROMETHEE – Exemplo

Construção das matrizes com diferenças par-a-par

Uso da regra de preferência estrita:

$$g_j(a) - g_j(b) > 0, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_j(a) - g_j(b) \leq 0, \quad F_j(a, b) = 0$$



PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Severidade (C1)

$$g_j(a) - g_j(b) \leq 0, \quad F_j(a, b) = 0$$

$$g_1(D_1) - g_1(D_2) \leq 0, \quad F_1(D_1, D_2) = 0$$



	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	--	0						
D2		--						
D3			--					
D4				--				
D5					--			
D6						--		
D7							--	
D8								--

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Deteção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Severidade (C1)

$$g_j(a) - g_j(b) \leq 0, \quad F_j(a, b) = 0$$

$$g_1(D_1) - g_1(D_3) \leq 0, \quad F_1(D_1, D_3) = 0$$



	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	--	0	0					
D2		--						
D3			--					
D4				--				
D5					--			
D6						--		
D7							--	
D8								--

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Deteção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Severidade (C1)

$$g_j(a) - g_j(b) > 0, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_1(D_2) - g_1(D_1) > 0, \quad F_1(D_2, D_1) = 1$$



	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	--	0	0					
D2	1	--						
D3			--					
D4				--				
D5					--			
D6						--		
D7							--	
D8								--

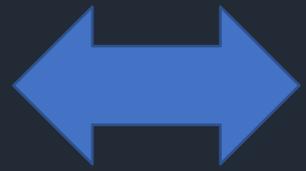
Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Deteção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Severidade (C1)

$$g_j(a) - g_j(b) > 0, \quad F_j(a, b) = 1$$

$$g_1(D_3) - g_1(D_1) >, \quad F_1(D_3, D_1) = 1$$



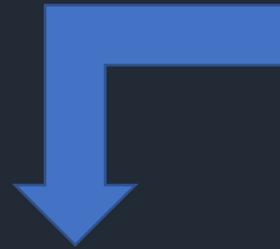
Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Deteção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	--	0						
D2	1	--						
D3	1		--					
D4				--				
D5					--			
D6						--		
D7							--	
D8								--



PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Severidade (C1)



	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	0	0	1	0	0	1
D2	1	0	1	1	1	1	1	1
D3	1	0	0	1	1	0	1	1
D4	1	0	0	0	1	0	1	1
D5	0	0	0	0	0	0	0	0
D6	1	0	0	1	1	0	1	1
D7	0	0	0	0	1	0	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Detecção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Ocorrência (C2)



	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	1	0	0	1	0	1
D2	1	0	1	0	0	1	0	1
D3	0	0	0	0	0	0	0	0
D4	1	0	1	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	1	0	1	0	1
D6	0	0	1	0	0	0	0	1
D7	1	1	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Deteção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de diferenças para o critério Detecção (C3)



	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	1	1	1	0	1	1	1
D2	0	0	1	1	0	1	0	1
D3	0	0	0	1	0	0	0	1
D4	0	0	0	0	0	0	0	0
D5	0	1	1	1	0	1	1	1
D6	0	0	0	1	0	0	0	1
D7	0	0	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	1	0	0	0	0

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Detecção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

Passo-a-passo do PROMETHEE II

Agregar matrizes:

- A partir das matrizes das diferenças entre as alternativas (para cada critério), calcula-se o grau de sobreclassificação de a sobre b , para cada par de alternativa (a, b) , dado por:

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n p_j F_j(a, b) \quad \sum_{j=1}^n p_j = 1$$

- Onde p_i é o peso de cada critério i :

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de grau do sobreclassificação

$p_2 = 0,3$

C2	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	1	0	0	1	0	1
D2	1	0	1	0	0	1	0	1
D3	0	0	0	0	0	0	0	0
D4	1	0	1	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	1	0	1	0	1
D6	0	0	1	0	0	0	0	1
D7	1	1	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

$p_3 = 0,3$

C3	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	1	1	1	0	1	1	1
D2	0	0	1	1	0	1	0	1
D3	0	0	0	1	0	0	0	1
D4	0	0	0	0	0	0	0	0
D5	0	1	1	1	0	1	1	1
D6	0	0	0	1	0	0	0	1
D7	0	0	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	1	0	0	0	0

$p_1 = 0,4$

C1	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	0	0	1	0	0	1
D2	1	0	1	1	1	1	1	1
D3	1	0	0	1	1	0	1	1
D4	1	0	0	0	1	0	1	1
D5	0	0	0	0	0	0	0	0
D6	1	0	0	1	1	0	1	1
D7	0	0	0	0	1	0	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n p_j F_j(a, b) \rightarrow \pi(D_1, D_2) = 0,4 * 0 + 0,3 * 0 + 0,3 * 1 = 0,3$$

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de grau do sobreclassificação

$p_2 = 0,3$

C2	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	1	0	0	1	0	1
D2	1	0	1	0	0	1	0	1
D3	0	0	0	0	0	0	0	0
D4	1	0	1	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	1	0	1	0	1
D6	0	0	1	0	0	0	0	1
D7	1	1	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

$p_3 = 0,3$

C3	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	1	1	1	0	1	1	1
D2	0	0	1	1	0	1	0	1
D3	0	0	0	1	0	0	0	1
D4	0	0	0	0	0	0	0	0
D5	0	1	1	1	0	1	1	1
D6	0	0	0	1	0	0	0	1
D7	0	0	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	1	0	0	0	0

$p_1 = 0,4$

C1	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	0	0	1	0	0	1
D2	1	0	1	1	1	1	1	1
D3	1	0	0	1	1	0	1	1
D4	1	0	0	0	1	0	1	1
D5	0	0	0	0	0	0	0	0
D6	1	0	0	1	1	0	1	1
D7	0	0	0	0	1	0	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n p_j F_j(a, b) \rightarrow \pi(D_1, D_3) = 0,4 * 0 + 0,3 * 1 + 0,3 * 1 = 0,6$$

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de grau do sobreclassificação

$p_2 = 0,3$

C2	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	1	0	0	1	0	1
D2	1	0	1	0	0	1	0	1
D3	0	0	0	0	0	0	0	0
D4	1	0	1	0	0	1	0	1
D5	1	1	1	1	0	1	0	1
D6	0	0	1	0	0	0	0	1
D7	1	1	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

$p_3 = 0,3$

C3	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	1	1	1	0	1	1	1
D2	0	0	1	1	0	1	0	1
D3	0	0	0	1	0	0	0	1
D4	0	0	0	0	0	0	0	0
D5	0	1	1	1	0	1	1	1
D6	0	0	0	1	0	0	0	1
D7	0	0	1	1	0	1	0	1
D8	0	0	0	1	0	0	0	0

$p_1 = 0,4$

C1	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0	0	0	0	1	0	0	1
D2	1	0	1	1	1	1	1	1
D3	1	0	0	1	1	0	1	1
D4	1	0	0	0	1	0	1	1
D5	0	0	0	0	0	0	0	0
D6	1	0	0	1	1	0	1	1
D7	0	0	0	0	1	0	0	1
D8	0	0	0	0	0	0	0	0

$$\pi(a, b) = \sum_{j=1}^n p_j F_j(a, b) \rightarrow \pi(D_2, D_1) = 0,4 * 1 + 0,3 * 1 + 0,3 * 0 = 0,7$$

PROMETHEE – Exemplo

Matriz de grau do sobreclassificação

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0,00	0,30	0,60	0,30	0,40	0,60	0,30	1,00
D2	0,70	0,00	1,00	0,70	0,40	1,00	0,40	1,00
D3	0,40	0,00	0,00	0,70	0,40	0,00	0,40	0,70
D4	0,70	0,00	0,30	0,00	0,40	0,30	0,40	0,70
D5	0,30	0,60	0,60	0,60	0,00	0,60	0,30	0,60
D6	0,40	0,00	0,30	0,70	0,40	0,00	0,40	1,00
D7	0,30	0,30	0,60	0,60	0,40	0,60	0,00	1,00
D8	0,00	0,00	0,00	0,30	0,00	0,00	0,00	0,00

Passo-a-passo do PROMETHEE II

- A ordenação é baseada na utilização do fluxo líquido:

$$\phi(a) = \phi^+(a) - \phi^-(a)$$

- Onde:

$$\phi^+(a) = \sum \pi(a, b)$$



Representa o somatório de preferência da alternativa a sobre todas as alternativas “b”, no conjunto A.

$$\phi^-(a) = \sum_{b \in A} \pi(b, a)$$



Representa o somatório de preferência da alternativa b sobre todas as alternativas “a”, no conjunto A.

PROMETHEE – Exemplo

Cálculo dos fluxos líquidos

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0,00	0,30	0,60	0,30	0,40	0,60	0,30	1,00
D2	0,70	0,00	1,00	0,70	0,40	1,00	0,40	1,00
D3	0,40	0,00	0,00	0,70	0,40	0,00	0,40	0,70
D4	0,70	0,00	0,30	0,00	0,40	0,30	0,40	0,70
D5	0,30	0,60	0,60	0,60	0,00	0,60	0,30	0,60
D6	0,40	0,00	0,30	0,70	0,40	0,00	0,40	1,00
D7	0,30	0,30	0,60	0,60	0,40	0,60	0,00	1,00
D8	0,00	0,00	0,00	0,30	0,00	0,00	0,00	0,00

$$\phi^+(D_1) = \sum \pi(D_1, b)$$

$$\phi^+(D_1) = 0,3 + 0,6 + 0,3 + 0,4 + 0,6 + 0,3 + 1 = 3,5$$

$$\phi^-(D_1) = \sum \pi(D_1, b)$$

$$\phi^-(D_1) = 0,7 + 0,4 + 0,7 + 0,3 + 0,4 + 0,3 = 2,8$$

$$\phi(D_1) = \phi^+(D_1) - \phi^-(D_1)$$

$$\phi(D_1) = 3,5 - 2,8$$

PROMETHEE – Exemplo

Cálculo dos fluxos líquidos

	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7	D8
D1	0,00	0,30	0,60	0,30	0,40	0,60	0,30	1,00
D2	0,70	0,00	1,00	0,70	0,40	1,00	0,40	1,00
D3	0,40	0,00	0,00	0,70	0,40	0,00	0,40	0,70
D4	0,70	0,00	0,30	0,00	0,40	0,30	0,40	0,70
D5	0,30	0,60	0,60	0,60	0,00	0,60	0,30	0,60
D6	0,40	0,00	0,30	0,70	0,40	0,00	0,40	1,00
D7	0,30	0,30	0,60	0,60	0,40	0,60	0,00	1,00
D8	0,00	0,00	0,00	0,30	0,00	0,00	0,00	0,00

$$\phi^+(D_2) = \sum \pi(D_1, b)$$

$$\phi^+(D_2) = 0,7 + 1 + 0,7 + 0,4 + 1 + 0,4 + 1 = 5,2$$

$$\phi^-(D_2) = \sum \pi(D_1, b)$$

$$\phi^-(D_2) = 0,3 + 0,6 + 0,3 = 1,2$$

$$\phi(D_2) = \phi^+(D_1) - \phi^-(D_1)$$

$$\phi(D_2) = 5,2 - 1,2$$

PROMETHEE – Exemplo

Cálculo dos fluxos líquidos

Calculo dos fluxos	Positivos $\emptyset+$	Negativos $\emptyset-$	Fluxo Líquido \emptyset	Ordenação
D1	3,50	2,80	0,70	4
D2	5,20	1,20	4,00	1
D3	2,60	3,40	-0,80	6
D4	2,80	3,90	-1,10	7
D5	3,60	2,40	1,20	3
D6	3,20	3,10	0,10	5
D7	3,80	2,20	1,60	2
D8	0,30	6,00	-5,70	8

PROMETHEE – Exemplo prioridades de alternativas

	Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Detecção (C3)
4º	D1	6	7	10
1º	D2	9	8	9
6º	D3	8	2	8
7º	D4	7	8	5
3º	D5	1	10	10
5º	D6	8	3	8
2º	D7	6	10	9
8º	D8	1	2	6

D2 > D7 > D5 > D1 > D6 > D3 > D4 > D8

PROMETHEE FMEA Tradicional

Desperdício	Severidade (C1)	Ocorrência (C2)	Detecção (C3)
D1	6	7	10
D2	9	8	9
D3	8	2	8
D4	7	8	5
D5	1	10	10
D6	8	3	8
D7	6	10	9
D8	1	2	6

PROMETHEE

$D2 > D7 > D5 > D1 > D6 > D3 > D4 > D8$

$D2 > D7 > D1 > D4 > D6 > D3 > D5 > D8$

FMEA Tradicional (S x O x D)

Família PROMETHEE

- PROMETHEE I – Cria rankings parciais (índices de preferência ou indiferença);
- **PROMETHEE II – Cria um ranking completo das alternativas;**
- PROMETHEE III – Para problemas de decisão com componentes estatocásticos;
- PROMETHEE IV – Cria um ranking completo ou parcial quando o conjunto de soluções é contínuo;
- PROMETHEE V – Permite a inserção de restrições e gargalos;
- PROMETHEE VI – Permite definir intervalos para os pesos dos critérios

Referências

- Araujo, A. G.; Almeida, A. T. Apoio à decisão na seleção de investimentos em petróleo e gás: uma aplicação utilizando o método PROMETHEE. *Gestão & Produção*, v. 16, n. 4, p. 534-543, 2009.
- Brans, Vincke e Mareschal (1986) “How to select and rank projects: the PROMETHE method”. *European J. O. Research*, 24, 228-238.
- Souza, R. V.; Carpinetti, L. C. R. (2014) A FMEA-based approach to prioritize waste reduction in lean implementation. *Int. J. Quality and Reliability Management*, 31 (4), pp. 346-366.