

PQI – 3303 – Fenômenos de Transporte III

Aula 07

José Luís de Paiva

Departamento de Engenharia Química da EPUSP

Coeficientes Convectivos de Transporte de Massa

1. Transporte de Massa em Tubos Cilíndricos

$$\rho \frac{Dx_A}{Dt} = \frac{\partial \rho x_A}{\partial t} + \text{div} \rho x_A \vec{v} = -\text{div} \vec{J}_A + \dot{r}_A$$

Regime laminar, permanente, incompressível, sem reação química e modelo de Fick:

$$\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho_A = D_{AB} \text{Lap} \rho_A$$

$$u_r \frac{\partial \rho_A}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial \rho_A}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial \rho_A}{\partial z} = D_{AB} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \rho_A}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial z^2} \right]$$

$$u_z \frac{\partial \rho_A}{\partial z} = D_{AB} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \rho_A}{\partial r} \right)$$

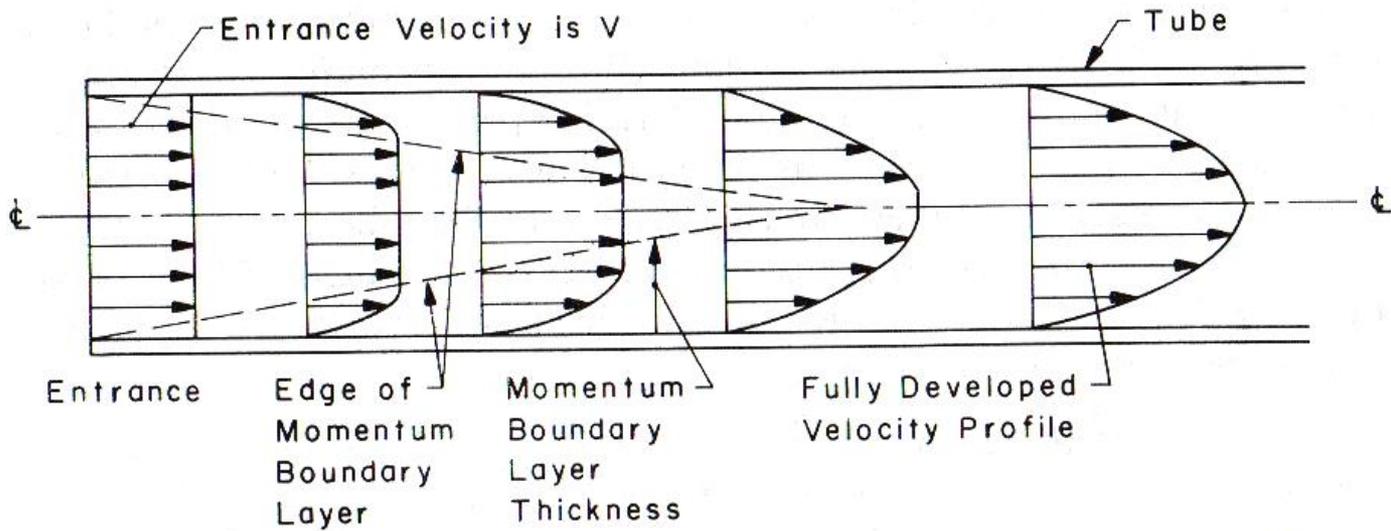


Figure 5.10. Development of the momentum boundary layer and velocity profile for laminar flow in the entrance region of a tube.

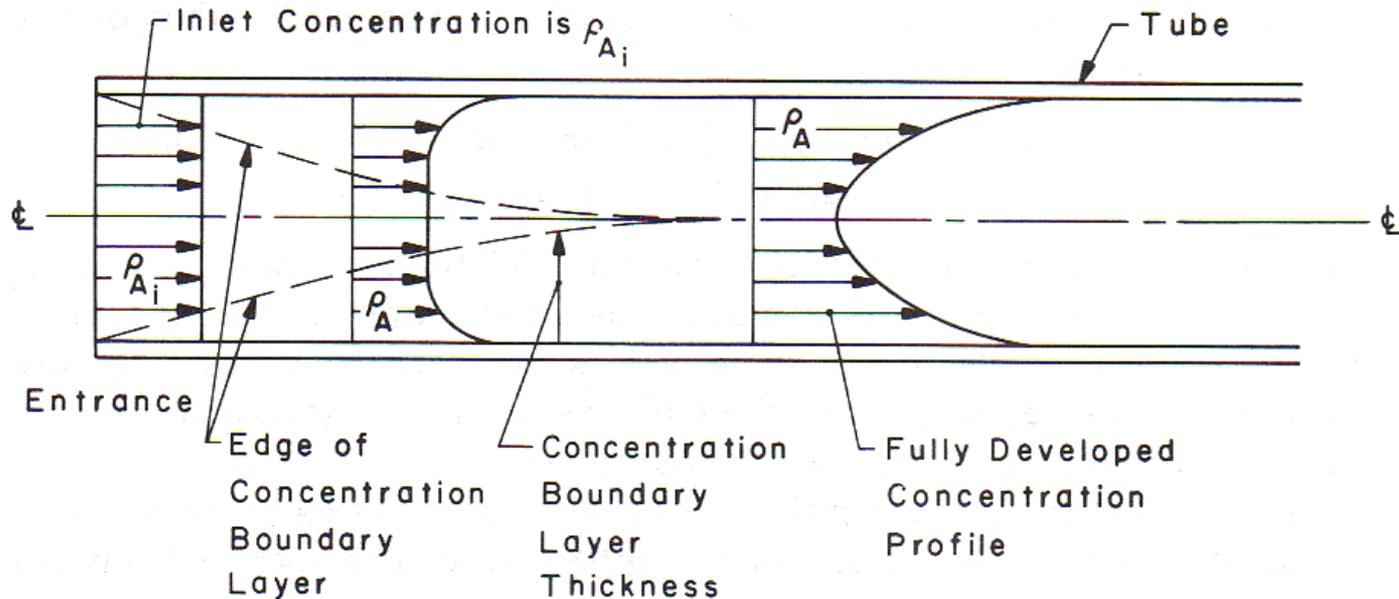


Figure 5.11. Development of the concentration boundary layer and profile for laminar flow in the entrance region of a tube. Transfer is from the tube walls to the fluid.

Efeito de Entrada

Perfil de concentração– Tubo - Laminar

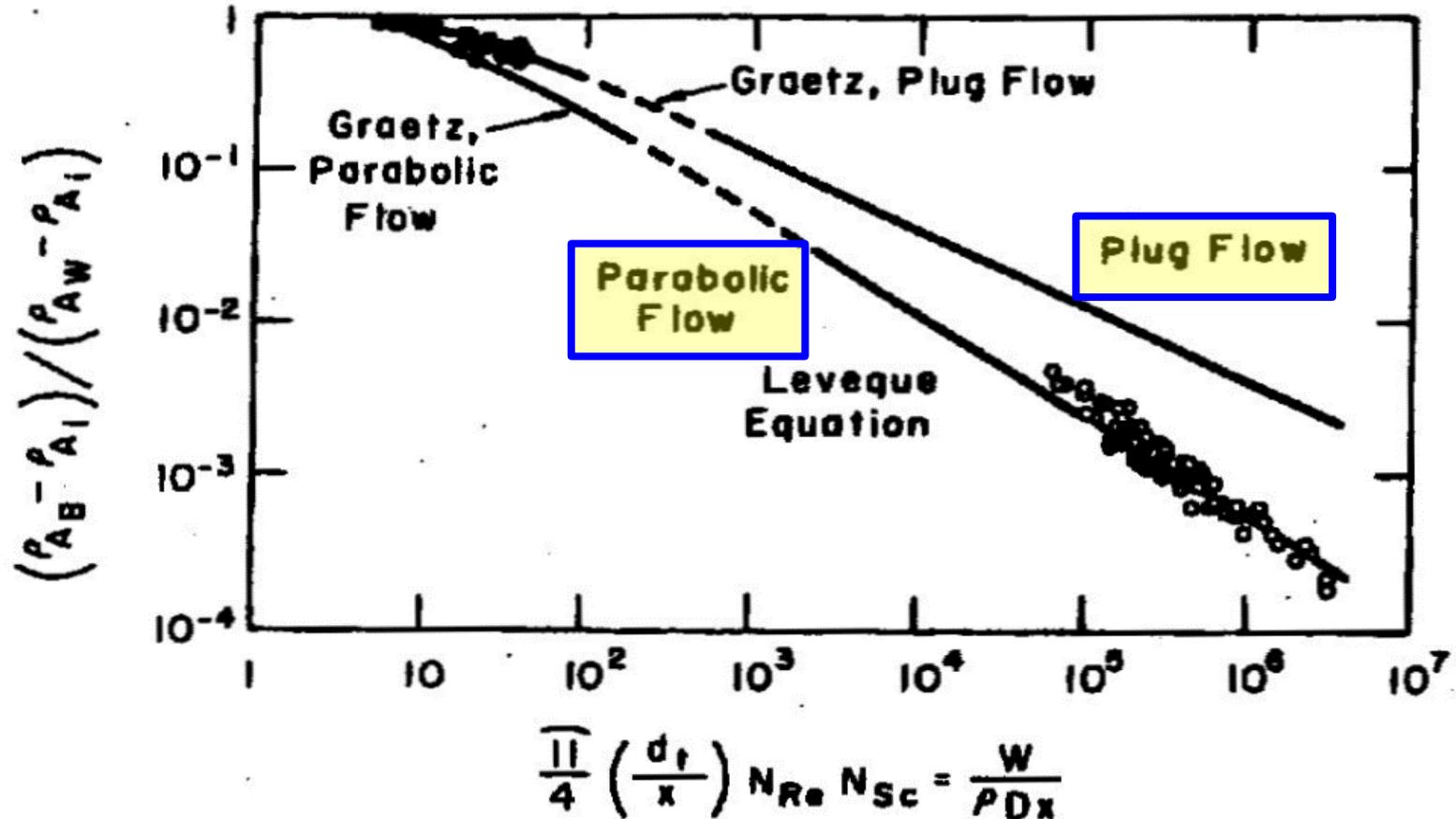
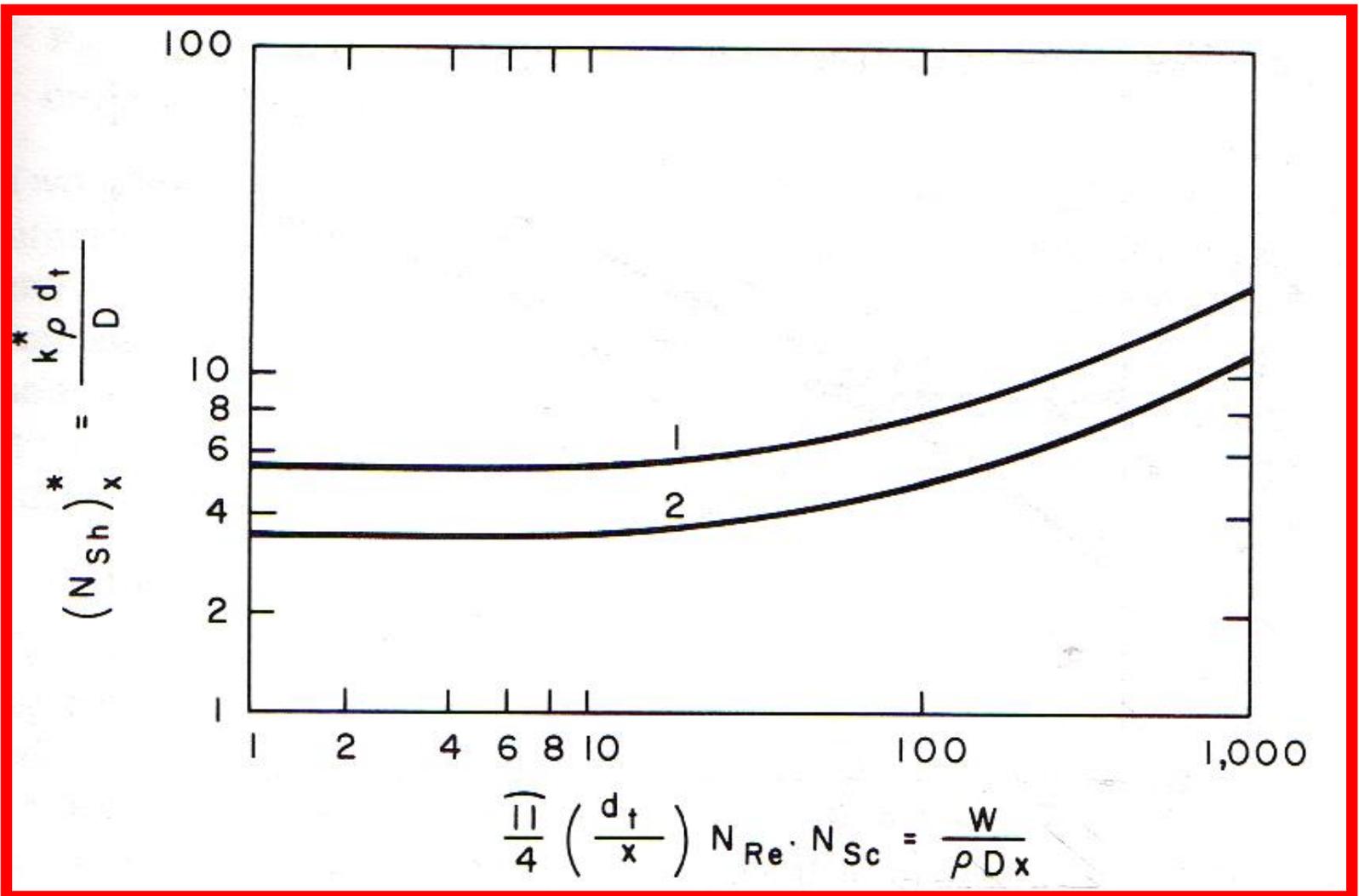


Figure 5.14. Mass transfer in laminar flow through a tube with plug and parabolic velocity distributions (Linton and Sherwood, 1950).

Sh_x – local – Turbo - laminar



Sh_{LN} e Sh_a – Tubo - Laminar

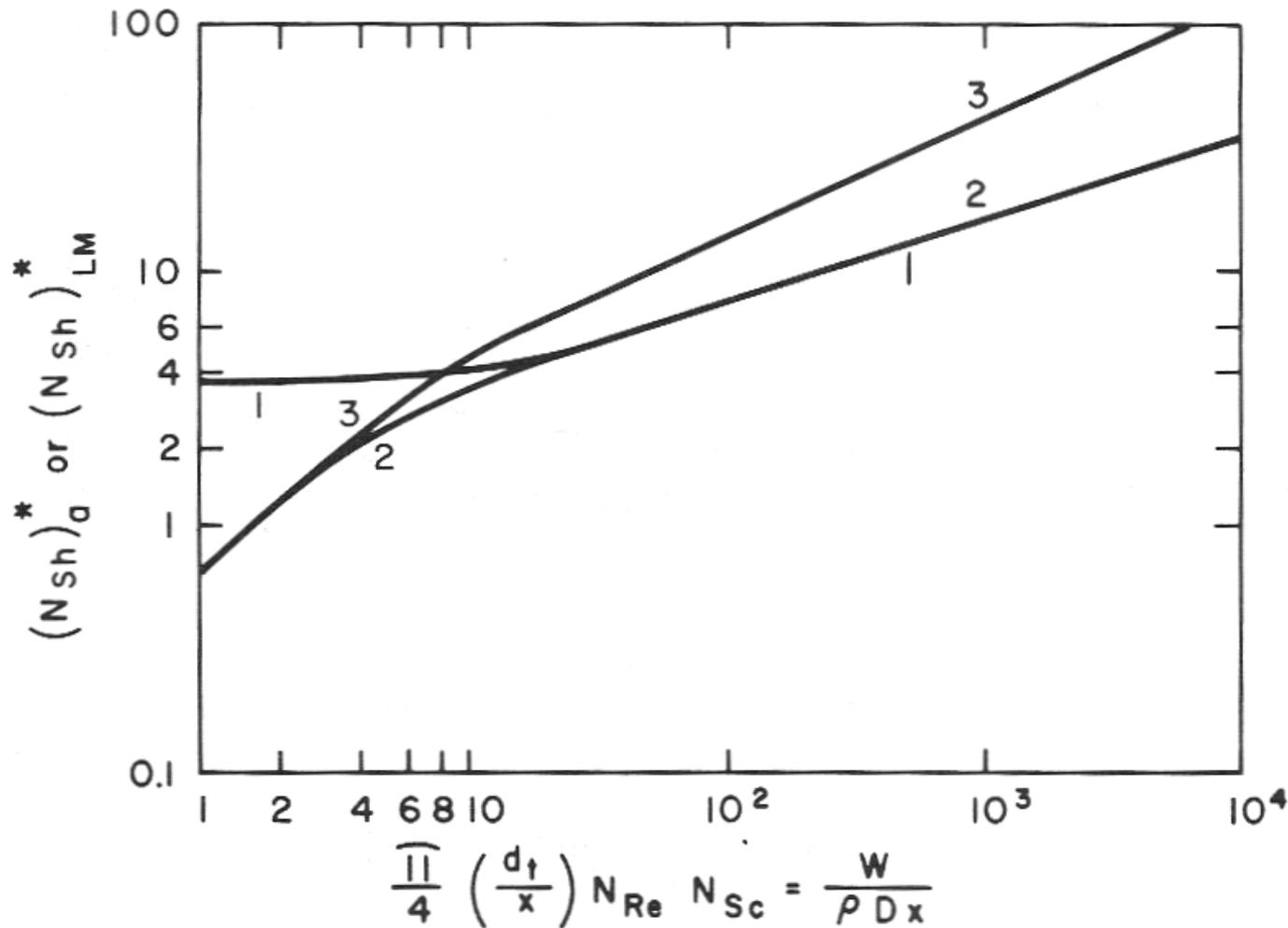


Figure 5.16. Average Sherwood number for mass transfer in laminar flow through a tube with uniform wall concentration. Curve 1: Fully developed parabolic velocity distribution, $(N_{sh})_{LM}^*$. Curve 2: Fully developed parabolic velocity distribution, $(N_{sh})_a^*$. Curve 3: Plug flow, $(N_{sh})_a^*$.

1. Transporte de Massa em Tubos Cilíndricos

Sherwood médio logarítmico, Sh_{LN} , para concentração constante na parede e perfil parabólico de velocidade (desenvolvido):

$$\frac{k_{\rho} D}{D_{AB}} = Sh_{LN} = 3,66 + \frac{0,0668(D/L)ReSc}{1 + 0,04[(D/L)ReSc]^{2/3}}$$

Fluxo de massa constante na parede e perfil parabólico de velocidade (desenvolvido)

$$\frac{k_{\rho} D}{D_{AB}} = Sh_{LN} = 4,36 + \frac{0,023(D/L)ReSc}{1 + 0,0012[(D/L)ReSc]}$$

1.2. Transporte de Massa em Tubos Cilíndricos: Escoamento Turbulento

$$f = 0,046 \text{Re}^{-0,2}$$

Para $3 \cdot 10^4 < \text{Re} < 10^6$

Analogia de Colburn:

$$\text{Sh}_{\text{LN}} = \frac{f}{2} \text{Re} \text{Sc}^{1/3} = 0,023 \text{Re}^{0,8} \text{Sc}^{1/3}$$

Correlação semi-empírica - Gilliland e Sherwood (1935) -
para $2000 < \text{Re} < 35000$ e $0,6 < \text{Sc} < 2,5$:

$$\text{Sh}_{\text{LN}} = 0,023 \text{Re}^{0,83} \text{Sc}^{0,44}$$

Correlação semi-empírica - Sherwood e Lainton (1950) -
para $2000 < \text{Re} < 70000$ e $0,6 < \text{Sc} < 2500$:

$$\text{Sh}_{\text{LN}} = 0,023 \text{Re}^{0,83} \text{Sc}^{1/3}$$

1.3 Transporte de Massa em Coluna de parede molhada

$$\text{Sh} = 0,00814 \text{Re}^{0,83} \text{Sc}^{0,44} \left(\frac{4\Gamma}{\mu_L} \right)^{0,15}$$

sendo Γ a vazão de líquido por perímetro molhado. Esta correlação considera o efeito do escoamento do líquido no transporte de massa na fase gás. A correlação é válida para $2000 < \text{Re} < 20000$ e $4\Gamma/\mu_L < 1200$.

2. Escoamento externo - Esferas

Analogia com a transferência de calor:

$$\text{Sh} = \frac{k_{\rho} D}{D_{AB}} = 2 + 0,6 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{1/3}$$

**Correlação clássica de de Frössling (1938),
recomendada para número de Reynolds baixo:**

$$\text{Sh} = \frac{k_{\rho} D}{D_{AB}} = 2 + 0,552 \text{Re}^{0,5} \text{Sc}^{1/3}$$

K – esferas

Equation Number	Equation	Range of Variables	Reference
6.134	$N_{Sh}^* = 0.82 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$100 \leq N_{Re} \leq 3500$ $N_{Sc} = 1560$	Aksel'rud (1953)
6.135	$N_{Sh}^* = 0.582 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$300 \leq N_{Re} \leq 7600$ $N_{Sc} \doteq 1210$	Linton and Sutherland (1960)
6.136	$N_{Sh}^* = 0.692 N_{Re}^{0.514} N_{Sc}^{1/3}$	$500 \leq N_{Re} \leq 5000$	Pasternak and Gauvin (1960)
6.137	$N_{Sh}^* = 0.33 N_{Re}^{0.6} N_{Sc}^{1/3}$	$1500 \leq N_{Re} \leq 12000$	Evnochides and Thodos (1961)
6.138	$N_{Sh}^* = 0.74 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$120 \leq N_{Re} \leq 6000$ $N_{Sc} \doteq 2.44$	Skelland and Cornish (1963)
With $N_{Sh\ nc}^*$:			
6.139	$N_{Sh}^* = 44 + 0.48 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$20 \leq N_{Re} \leq 850$ $N_{Sc} = 1210$	Garner and Grafton (1954)
6.140	$N_{Sh}^* = N_{Sh\ nc}^* + 0.347 (N_{Re} N_{Sc}^{1/2})^{0.62}$	$1 \leq N_{Re} \leq 3 \times 10^4$ $0.6 \leq N_{Sc} \leq 3200$	Steinberger and Treybal (1960)
	$N_{Sh\ nc}^* = 2 + 0.569 (N_{Gr} N_{Sc})^{0.25}$	$N_{Gr} N_{Sc} < 10^8$	
	$N_{Sh\ nc}^* = 2 + 0.0254 (N_{Gr} N_{Sc})^{1/3} N_{Sc}^{0.244}$	$N_{Gr} N_{Sc} > 10^8$	

K – esferas

Table 6.3. Some experimental correlations of forced-convection mass transfer from single spheres.^a

Equation Number	Equation	Range of Variables	Reference
With N_{Sh0}^*			
6.127	$N_{Sh}^* = 2 + 0.552 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$2 \leq N_{Re} \leq 800$ $0.6 \leq N_{Sc} \leq 2.7$	Frössling, (1938, 1940) Maxwell and Storrow (1957)
6.128	$N_{Sh}^* = 2 + 0.60 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$2 \leq N_{Re} \leq 200$ $0.6 \leq N_{Sc} \leq 2.5$	Ranz and Marshall (1952)
6.129	$N_{Sh}^* = 2 + 0.544 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$50 \leq N_{Re} \leq 350$ $N_{Sc} = 1$	Hsu, Sato, and Sage (1954)
6.130	$N_{Sh}^* = 2 + 0.95 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$100 \leq N_{Re} \leq 700$ $1200 \leq N_{Sc} \leq 1525$	Garner and Suckling (1958)
6.131	$N_{Sh}^* = 2 + 0.575 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{0.35}$	$1 < N_{Re}$ $1 \leq N_{Sc}$	Griffith (1960)
6.132	$N_{Sh}^* = 2 + 0.79 N_{Re}^{1/2} N_{Sc}^{1/3}$	$20 \leq N_{Re} \leq 2000$	Rowe, Claxton, and Lewis (1965)
Without N_{Sh0}^*			
6.133	$N_{Sh}^* = 0.43 N_{Re}^{0.56} N_{Sc}^{1/3}$	$200 \leq N_{Re} \leq 4 \times 10^4$ "air" $\leq N_{Sc} \leq$ "water"	Williams (1942) Maisel and Sherwood (1950) Linton and Sherwood (1950)

3. Escoamento externo - Gotas e bolhas

Em sistemas envolvendo bolhas de gás o processo é geralmente controlado pelo transporte na fase líquida. Para o coeficiente convectivo referente à fase líquida Treybal (1981) sugere a correlação:

$$\text{Sh} = \frac{k_p D}{D_{AB,L}} = 2 + b' \text{Re}_G^{0,779} \text{Sc}_L^{1/3} \left(\frac{Dg^{1/3}}{D_{AB,L}} \right)$$

Onde: $\text{Re}_G = DV_G \rho_L / \mu_L$, V_G é a velocidade da bolha, $b' = 0,061$ para bolhas simples e $b' = 0,0187$ para conjunto de bolhas.

No caso de gotas grandes (acima de 3 mm de diâmetro), ascendendo em líquidos agitados, o coeficiente convectivo externo pode ser calculado pela correlação:

$$\text{Sh} = \frac{k_p D}{D_{AB,L}} = 0,42 \left(\frac{D^3 \Delta \rho g}{\rho v^2} \right)^{1/3} \text{Sc}^{1/2} \quad (16)$$

Onde: $\Delta \rho$ é a diferença de densidade entre as fases; as demais propriedades são da fase líquida contínua (não dispersa).

3. Escoamento externo - Gotas e bolhas

Para gotas menores o coeficiente convectivo externo pode ser expresso por:

$$\text{Sh} = \frac{k_p D}{D_{AB,L}} = 1,13 \left(\frac{DV}{D_{AB,L}} \right)^{0,8} \quad (17)$$

Onde: V é velocidade da gota.

O estudo do transporte de massa no interior de gotas é bastante complexo em função do processo convectivo no interior da mesma. Gotas pequenas são consideradas como estagnadas (sem recirculação interna). Em gotas maiores os efeitos devido à recirculação interna e à interface gás-líquido são muito importantes e devem ser considerados.

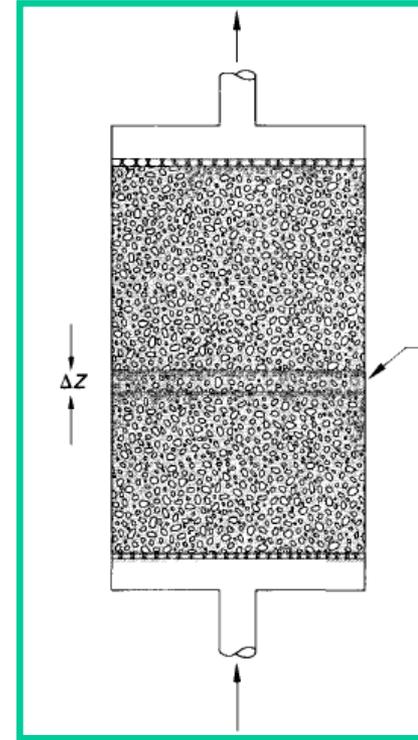
k_c bolha – fase contínua

Table 8.2. Empirical correlations for k_{cr}^* .

Droplet condition	Eq. no.	Correlation	Reference
Stagnant, single, spherical ^a	8.60	$k_{cr}^* = 0.74 \frac{D_c}{d_p} \left(\frac{\rho}{M} \right)_{av} \left(\frac{d_p u_s \rho_c}{\mu_c} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_c}{\rho_c D_c} \right)^{1/3}$	Skelland and Cornish (1963)
Stagnant, single, oblate spheroidal ^b	8.61	$k_{cr}^* = 0.74 \frac{D_c}{d_3} \left(\frac{\rho}{M} \right)_{av} \left(\frac{d_3 u_s \rho_c}{\mu_c} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_c}{\rho_c D_c} \right)^{1/3}$	Skelland and Cornish (1963)
Circulating, single drop stream	8.62	$k_{cr}^* = 0.6 \frac{D_c}{d_p} \left(\frac{\rho}{M} \right)_{av} \left(\frac{d_p u_s \rho_c}{\mu_c} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_c}{\rho_c D_c} \right)^{1/2}, \text{ low } \sigma$	Garner and Tayeban (1960)
Circulating, swarms of drops	8.63	$k_{cr}^* = 0.725 \left(\frac{\rho}{M} \right)_{av} \left(\frac{d_p u_s \rho_c}{\mu_c} \right)^{-0.43} \left(\frac{\mu_c}{\rho_c D_c} \right)^{-0.58} u_s (1 - \phi_d), \text{ low } \sigma$	Ruby and Elgin (1955), Treybal (1963)
Oscillating, single drop stream	8.64	$k_{cr}^* = \frac{D_c}{d_p} \left(\frac{\rho}{M} \right)_{av} \left[50 + 0.0085 \left(\frac{d_p u_s \rho_c}{\mu_c} \right)^{1.0} \left(\frac{\mu_c}{\rho_c D_c} \right)^{0.7} \right], \text{ low } \sigma$	Garner and Tayeban (1960)

4. Escoamento em Leitos Fixos

Área específica a , em m^2/m^3 , razão entre a área de transferência de massa e o volume de leito recheado.



No caso de leito de partículas esféricas a área, a , é relacionada à porosidade, ε , e o diâmetro da partículas, d_p , pela expressão:

$$a = \frac{6(1 - \varepsilon)}{d_p}$$

4. Escoamento em Leitos Fixos

Wilson e Geankoplis (1966) - transporte em líquidos em leitos fixos de esferas. Correlações para o fator j_D (da analogia de Colburn).

Re	Sc	Correlação
$0,0016 < Re < 55$	$165 < Sc < 70600$	$\varepsilon j_D = 1,09 Re^{-2/3}$
$55 < Re < 1500$	$165 < Sc < 10690$	$\varepsilon j_D = 0,25 Re^{-0,31}$

O número de Reynolds é calculado considerando-se a velocidade superficial, U' , baseada na velocidade no leito vazio:

$$Re = \frac{\rho U' d_p}{\mu} \quad (21)$$

Para geometrias diferentes de esférica, os autores sugerem que os valores do parâmetro εj_D , obtidos para esferas, sejam multiplicados por 0,79, no caso de cilindros (altura = diâmetro), e por 0,71 no caso cubos.

4. Escoamento em Leitos Fixos

Dwivedi e Upadhyay (1977), extensa compilação de dados para o escoamento de gases e líquidos, para $0,01 < Re < 15000$:

$$\varepsilon j_D = \frac{0,765}{Re^{0,82}} + \frac{0,365}{Re^{0,386}}$$