

Aula 9: Exercícios para P1

Universidade de São Paulo

São Carlos - SP, Brasil

1º Semestre de 2023 - Curso de Topologia

Espaço T_0 e T_4 que não é T_1 , T_2 e T_3

Exemplo 1 (Topologia dos divisores)

Considere $X = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$ com a topologia gerada pelos conjuntos da forma $U_n = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ divide } n\}$ para $n \geq 2$.

- ▶ Mostre que X é T_0 .
- ▶ Mostre que X não é T_2 .
- ▶ Mostre que X não é T_1 .
- ▶ Descreva $\overline{\{x\}}$
- ▶ Portanto, X não é T_3
- ▶ Mostre que X é T_4
- ▶ Mostre que o conjunto dos números primos é denso em X .

Espaço T_0 e T_4 que não é T_1 , T_2 e T_3

Exemplo 2 (Topologia dos divisores)

Considere $X = \{2, 3, 4, 5, \dots\}$ com a topologia gerada pelos conjuntos da forma $U_n = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ divide } n\}$ para $n \geq 2$.

- ▶ X é T_0 pois se $x < y$, então $y \notin U_x$.
- ▶ X não é T_1 pois qualquer aberto contendo 6 também contém 3.
- ▶ Portanto X não é T_2
- ▶ $\overline{\{x\}} = \{kx : k \in \mathbb{N}\}$
- ▶ Portanto, X não é T_3 . Tome $\{2\}$ e $\overline{\{6\}}$
- ▶ Segue também que não existem dois conjuntos fechados não vazios disjuntos. Portanto, por vacuidade, X é T_4
- ▶ O conjunto dos números primos é denso em X