

Física III 2023 (IF) – Aula 15

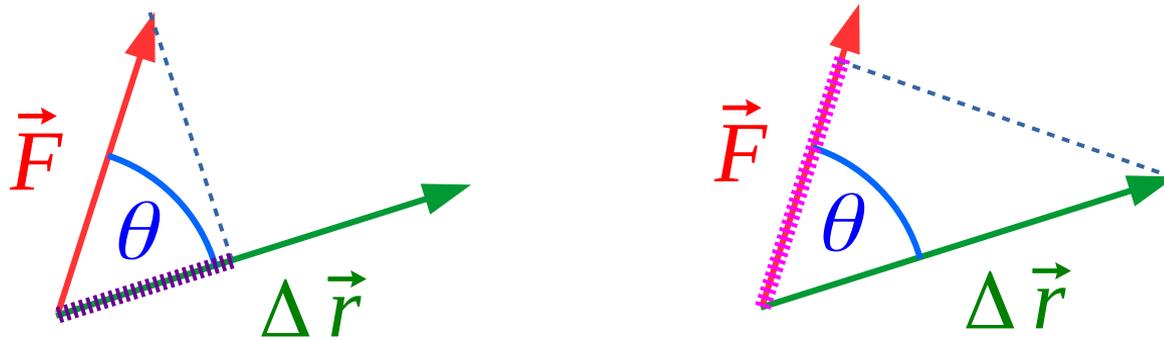
Objetivos de aprendizagem

- Determinar o trabalho de uma força a partir da sua integral de linha ao longo de um caminho definido.
- Reconhecer se uma força é conservativa ou não-conservativa.
- Definir uma energia potencial para um sistema em que age uma força de interação conservativa.
- Determinar a energia potencial eletrostática de um sistema de duas cargas elétricas puntiformes a uma certa distância relativa

Trabalho de uma força constante em um deslocamento retilíneo

- Produto escalar da força pelo deslocamento

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| |\Delta \vec{r}| \cos \theta$$



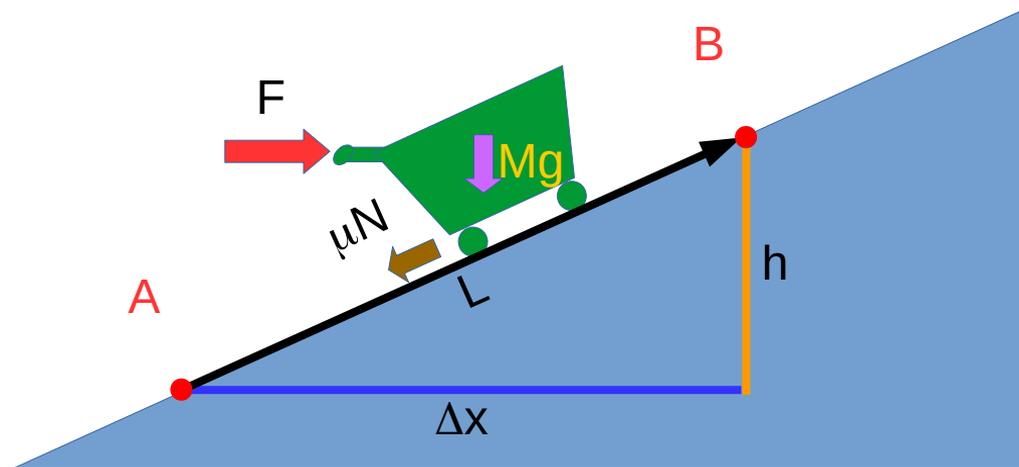
Produto do deslocamento pela projeção da força na direção do deslocamento = Produto da força pela projeção do deslocamento na direção da força

Trabalho de uma força

Uma pessoa empurra um carrinho de supermercado do ponto A ao ponto B da rampa de acesso ao estacionamento, exercendo sobre ele uma força horizontal constante.

1) Qual é o trabalho realizado **pela força da pessoa** sobre o carrinho?

- A) Nulo
- B) Mgh
- C) Fh
- D) $-\mu NL$
- E) $F\Delta x$
- F) N.D.A.

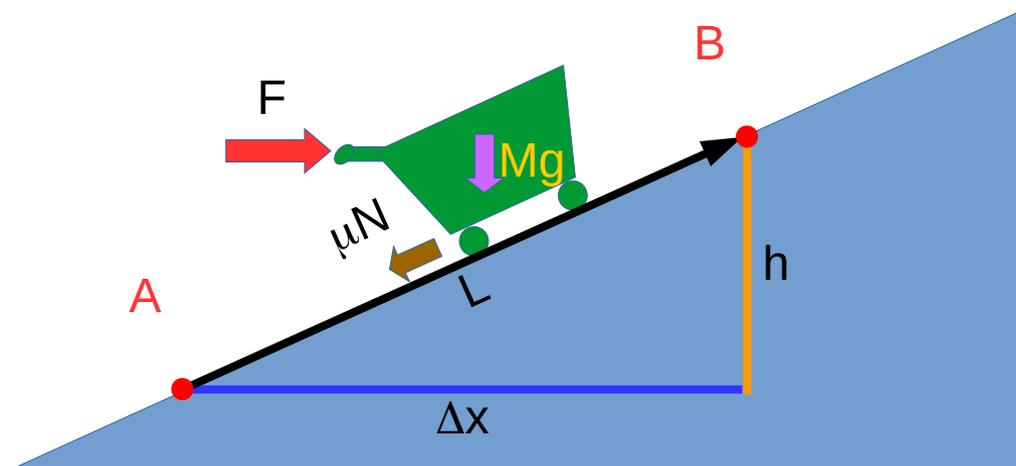


Trabalho de uma força

Uma pessoa empurra um carrinho de supermercado do ponto A ao ponto B da rampa de acesso ao estacionamento, exercendo sobre ele uma força horizontal constante.

1) Qual é o trabalho realizado **pela força peso** do carrinho?

- A) Nulo
- B) Mgh
- C) Fh
- D) $-\mu NL$
- E) $F\Delta x$
- F) N.D.A.



Trabalho de uma força

Uma pessoa empurra um carrinho de supermercado do ponto A ao ponto B da rampa de acesso ao estacionamento, exercendo sobre ele uma força horizontal constante.

1) Qual é a expressão que pode ser usada para qualquer uma das forças que age sobre o carrinho para determinar o trabalho W realizado por ela?

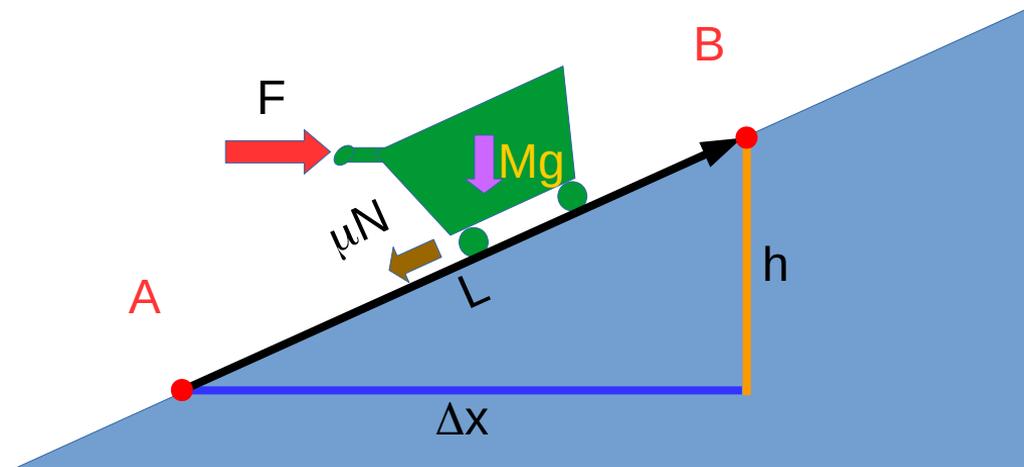
A) $W_{AB} = \vec{f} \cdot \Delta \vec{r} = \vec{f} \cdot \vec{L}$

B) $W_{AB} = |\vec{f}| |\Delta \vec{r}|$

C) $W_{AB} = Mgh$

D) $W_{AB} = \vec{f} \cdot \Delta x \hat{i}$

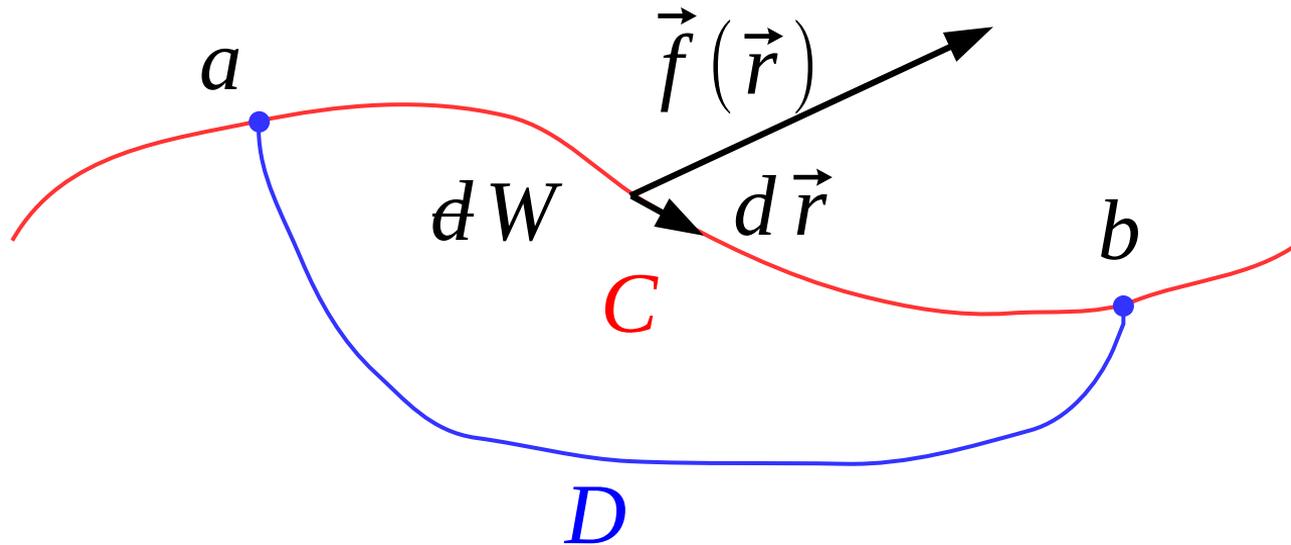
E) N.D.A.



Trabalho infinitesimal e integral de linha

$$dW = \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

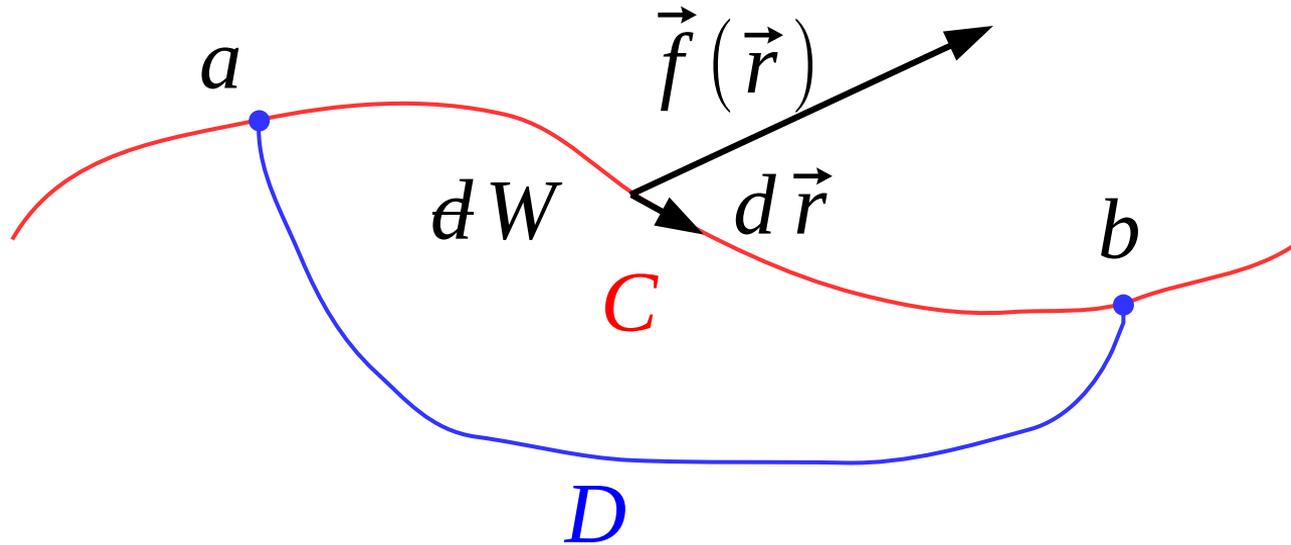
$$W_{C(a \rightarrow b)} = \int_{C(a \rightarrow b)} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$



Trabalho infinitesimal e integral de linha

$$dW = \vec{f} \cdot d\vec{r} \quad d\vec{r} = d\vec{l} \quad W_{C(a \rightarrow b)} = \int_{C(a \rightarrow b)} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

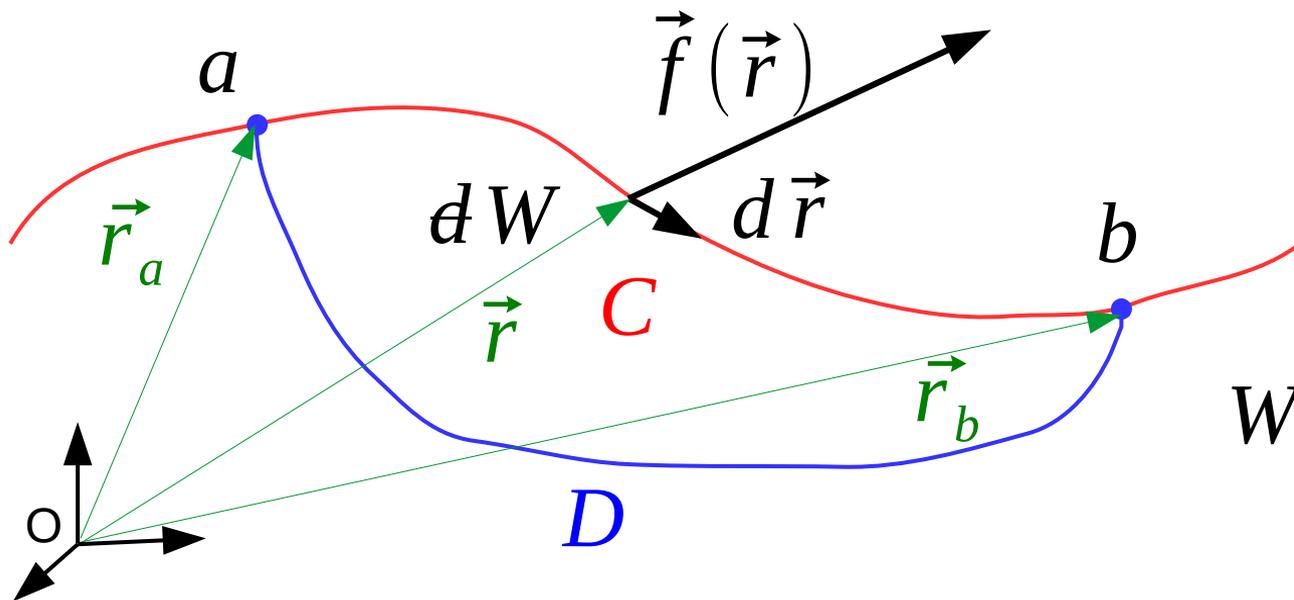
Apostila: $d\tau = \vec{F} \cdot d\vec{l}$



Trabalho infinitesimal e integral de linha

$$dW = \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

$$W_{C(a \rightarrow b)} = \int_{C(a \rightarrow b)} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$



$$W_{(a \rightarrow b)} = \int_{\vec{r}_a}^{\vec{r}_b} \vec{f} \cdot d\vec{r}$$

C ou **D** ???

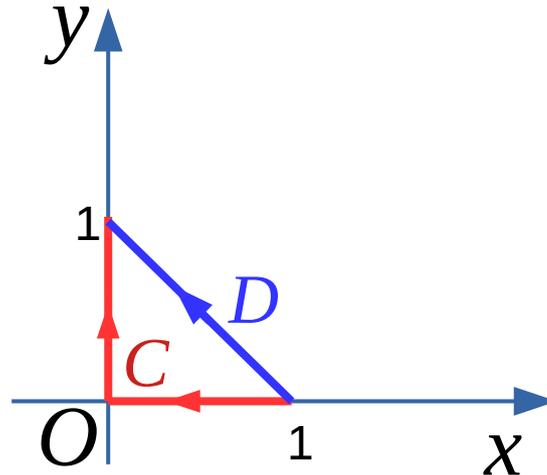
Podem ou não ser diferentes?

Exemplo

- Suponhamos que a força (dependente da posição) é dada por:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) = ay \hat{i} - ax \hat{j} + b \hat{k}$$

e queremos saber a integral de linha (trabalho) para ir do ponto $(1,0,0)$ até o ponto $(0,1,0)$ no plano xy ($z=0$) por dois caminhos diferentes: um com dois segmentos, passando por O (caminho C), e outro direto (atalho – caminho D).

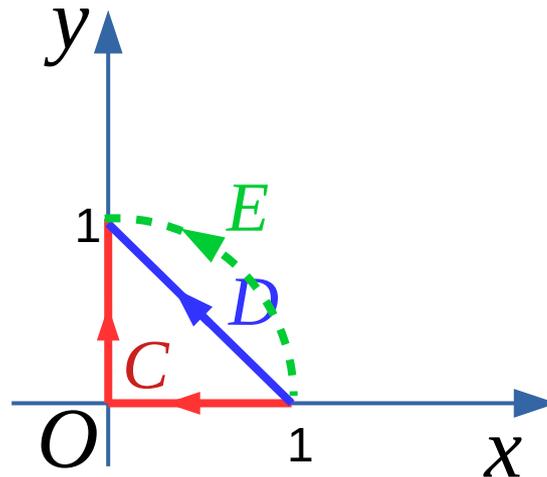


Outro exemplo

- Suponhamos que **outra** força (dependente da posição) seja dada por:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) = b \hat{i} + ay \hat{j} + b \hat{k}$$

e queremos saber a integral de linha (trabalho) para ir do ponto $(1,0,0)$ até o ponto $(0,1,0)$ no plano xy ($z=0$) por dois caminhos diferentes: um com dois segmentos, passando por O (caminho C), e outro direto (atalho – caminho D).



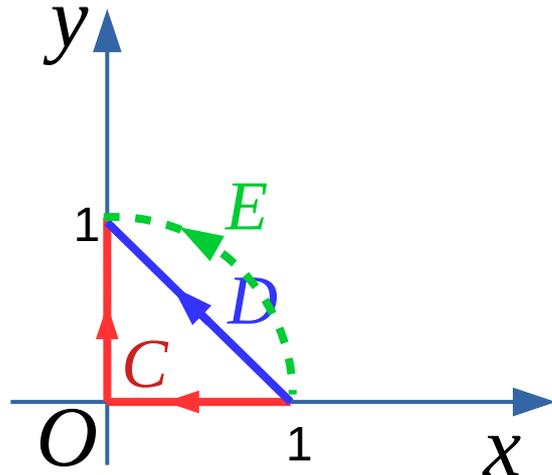
... e pelo arco de círculo E de raio $R=1$

Mesmo exemplo

- Suponhamos que **outra** força (dependente da posição) seja dada por:

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z) = b \hat{i} + ay \hat{j} + b \hat{k}$$

e queremos saber a integral de linha (trabalho) para ir do ponto $(1,0,0)$ até o ponto $(0,1,0)$ no plano xy ($z=0$) por dois caminhos diferentes: um com dois segmentos, passando por O (caminho C), e outro direto (atalho – caminho D).



... e pelo arco de círculo E de raio $R=1$

Resp.:

$$W_C = W_D = W_E = \frac{a}{2} - b$$

Forças conservativas

Seja \vec{F} uma força *local*

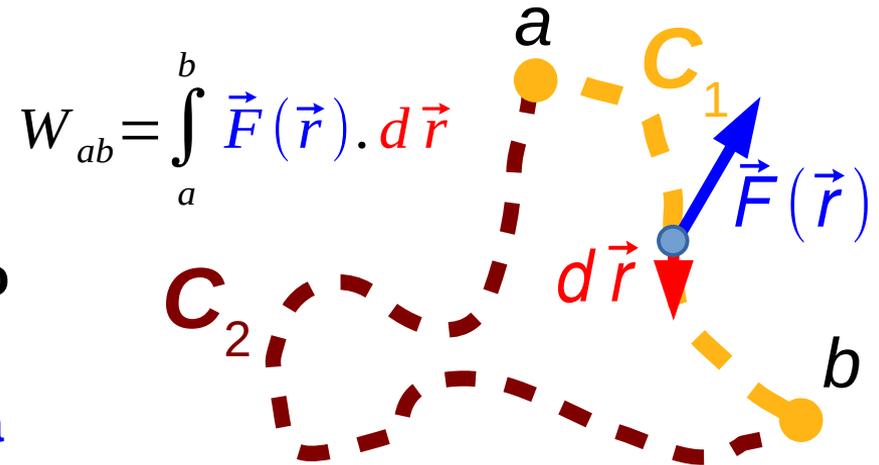
$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}(x, y, z)$$

(uma força que depende somente da **posição** da partícula sobre a qual ela age)

Essa força é dita **conservativa** se qualquer uma das condições equivalentes abaixo for verificada:

- O trabalho realizado pela força independe do caminho.
- O trabalho total em uma curva fechada qualquer é zero.
- For possível definir uma função energia potencial tal que:

Caso contrário, é “não-conservativa”



$$W_{ab}(C_1) = W_{ab}(C_2)$$

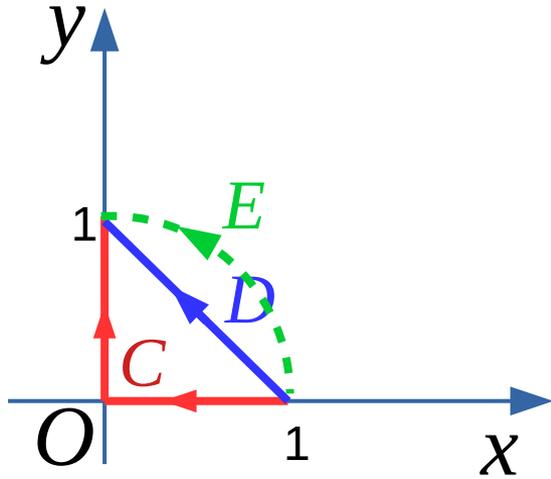
$$W_{ab}(C_1) + W_{ba}(C_2) = 0$$

$$W_{ab} = -[U(\vec{r}_b) - U(\vec{r}_a)]$$

Para quaisquer dois pontos a e b

(Leitura complementar no moodle)

Contra exemplo

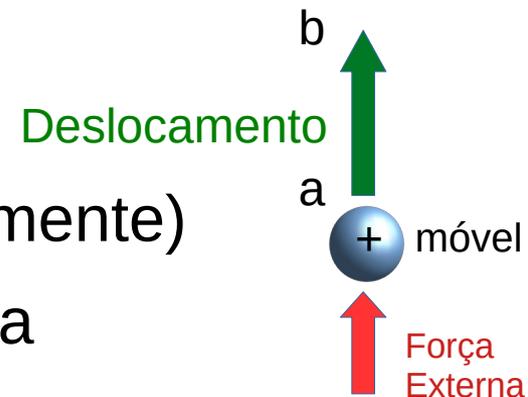


1) Atrito

2) $\vec{F} = \alpha y \hat{x} - \alpha x \hat{y}$

Conservação da energia e energia potencial

- Exemplo: duas cargas puntiformes positivas inicialmente em repouso são aproximadas e abandonadas novamente em repouso
- É necessário realizar um trabalho positivo do entorno sobre o sistema para aproximar as duas cargas
- A energia do sistema aumenta
- A energia cinética se mantém nula (pressupostamente)
- O sistema acumula energia potencial eletrostática



O trabalho da força elétrica

- No exemplo, o trabalho da força elétrica de interação (interna) do sistema é negativo
- O trabalho da força interna é igual a MENOS a variação da energia potencial
- A integral de linha (= trabalho da força interna) é:

$$W_{ab} = \int_a^b \vec{F}_{\text{int}} \cdot d\vec{r} = -\Delta U_{ab} = -(U_b - U_a) \quad \vec{F}_{\text{int}} = \frac{q_1 q_2 \vec{r}_{12}}{4 \pi \epsilon_0 |\vec{r}_{12}|^3}$$