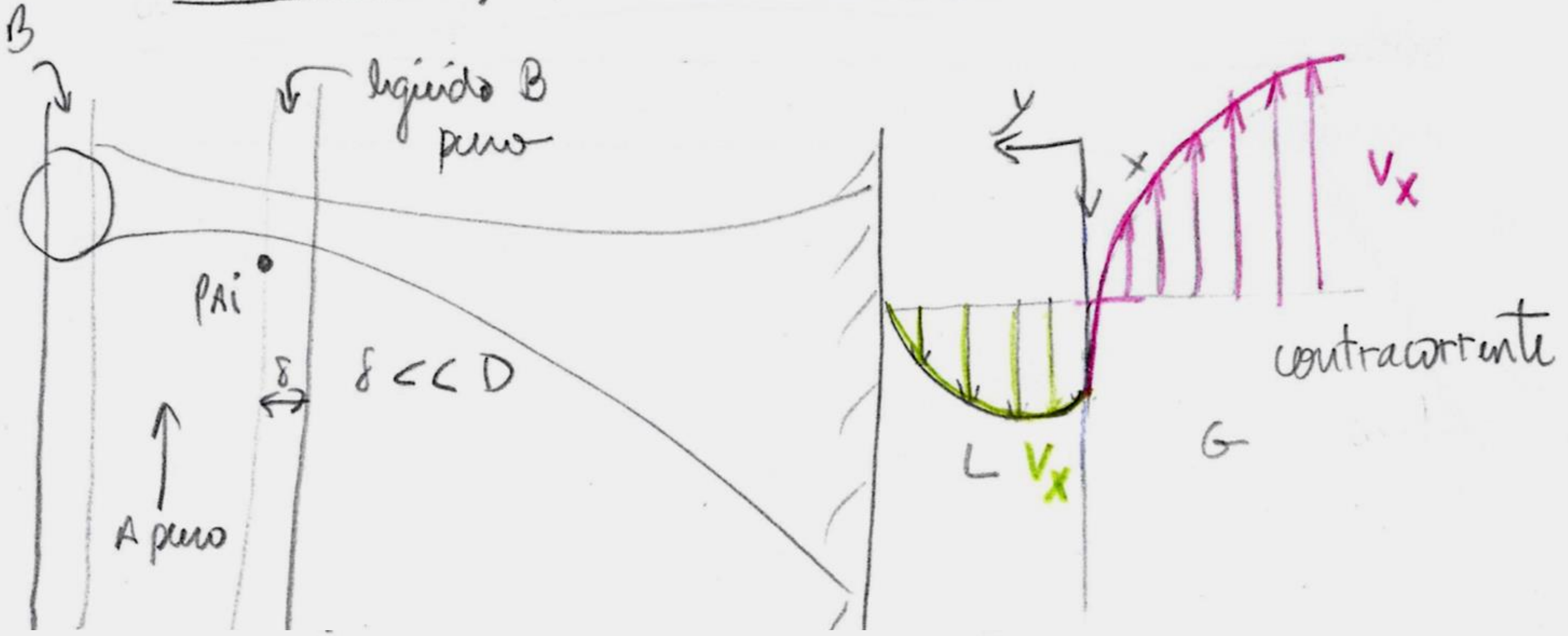
PQI – 3303 – Fenômenos de Transporte III
Exercícios – Lista 4

José Luís de Paiva

Departamento de Engenharia Química da EPUSP

2) Um filme de líquido B escoa na parede interna de um tubo (diâmetro D e comprimento L), no sentido descendente, em regime laminar. O filme tem espessura δ (<< D), viscosidade μ e densidade ρ. Na região interna do tubo tem-se o escoamento de um gás puro A, com solubilidade em B, ρ_{Ai} . Considere que B é alimentado ao tubo com concentração de A, ρ_{A0}. Obtenha uma expressão para o fluxo de transferência de A (local e médio) para a fase líquida, devido à difusão. Sabe-se que a fase líquida é diluída, o tempo de contato gás/líquido é baixo, B é pouco volátil e a difusividade de A no líquido é D_{AB}.

Coluna de parede molhada

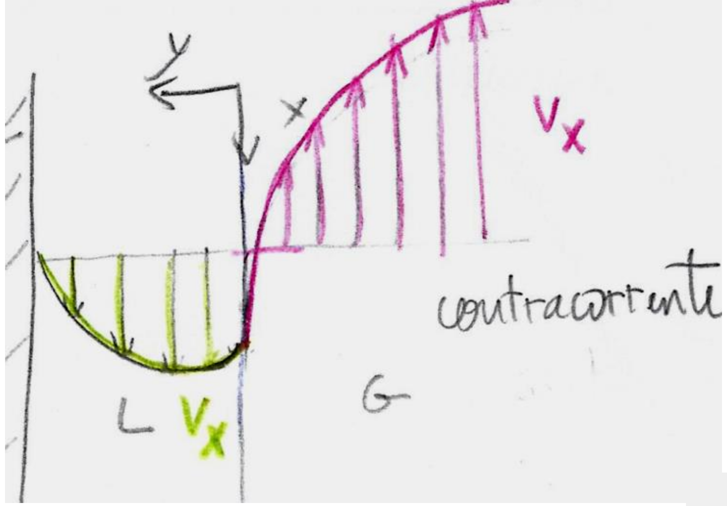


$$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \rho \vec{v} \cdot \text{grad}\, \vec{v} = -\overrightarrow{\text{grad}}\, P + \text{div}\, \vec{\vec{\tau}} + \rho \vec{g}$$

R.P., bidim.

$$\rho \left(v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right) + \rho g$$

incomp. $\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$



2) Um filme de líquido B escoa na parede interna de um tubo (diâmetro D e comprimento L), no sentido descendente, em regime laminar. O filme tem espessura δ (<< D), viscosidade μ e densidade ρ. Na região interna do tubo tem-se o escoamento de um gás puro A, com solubilidade em B, ρ_{Ai} . Considere que B é alimentado ao tubo com concentração de A, ρ_{A0}. Obtenha uma expressão para o fluxo de transferência de A (local e médio) para a fase líquida, devido à difusão. Sabe-se que a fase líquida é diluída, o tempo de contato gás/líquido é baixo, B é pouco volátil e a difusividade de A no líquido é D_{AB}.

Se desenvolvido $\rightarrow \dfrac{\partial v_x}{\partial x} = 0 \Rightarrow \dfrac{\partial v_y}{\partial y} = 0 \rightarrow v_y = 0$ (na parede)

$$\frac{\partial p}{\partial x} \cong 0 \quad (\rho_G\, g)$$

$$\mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -\rho g \Rightarrow \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} = -\frac{g}{\nu} \qquad \begin{cases} y = \delta \rightarrow v_x = 0 \\ y = 0 \rightarrow \dfrac{dv_x}{dy} \cong 0 \end{cases}$$

$$\boxed{v_x = \frac{g}{2\nu}(\delta^2 - y^2) = \frac{g\delta^2}{2\nu}\left(1 - \frac{y^2}{\delta^2}\right)} \qquad v_x = v_{máx}\left(1 - \frac{y^2}{\delta^2}\right)$$

$$\boxed{\bar{v}_x = \frac{\int \vec{v}\cdot d\vec{A}}{A} = \frac{g\delta^2}{3\nu}}$$

T. de Massa no líquido

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \operatorname{div} \rho_A \vec{v}^{\,0} = D_{AB} \operatorname{Lap} \rho_A + \dot{r}_A^{\,0}$$

s/ reação, incomp., bidim. e R.P. Fick (diluído)

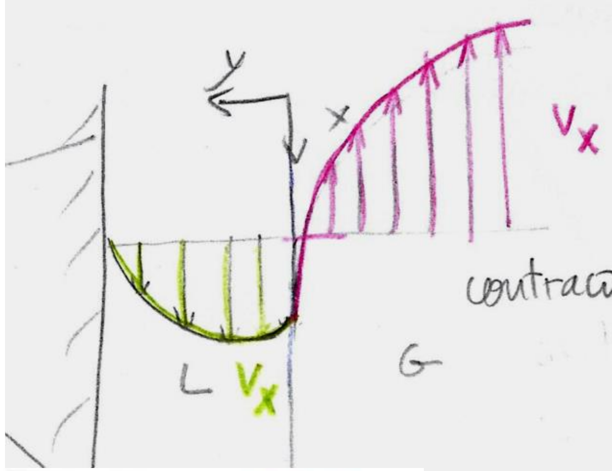
ρ cte

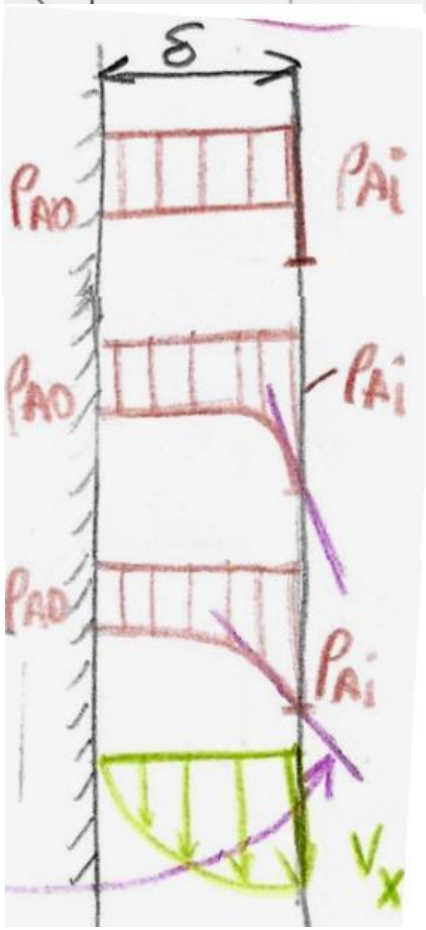
$$\rho_A \underbrace{\operatorname{div} \vec{v}}_{0} + \vec{v} \operatorname{grad} \rho_A = D_{AB} \operatorname{Lap} \rho_A$$

$$v_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} + \underbrace{v_y}_{0} \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = D_{AB} \left(\frac{\partial^2 \rho_A}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2} \right)$$

desprezível

$$\boxed{v_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2}}$$





$$\boxed{v_x \frac{\partial \rho_A}{\partial x} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2}}$$

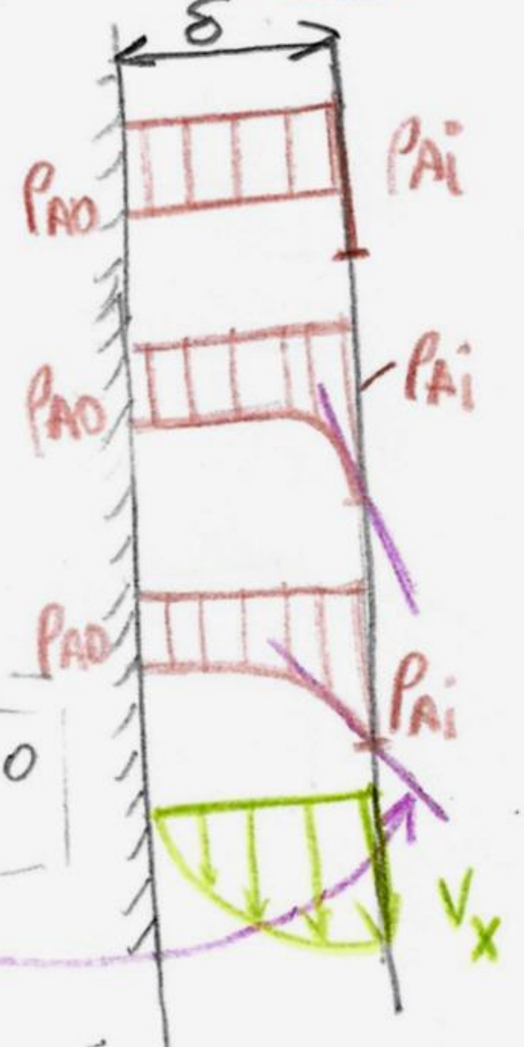
tempo de contato → $t_c = \dfrac{L}{v_{máx}}$; tempo de difusão → $t_D = \dfrac{\delta^2}{D_{AB}}$

Hipótese: baixo tempo de contato → $\begin{cases} t_c << t_D \\ v_x \simeq v_{máx} \end{cases}$

$$\boxed{v_{máx} \frac{\partial \rho_A}{\partial x} = D_{AB} \frac{\partial^2 \rho_A}{\partial y^2}} \quad \begin{cases} y = 0 \rightarrow \rho_A = \rho_{Ai} \\ y = \infty \rightarrow \rho_A = \rho_{A0} \\ x = 0 \rightarrow \rho_A = \rho_{A0} \end{cases}$$

$$\boxed{y = \delta \Rightarrow \frac{\partial \rho_A}{\partial y} = 0}$$

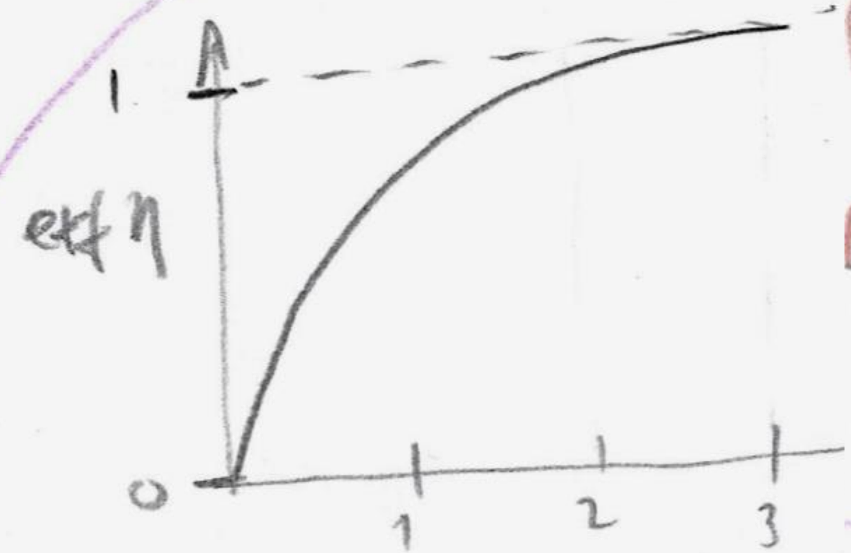
$$\boxed{\frac{\rho_A - \rho_{A0}}{\rho_{Ai} - \rho_{A0}} = 1 - \mathrm{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{4 D_{AB} x / v_{máx}}}\right)}$$

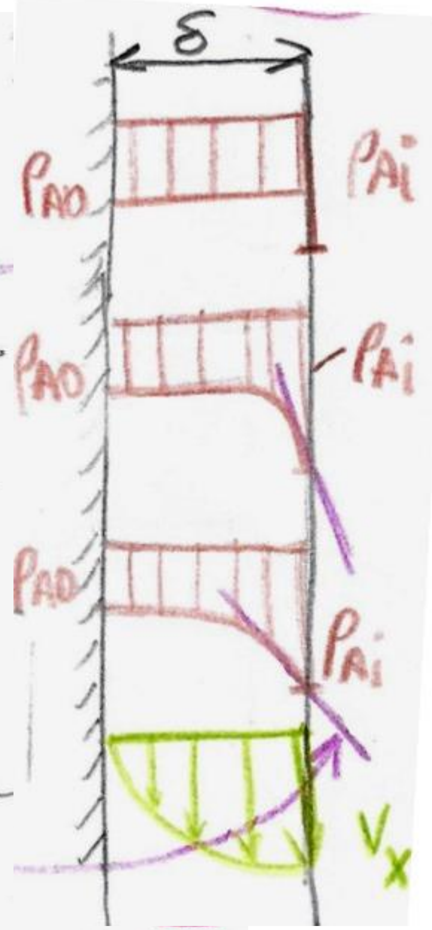


$$\boxed{\frac{\rho_A-\rho_{A0}}{\rho_{Ai}-\rho_{A0}} = 1-\mathrm{erf}\left(\frac{y}{\sqrt{4D_{AB}x/v_{máx}}}\right)}$$

$$\boxed{y=\delta \Rightarrow \frac{\partial \rho_A}{\partial y}=0}$$

$$\mathrm{erf}\,\eta = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\eta} e^{\eta^2}\,d\eta$$





$$n_A\Big|_{y=0} = -D_{AB}\frac{\partial \rho_A}{\partial y}\Big|_{y=0} =$$

$$\boxed{n_A\Big|_{y=0} = \sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi x/v_{máx}}}\,(\rho_{Ai}-\rho_{A0})}$$

$$\boxed{\overline{n_A}\Big|_{0\to L} = 2\sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi L/v_{máx}}}\,(\rho_{Ai}-\rho_{A0})} \boxed{= \underbrace{2\sqrt{\frac{D_{AB}}{\pi t_c}}}_{k_\rho}(\rho_{Ai}-\rho_{A0})}$$