Introdução à Resistência ao Avanço do Navio e Teoria de Propulsores

Jordi Mas Soler
Rento Picelli Sanches

PNV 3391 -2023

Departamento de Engenharia Naval e Oceânica

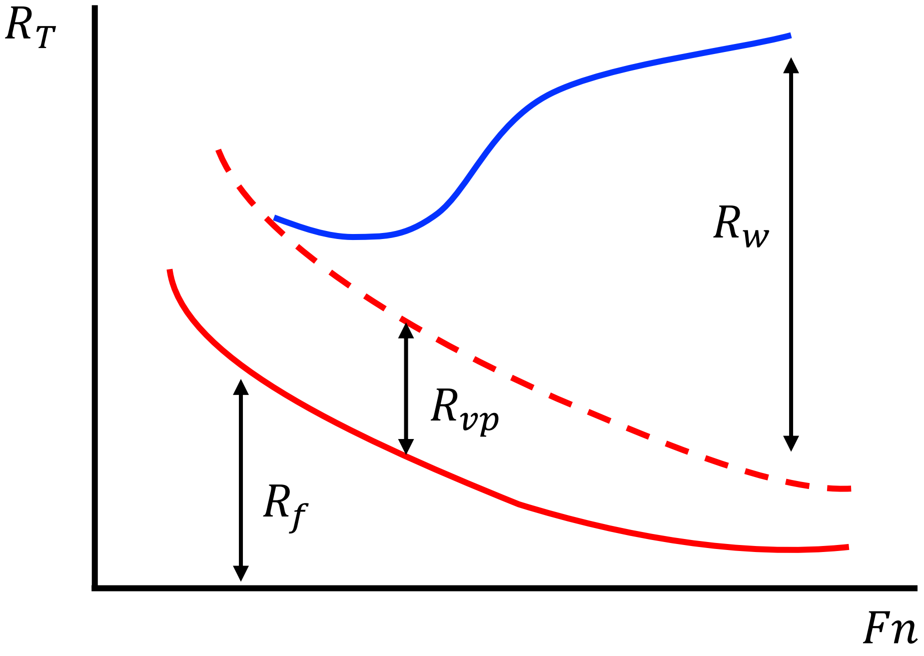
Resistência ao Avanço

Resistência ao Avanço

Identificamos três componentes responsáveis pela resistência hidrodinâmica total do casco:

$$R_T = \boxed{R_f + R_{vp}} + \boxed{R_w}$$

Dois números adimensionais são relevantes na caracterização do escoamento e das componentes de força:



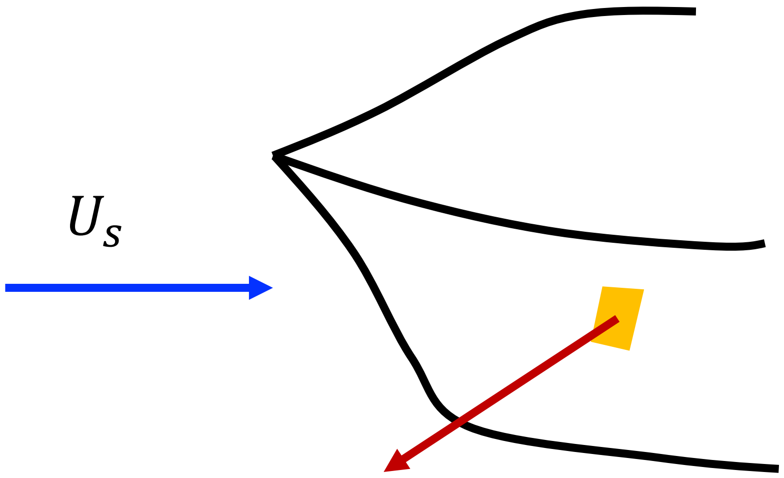
$$\boxed{\frac{F_{inercias}}{F_{viscosas}} \propto \frac{\rho L^3 \left(\frac{U^2}{L}\right)}{\mu \left(\frac{U}{L}\right) L^2} = \frac{\rho U L}{\mu} = Re}$$

$$\boxed{\frac{F_{inercias}}{F_{gravitacionais}} \propto \frac{\rho L^3 \left(\frac{U^2}{L}\right)}{\rho L^3 g} = \left(\frac{U^2}{gL}\right) = Fn^2}$$

Resistência Friccional (R_f)

Considerações iniciais:

- É proporcional à área molhada do casco (S_w);
- O atrito dependerá essencialmente do nível de turbulência do escoamento local;
- Pode ser significativamente impactada pelo nível de rugosidade da superfície.

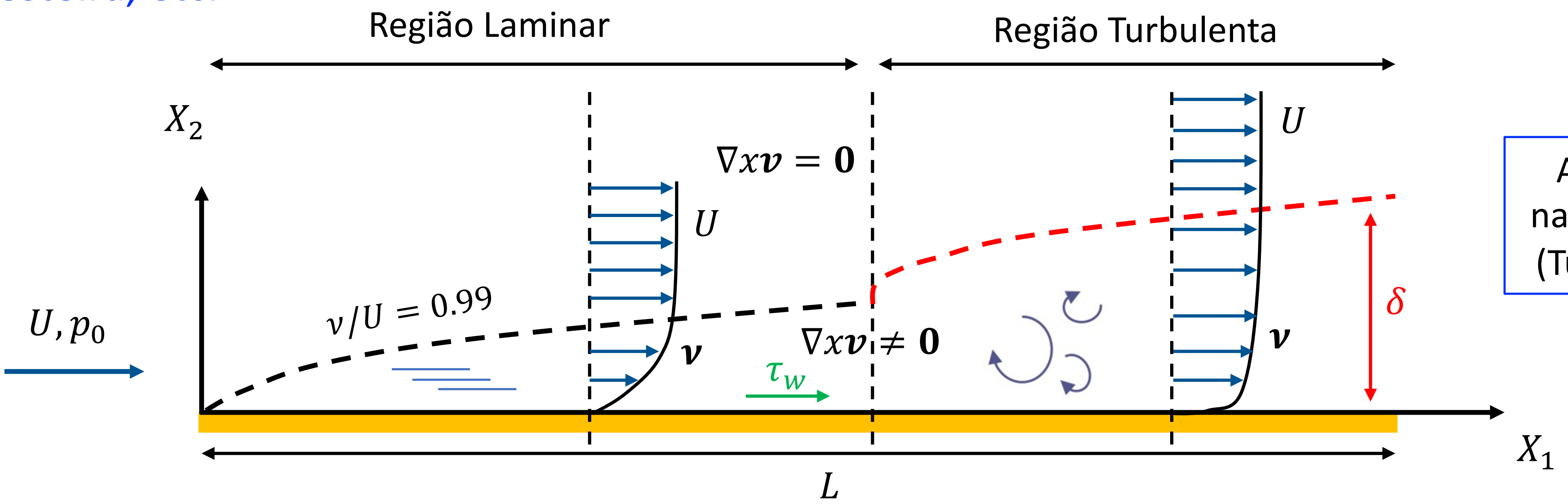


$$dR_f = \tau_w(Re)dS_w$$

Resistência Friccional (R_f)

Duas abordagens principais:

1. Coeficiente de atrito em palca-plana + correções empíricas. Combinada a ensaios para a obtenção de R_{pv} e R_w.
2. Solução numérica do escoamento turbulento baseada no método RANSE (Reynolds Averaged Navier-Stokes Equatoins). Dificuldade com Re altos, tratamento região da esteira, etc.



Aplicações navais Re>10^6 (Turbulência)

Resistência Friccional (R_f)

Teoria de Camada-Limite Laminar

Escoamento permanente, 2D:

$$\boldsymbol{v}(x_1, x_2) = \boldsymbol{v}_1(x_1, x_2)\,\bar{e_1} + \boldsymbol{v}_2\,(x_1, x_2)\bar{e_2}, \qquad \text{e} \qquad p(x_1, x_2)$$

As Equações de Prandtl para a CL laminar:

Hipóteses: $\frac{\delta}{L} \ll 1$

$$\frac{\partial v_1}{\partial x_1} \ll \frac{\partial v_1}{\partial x_2}$$

$$\frac{\partial^2 v_1}{\partial x_1^2} \ll \frac{\partial^2 v_1}{\partial x_2^2}$$

$$p = p(x_1) \rightarrow p = p_0 = cte$$

Placa plana

$$\boxed{\begin{array}{c} \dfrac{\partial v_1}{\partial x_1} + \dfrac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0 \\[2ex] \rho\left(v_1 \dfrac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2 \dfrac{\partial v_1}{\partial x_2}\right) \simeq \dfrac{\mu \partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \end{array}}$$

2 equaçoes
p/ 2 incógnitas
(v_1, v_2)

Resistência Friccional (R_f)

Lembrando no Fluído Newtoniano

$$\tau_w = \tau_{1,2}(x_2 = 0) = \mu \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_2}\right)_{x_2=0}$$

E, a partir dessa expressão, podemos obter o *coeficiente de atrito* para uma **placa-plana** em regime laminar (comprimento L x largura b):

$$F_f = b \int_0^L \tau_w(x_1) dx_1$$

$$C_f = \frac{F_f}{1/2 \rho L b U^2}$$

$$\Longrightarrow$$

$$C_f(\mathrm{Re}) = \frac{1.328}{\sqrt{Re}}$$

Empregando a solução exata de Blasius

$$\tau_w(x_1) = 0.332 U^{3/2} \sqrt{\frac{\rho \mu}{x_1}}$$

PNV USP

Resistência Friccional (R_f)

Teoria de Camada-Limite Turbulenta

Escoamento transiente, 2D?:

$$\boldsymbol{v}(x_1, x_2, t) = \boldsymbol{v}_1(x_1, x_2, t)\,\bar{e_1} + \boldsymbol{v}_2\,(x_1, x_2, t)\bar{e_2}, \qquad \text{e} \qquad p(x_1, x_2, t)$$

Retomando as Equações de Prandtl para a CL na placa, mas retendo agora a variação no tempo:

$$\boxed{\begin{gathered} \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} = 0 \\ \rho\left(\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + v_2\frac{\partial v_1}{\partial x_2}\right) \simeq \frac{\mu\partial^2 v_1}{\partial x_2^2} \end{gathered}}$$

2 equaçoes
p/ 2 incógnitas
(v_1, v_2)

Necessitamos de uma estratégia para tratar as variações no tempo.

Resistência Friccional (R_f)

Reynolds propoe que a **velocidade** instantânea é dada pela soma da **velocidade média** e flutuações.Essa hipóteses, junto com algumas consideraçoes adicionais (ver, p. ex., *White, F.M., Viscous Fluid Flow*, pgs. 453-55), permite chegar nas Equações Médias de Reynolds para a CL turbulenta (*Reynolds- Averaged Navier-Stokes Eqs - RANSE*):

$$\boxed{\begin{gathered}\frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \boldsymbol{v}_2}{\partial x_2} = 0 \\ \rho\left(\boldsymbol{v}_1 \frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial x_1} + \boldsymbol{v}_2 \frac{\partial \boldsymbol{v}_1}{\partial x_2}\right) = \frac{\partial}{\partial x_2}\left(\mu \frac{\partial^2 \boldsymbol{v}_1}{\partial x_2^2} - \rho\, \overline{\boldsymbol{v}_1 \boldsymbol{v}_2}\right)\end{gathered}}$$

Modelo de turbulência

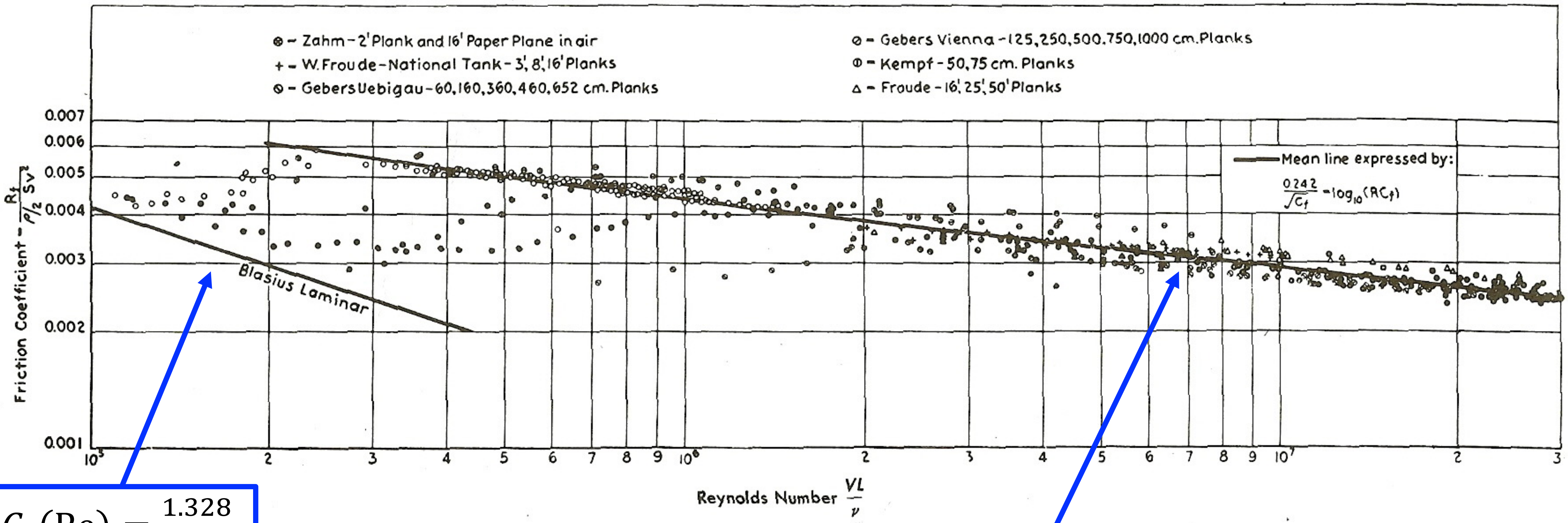
$$\overline{\boldsymbol{v}_1 \boldsymbol{v}_2} = f(x_1, x_2, \boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2)$$

Requer modelo adicional para as tensões aparentes de Reynolds: Modelo de comprimento de mistura (Prandtl)+perfil logarítmico de velocidades na camada-limite (von Kárman)

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_f(Re)}} = \log_{10}(Re \cdot C_f(Re))$$

PNV USP

Resistência Friccional (R_f)



$$C_f(\mathrm{Re}) = \frac{1.328}{\sqrt{Re}}$$

$$\frac{0.242}{\sqrt{C_f(Re)}} = \log_{10}(Re \cdot C_f(Re))$$

Lewis, 1988 (PNA)

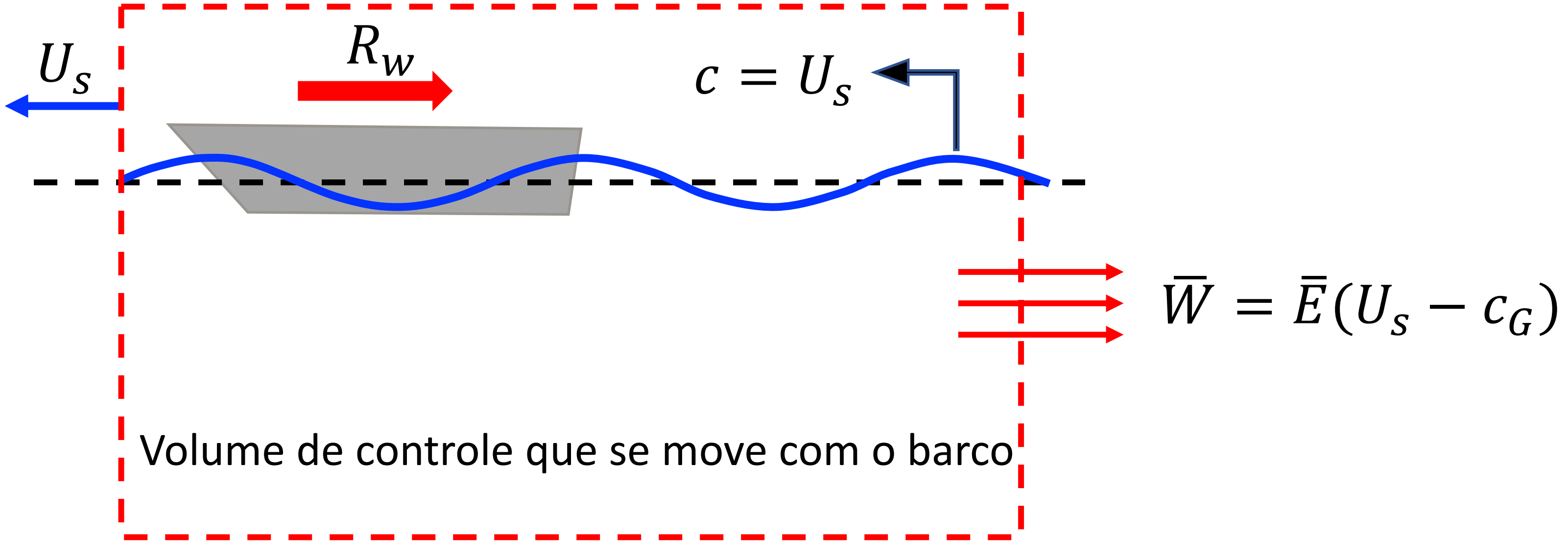
PNV USP

Resistência por Formação de Ondas (R_w)

Resistência de ondas:

- Segunda grande componente de resistência ao avanço
- Contribuição na resistência total (%) cresce com aumento da velocidade U
- Energia dispendida para gerar as ondas à ré (*wave making resistance*)

Modelo simplificado 2D



Resistência por Formação de Ondas (R_w)

Como a energia do escoamento no interior do volume de controle se conserva, o balanço de energia se dá na seguinte forma:

$$\bar{W} = \bar{E}(U_s - c_G) = R_w U_s$$

Então, *se* a embarcação estiver navegando em uma região de águas profundas:

$$c_G = \frac{c}{2} = \frac{U}{2}$$

$$\bar{W} = \bar{E}\left(U_s - \frac{U_S}{2}\right) = \frac{1}{2}\,\bar{E}U_s$$

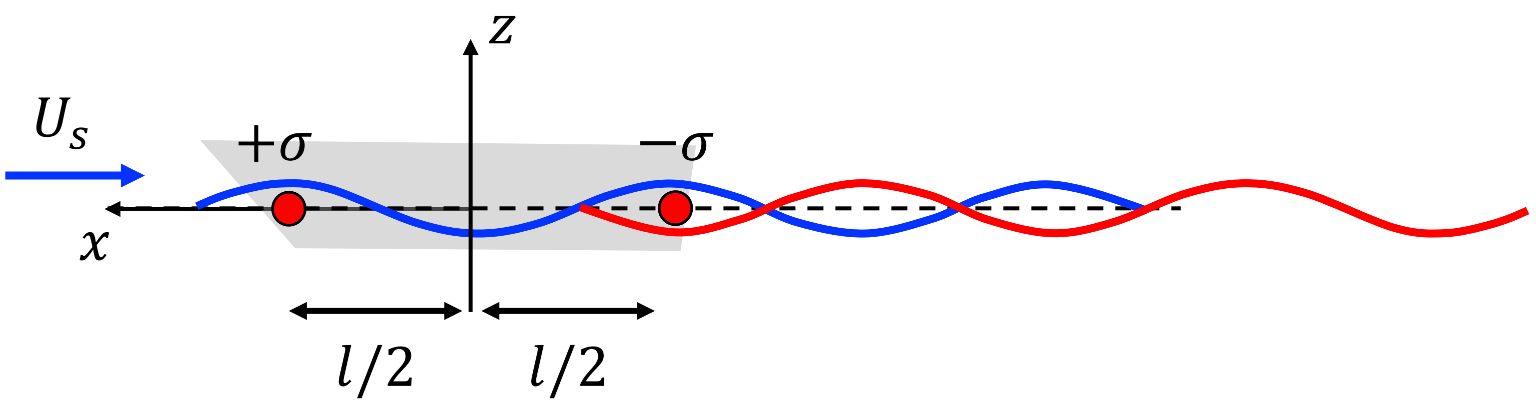
A energia media de ondas é obtida via balanço de energia cinética e energia potencial, e pode ser encontrada, p. ex., em Newman, J.N., Marine Hydrodynamics , *seção 6.8*

$$\bar{W} = \frac{1}{2}\,\bar{E}U_s = \frac{1}{4}\rho g A^2 U_s = R_w U_s \quad \Rightarrow \quad R_w = \frac{1}{4}\rho g A^2 \ \left(\frac{N}{m}\right)$$

PNV USP

Resistência por Formação de Ondas (R_w)

Um segundo modelo simplificado 2D nos trará mais informações qualitativas relevantes sobre a força R_w



Se escrita no referencial solidário ao barco, sabemos que o campo de ondas será invariante, e portanto: $\eta = \eta(x)$

$$\eta(x) = \mathrm{A}\cos\left[k\left(x - \frac{l}{2}\right)\right] - \mathrm{A}\cos\left[k\left(x + \frac{l}{2}\right)\right] = \boxed{2\,\mathrm{A}\sin\left(\frac{kl}{2}\right)}\sin(kx)$$

Medida da amplitude de onda resultante a ré do casco: $\xi(a, kl)$

Resistência por Formação de Ondas (R_w)

Então, podemos escrever:

$$R_w = \frac{1}{4}\rho g \xi^2(a, kl) = \rho g A^2 \left[\sin\left(\frac{kl}{2}\right)\right]^2 = \rho g A^2 \left[\sin\left(\frac{1}{2}\frac{gl}{U_s^2}\right)\right]^2 = \rho g A^2 \left[\sin\left(\frac{1}{2Fn^2}\right)\right]^2$$

$$c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k}} = U_s$$

Se a embracação estiver em região com profundidade finita *h*, esta relação dependerá também do parâmetro *kh*.

<u>Exercício</u>: Suponhamos que $l \simeq 0.9L.$ Mostre que:

1. 1º cavado da onda de proa coincide com 1o cavado da onda de popa ($Fn = 0.53$) : $\lambda = 2l$
2. 2º cavado da onda de proa coincide com 1o cavado da onda de popa ($Fn = 0.31$): $\lambda = 2/3l$

Resistência por Formação de Ondas (R_w)

Algumas considerações importantes:

$$R_w = \rho g A^2 \left[\sin\left(\frac{1}{2Fn^2}\right)\right]^2$$

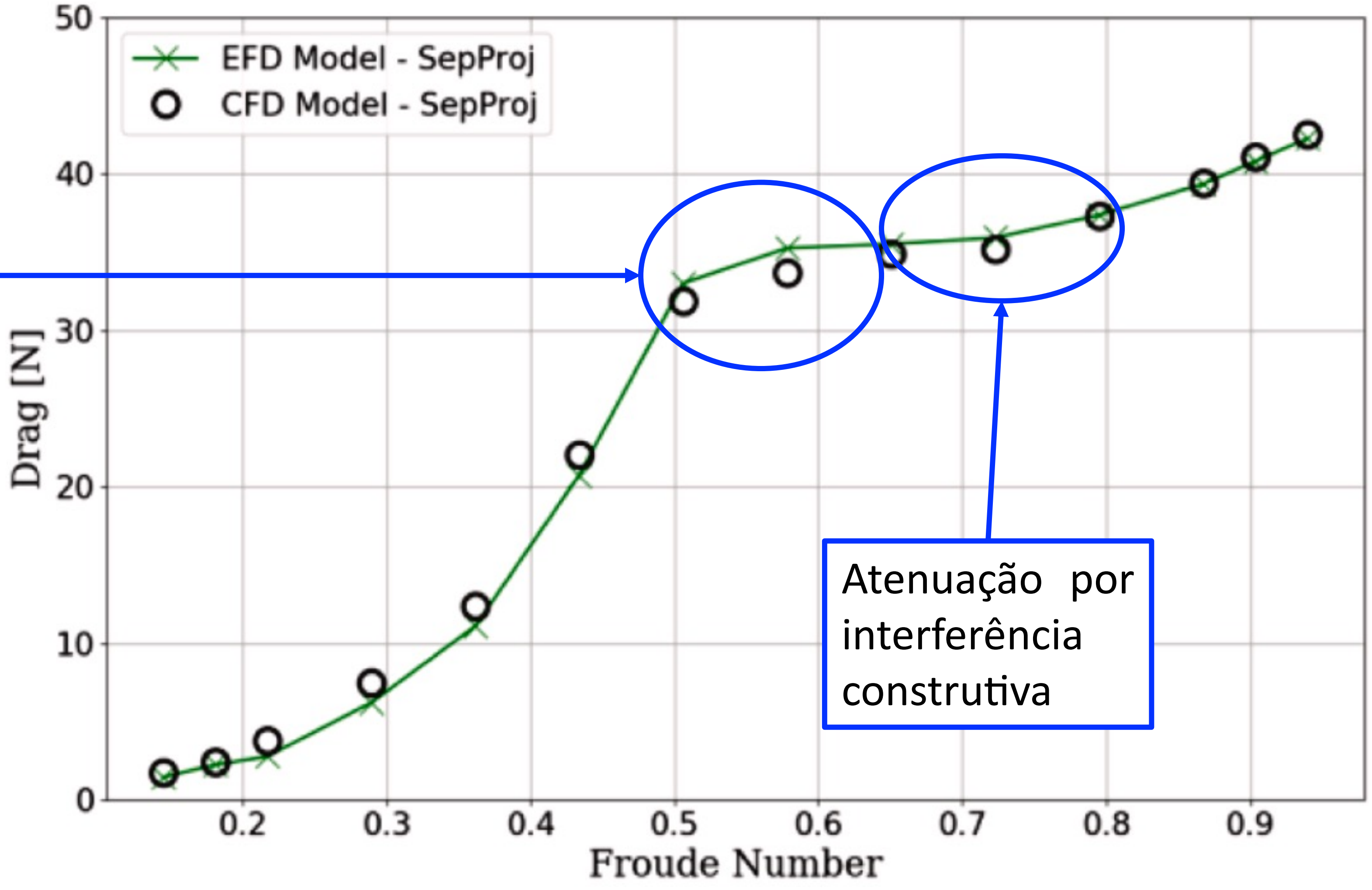
- A amplitude da onda gerada é proporcional ao gradiente de pressão no casco, e este, por sua vez, varia com U^2. Então:

$$A \propto \nabla p \propto U^2 \rightarrow R_w \propto U^4$$

- As flutuações por interferência de ondas existem, mas no caso real não serão perfeitamente construtivas ou destrutivas. Elas serão atenuadas porque o campo de ondas real é 3D.

Resistência por Formação de Ondas (R_w)

Intensificação por interferência construtiva



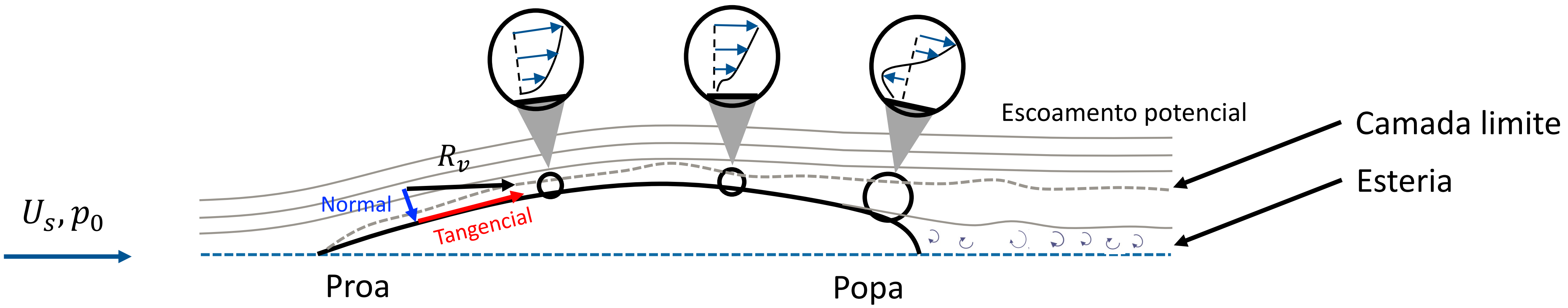
Atenuação por interferência construtiva

Fonte: Mas-Soler, J. 2021. *Applied Ocean Research.*

PNV USP

Resistência de Pressão Viscosa (R_{vp})

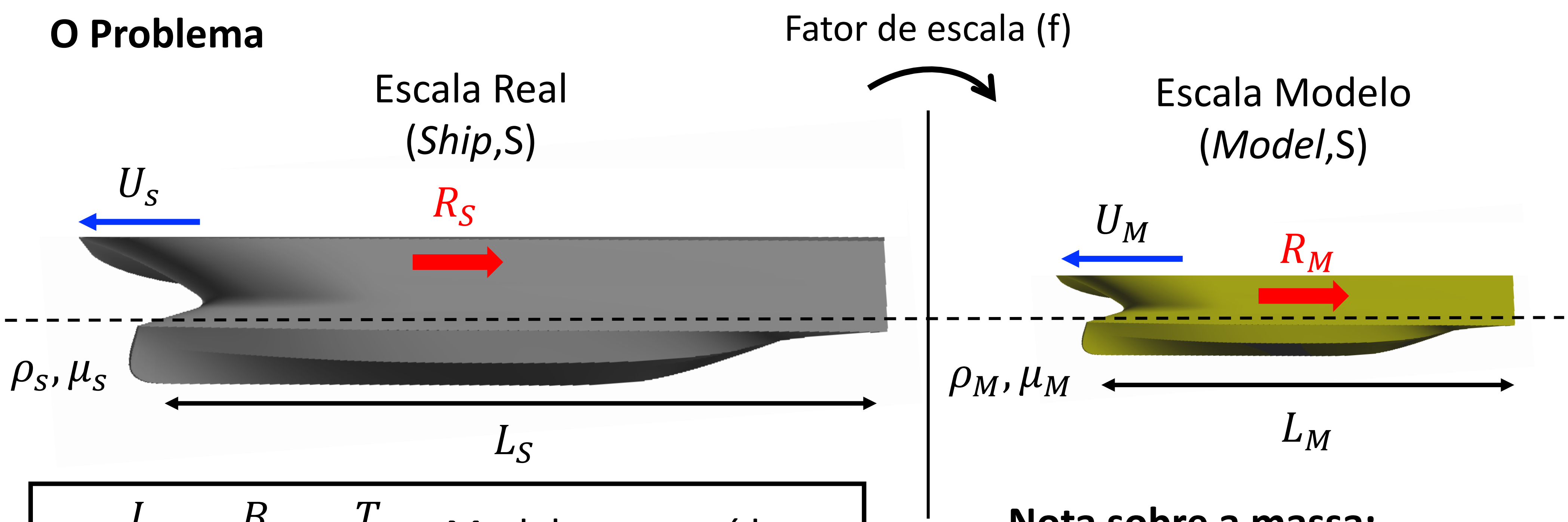
Componentes de resistência viscosa



$$R_v = R_f + R_{vp}$$

Técnicas Experimentais

O Problema



$$f = \frac{L_s}{L_M} = \frac{B_s}{B_M} = \frac{T_s}{T_M}$$ Modelo construído em semelhança geométrica

Nota sobre a massa:

$$\nabla_M = \frac{\nabla_S}{f^3} \rightarrow \Delta_M = \frac{\rho_M}{\rho_S}\frac{\Delta_S}{f^3} \quad \text{kg (SI)}$$

Fonte: Mas-Soler, J. 2021. *Applied Ocean Research.*

Técnicas Experimentais

Froude identifica três fontes de resistência:

$$R_T = R_f + R_{vp} + R_w = R_f + R_R \quad \text{ou,} \qquad C_T = \frac{R_T}{1/2\rho g S_w U^2} = C_f + C_R$$

E propõe um **procedimento** para estimar $R_{T,S}$a partir da medição no tanque de $R_{T,M}$, considerando que:

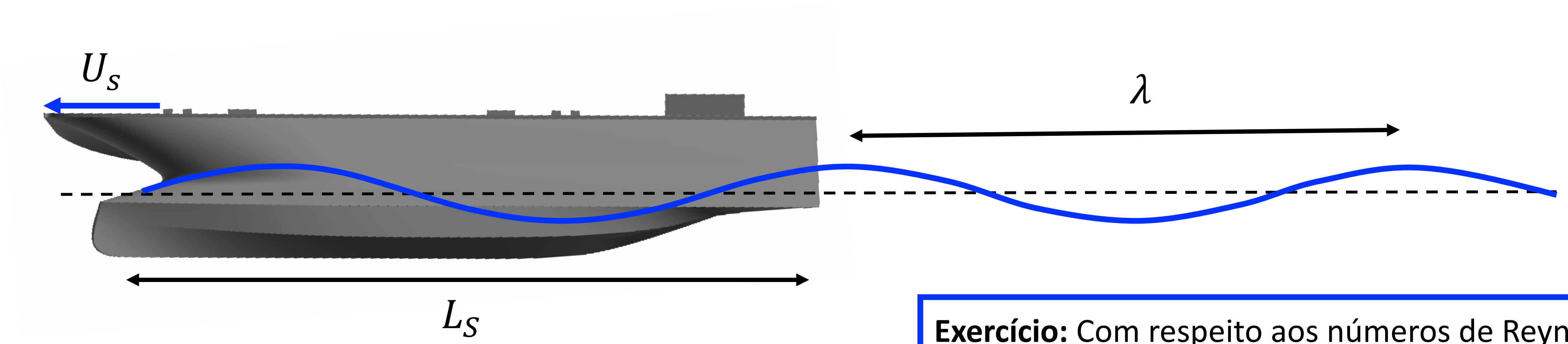
i) Era possível deduzir a "lei de comparação" que garantirá a semelhança dinâmica do campo ondulatório entre modelo e navio escala real. Então: $C_{w,s} = C_{w,M}$

ii) R_{vp} : Determinada pela geometria do casco, e portanto garantida pela semelhança geométrica do modelo. Então: $C_{vp,s} = C_{vp,M}$

iii) R_f : não obedece à mesma lei de comparação, e seria extrapolada a partir de ensaios de placa plana.

Técnicas Experimentais

Questão: Conhecida $U_s$para a qual se quer estimar a resistência do navio, qual velocidade de reboque U_M deve ser usada no ensaio para garantir $C_{w,s} = C_{w,M}$?



$$\frac{\lambda_s}{L_s} = \frac{\lambda_M}{L_M} \rightarrow \frac{U_S^2}{gL_s} = \frac{U_M^2}{gL_M} \rightarrow Fn_S = Fn_M$$

$$\uparrow$$

$$\boxed{c = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}} \rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{g} c^2}$$

<u>Exercício</u>: Com respeito aos números de Reynolds nas duas escalas, verifique que:

$$Re_M = \frac{\rho_M}{\rho_S} \frac{\mu_M}{\mu_S} \frac{Re_S}{f^{\frac{3}{2}}}$$

PNV USP

Técnicas Experimentais

Portanto, de acordo com Froude, a extrapolação dos resultados em escala modelo consistia em:

i. Reboca-se o modelo com U_M e mede-se $R_{T,M}$: $C_{T,M} = \frac{R_{T,M}}{1/2\rho g S_{w,M} U_M^2}$

ii. Obtém-se experimentalmente $C_{f,M}$

iii. Calcula-se o coeficiente de resistência residual: $C_R = C_{T,M} - C_{f,M}$

iv. Estima-se $C_{f,S}$ a partir de ensaios de placas-planas.

v. Calcula-se $C_{T,S}$ e, finalmente, $R_{T,S}$:

$$C_{T,S} = C_R + C_{f,S}$$

$$R_{T,S} = 1/2\rho S_{w,S} U_S^2$$

PNV USP

Técnicas Experimentais

Em relação ao método proposto originalmente por Froude, hoje sabemos que seria mais apropriado considerar:

$C_{vp} = f(geom, Re)$ $\longrightarrow$ Efeito da turbulência na separação

$C_f = f(Re, geom)$ $\longrightarrow$ Efeito das formas do casco no atrito

Técnicas Experimentais

O **Método da ITTC 1978** (ITTC – 7.5-02-05-01 Testing & Extrapolation Methods (HSMV)) : Trata-se de uma variação do método de Hughes-Prohaska, empregada até hoje, com pequenos ajustes posteriores. Em linhas gerais, consiste nos seguintes passos:

i. Reboca-se o modelo com $U_M = \frac{U_S}{\sqrt{f}}$ e mede-se $R_{T,M}$: $C_{T,M} = \frac{R_{T,M}}{1/2\rho S_{w,M} {U_M}^2}$

ii. Estima-se a contribuição da resistência viscosa do modelo, considerando o fator de forma do casco, <u>mas com a linha de atrito da ITTC1957:</u>

$$C_{VISC,M} = \boldsymbol{C_{f,M}}(1+k)$$

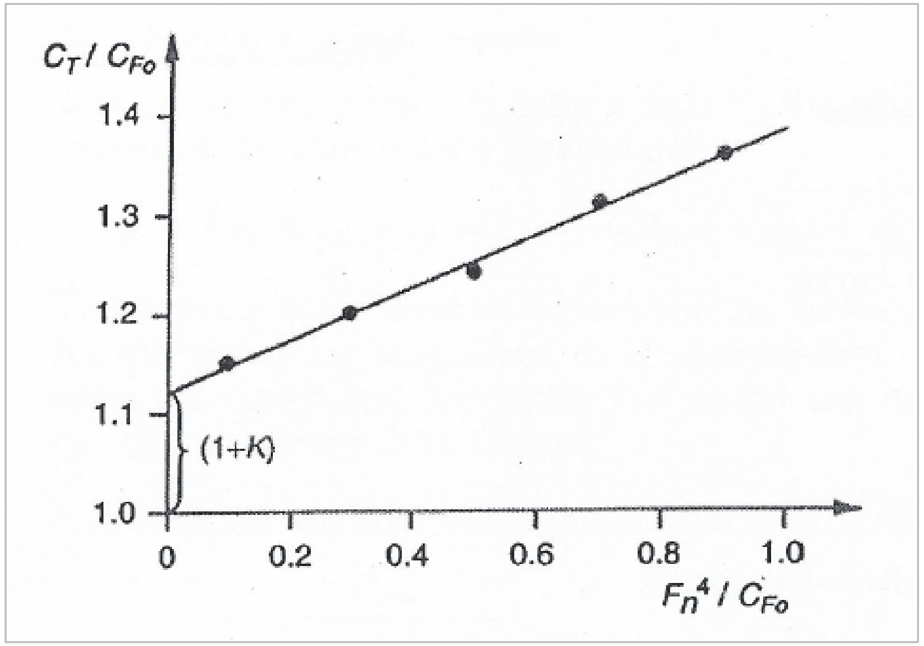
$$C_{f,M} = C_f(Re_M) = \frac{0.075}{(log_{10}(Re_M) - 2)^2}$$

$$Re_M = \frac{\rho_M U_M L_M}{\mu_M}$$

Técnicas Experimentais

iii. Obten-se o fator de forma um conjunto de ensaios de reboque do modelo com diferentes velocidades de avanço, com $0.12 < Fn < 0.2$

$$\frac{C_{T,M}}{C_{f0,M}} = (1+k) + \alpha \frac{F_{n,M}^4}{C_{f0,M}}$$



$$(1+k) \rightarrow \begin{cases} Resistência\ fric.curv.transversal \\ Resistência\ fric.curv.longitudinal \\ R_{vp} \end{cases}$$

Fonte: Bertram, V., 2000. *Practical ship hydrodynamics*.

Técnicas Experimentais

iv. Obtém-se o coeficiente de resistência de ondas C_W:

$$C_W = C_{T,M} - C_{f,M}(1+k)$$

v. Calcula-se o coeficiente de resistência total do navio real:

$$\boxed{C_{T,S} = \boldsymbol{C_{f,S}}(1+k) + C_W + C_A + C_{AA}}$$

onde

$$C_{f,S} = C_f(Re_S) = \frac{0.075}{(log_{10}(Re_S) - 2)^2} \qquad Re_S = \frac{\rho_S U_S L_S}{\mu_S}$$

C_A: é o coeficiente de rugosidade. Para cascos novos, corresponde a: $C_A = 0.00041$

C_{AA}: é o coeficiente de resistência aerodinâmica do navio :

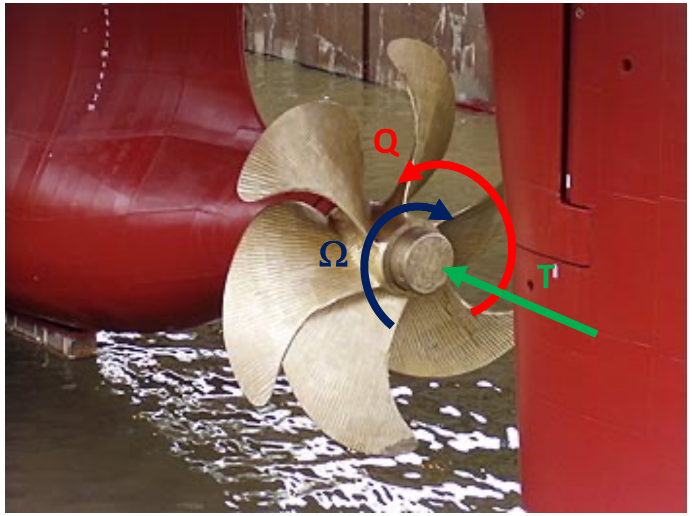
$$C_{AA} = 0.001\frac{A_T}{S_W} \quad \left\{ \begin{array}{l} A_T \text{ é a área projetada frontal } \textbf{\textit{emersa}} \text{ do navio} \\ S_W \text{ é a área molhada do casco} \end{array} \right.$$

PNV USP

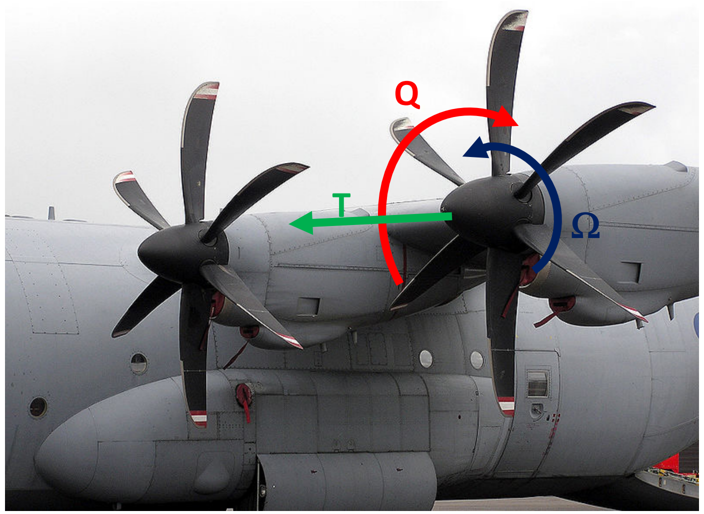
Teoria de Propulsores

Introdução

ROTORES: PROPULSÃO



www.ship-technology.com

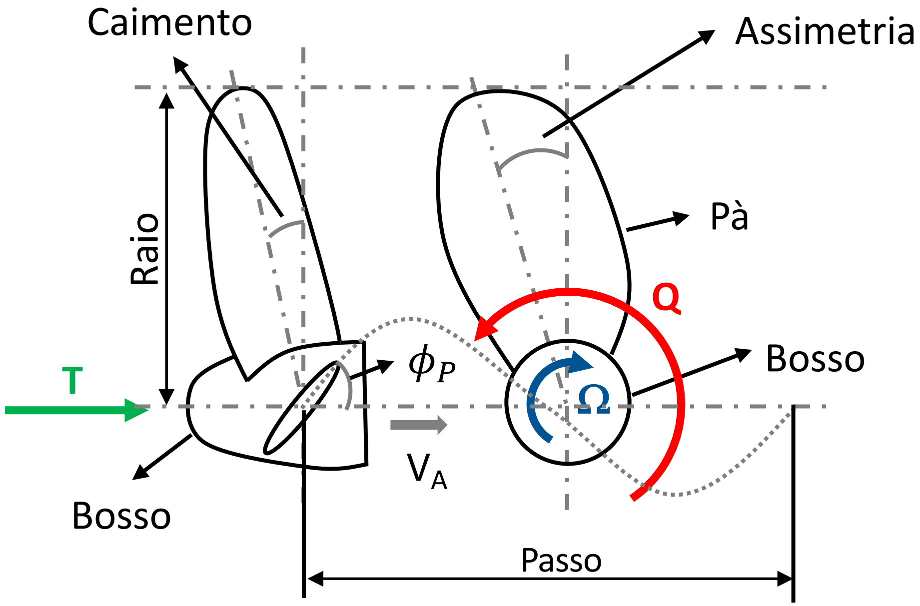


wikipedia.org

- fornecem energia ao escoamento (aumentam qtde. de mov.)
- desejável: T (*thrust*, empuxo)
- consequência: Q (torque)

Geometria do propulsor

Em geral, a geometria pode ser definida por parâmetros (variáveis ao longo do raio das pás) como:



- Caimento (rake);
- *Assimetria* (skew);
- Passo (pitch);

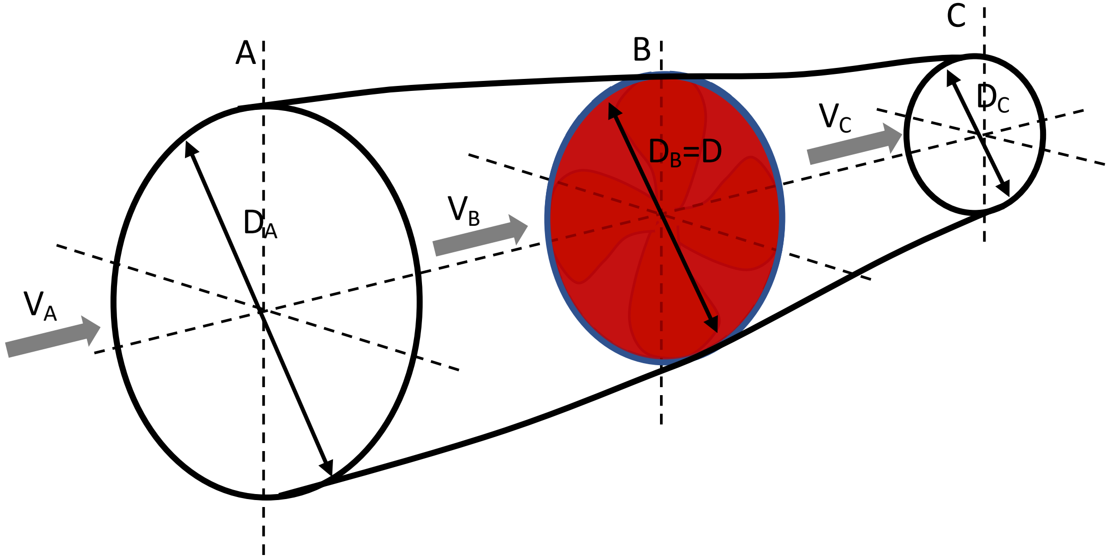
V_A: velocidade de avanço (navio)

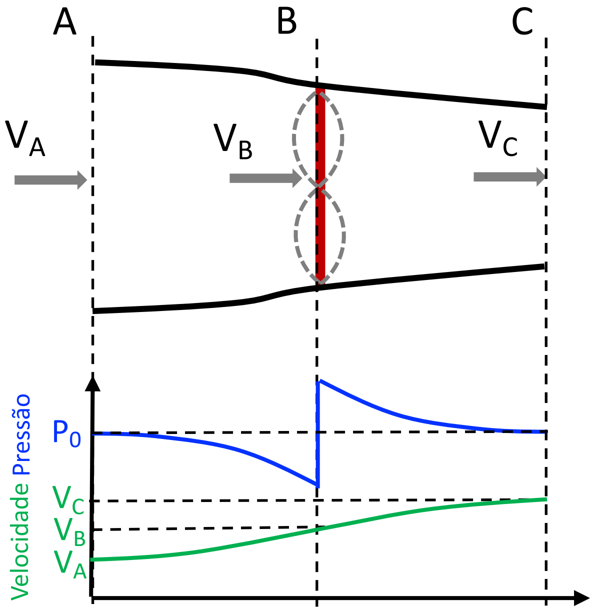
Ω: velocidade de rotação (rad/s)

ϕ_P: Ângulo de passo da seção

Teorias de disco atuador

A teoria vai procurar explicar a ação do propulsor sobre o escoamento entre a seção à montante (A) e a seção à jusante (C)





Conservação da massa:

$$V_C > V_B > V_A \rightarrow D_C < D_B < D_A$$

PNV USP

Teorias de disco atuador

O **empuxo (T)** pode ser obtido a partir da taxa de variação da quantidade de movimento do fluxo axial entre as seções à montante (A) e à jusante (C):

$$T = \dot{m}(V_c - V_A) = \rho A_B V_B (V_C - V_A)$$

Fator de indução axial (a, a>0): $V_B = V_A(1 + a)$

Então: $T = \rho A_B V_B (V_C - V_A) = \rho A_B V_A (1 + a)(V_C - V_A)$

Mas ainda é possível estabelecermos uma relação entre V_A e V_C.

$$\boxed{Pot = T V_B}$$

Pot. entregue ao fluído

Taxa variação energia cinética

Teorias de disco atuador

Agora, podemos usar a relação anterior para reescrever o empuxo na forma:

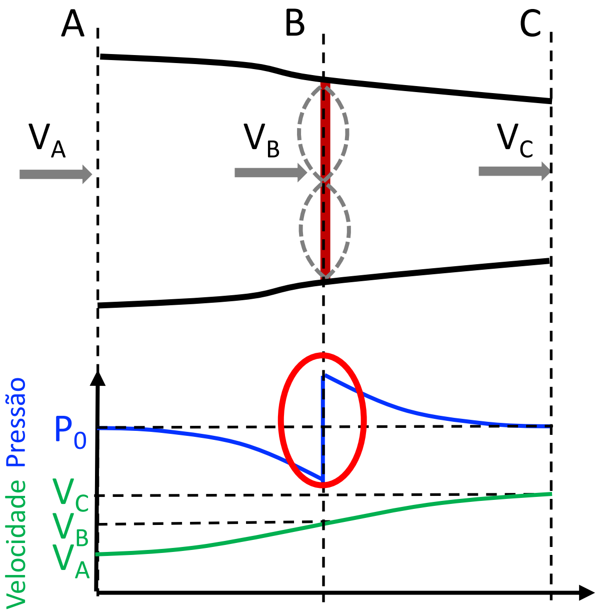
$$T = \rho A_B V_B (V_C - V_A) = \rho A_B V_A (1 + a)(2aV_A) = 2\rho A_B {V_A}^2\ a(1 + a)$$

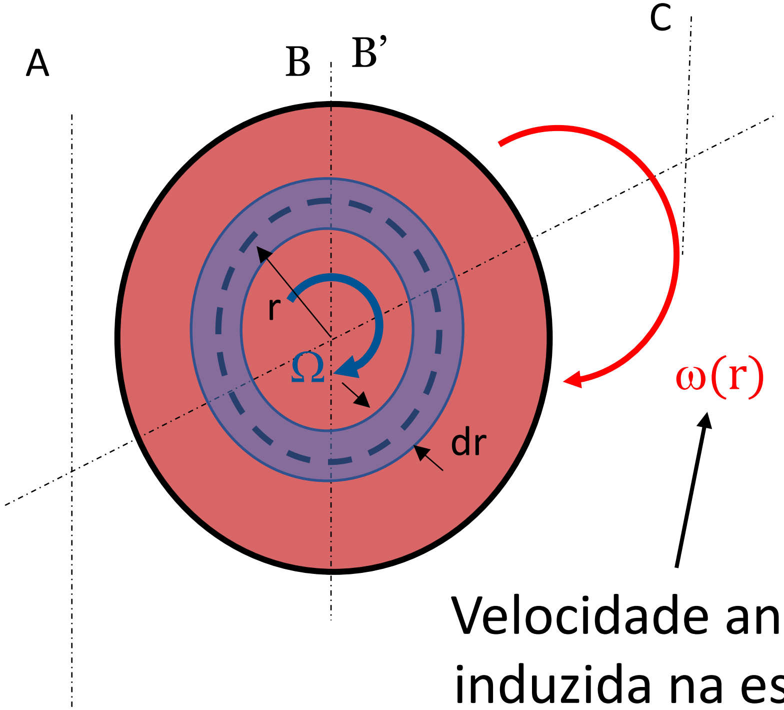
Além disso, se empregarmos a adimensionalização usual para a força de empuxo a partir das grandezas conhecidas (V_A e A_B), teremos:

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho A_B {V_A}^2} = 4a(1 + a)$$

PNV USP

Teorias de disco atuador





Velocidade angular induzida na esteira

http://www.youtube.com/watch?v=GpklBS3s7iU

O salto de pressão deve ser acompanhado de uma variação instantânea correspondente de velocidade do escoamento

PNV USP

Teorias de disco atuador

Aqui, vamos aplicar a equação de Bernoulli para o fluxo angular *através* do disco (entre B e B') considerando ***a velocidade relativa do escoamento* (*W*)** em cada seção:

$$p_B + \frac{1}{2}\rho W^2(B) = p'_B + \frac{1}{2}\rho W^2(B')$$

$$p_B + \frac{1}{2}\rho\{V_B^2 + (\Omega r)^2\} = p'_B + \frac{1}{2}\rho\{V_B^2 + [(\Omega - \omega)r]^2\}$$

E, portanto (verificar):

$$p'_B - p_B = \frac{1}{2}\rho r^2 \omega(2\Omega - \omega)$$

PNV USP

Teorias de disco atuador

A teoria considerará agora um **Fator de indução angular (a', a'>0)**:

$$\omega = 2\mathrm{a}'\Omega$$

E, então, a variação da pressão entre as faces do anel será:

$$\Delta p = p_B' - p_B = 2\rho r^2\Omega^2 a'(1 - a')$$

O elemento de empuxo no anel de espessura dr será dado por:

$$dT = \Delta p dS = \Delta p(2\pi r dr) \rightarrow dT = 4\rho\pi r^3\Omega^2 a'(1 - a')dr$$

Ou ainda:

$$\frac{dT}{dr} = 4\rho\pi r^3\Omega^2 a'(1 - a') \quad \frac{[F]}{[L]}\left(\frac{N}{m}\right)$$

PNV USP

Teorias de disco atuador

TORQUE SOBRE O ANEL (dQ): Pode ser calculado a partir da variação da quantidade de movimento angular do escoamento que atravessa o anel, lembrando que este escoamento tem vazão em massa $d\dot{m}$:

$$dQ = \left(\frac{d(I\omega)}{dt}\right)_{A\rightarrow C} = (d\dot{m}r^2)\omega = [\rho V_A(1+a)(2\pi r dr)r^2]\omega$$

$$\frac{dQ}{dr} = 4\rho\pi r^3 V_A \Omega a'(1+a) \qquad \frac{[F][L]}{[L]} \quad \left(\frac{Nm}{m}\right)$$

Teorias de disco atuador

Podemos também definir uma eficiência hidrodinâmica do anel (η_r) a partir da seguinte relação de potências:

$$\eta_r = \frac{dTV_A}{dQ\Omega} = \frac{(1-a')}{(1+a)}$$

Energia dispendida para provocar o giro da esteira

Energia dispendida para acelerar o escoamento à montante

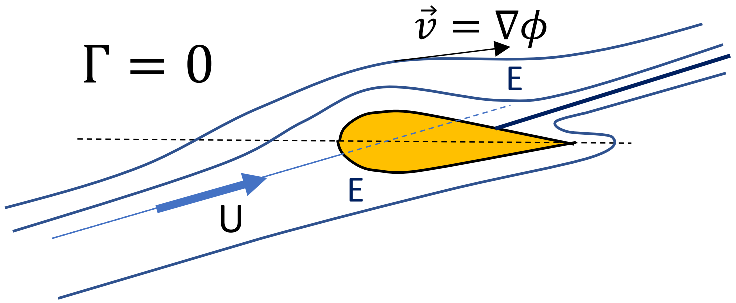
Ainda sem fazer nenhuma consideração adicional sobre a geometria do propulsor (por exemplo, ignorando a existência do bosso), poderíamos então escrever:

$$T = \int_0^R \left(\frac{dT}{dr}\right) dr \qquad Q = \int_0^R \left(\frac{dQ}{dr}\right) dr \qquad \eta = \frac{TV_A}{Q\Omega}$$

PNV USP

Teoria de fólios

Fólio: Escoamento 2D

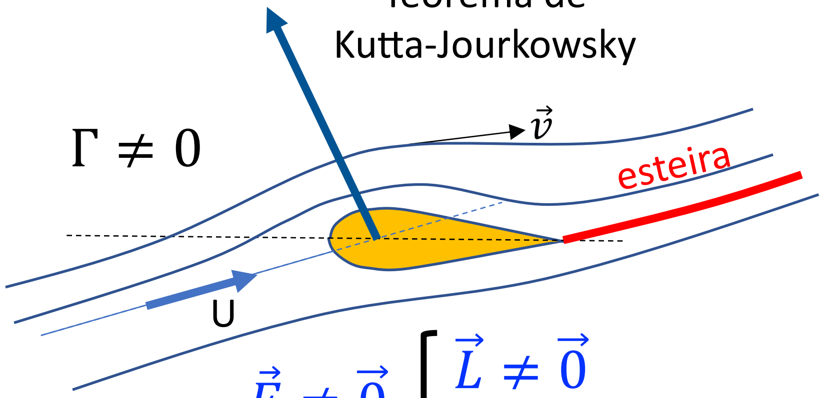


$\vec{F} = \vec{0}$

Impondo uma circulação conhecida (Γ)

$\mathrm{L} = \rho U \Gamma$

Teorema de Kutta-Jourkowsky



$$\vec{F} \neq \vec{0} \begin{cases} \vec{L} \neq \vec{0} \\ \vec{D} = \vec{0} \end{cases}$$

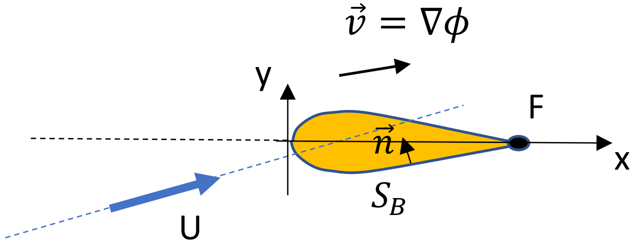
Essa correção é introduzida no Problema de Valor de Contorno através da chamada **Condição de Kutta.**

$$\nabla^2\phi(x,y) = 0$$

$\nabla\phi(x,y)\cdot\vec{n}(x,y) = 0 \qquad$ p/ $(x,y) \in S_B$

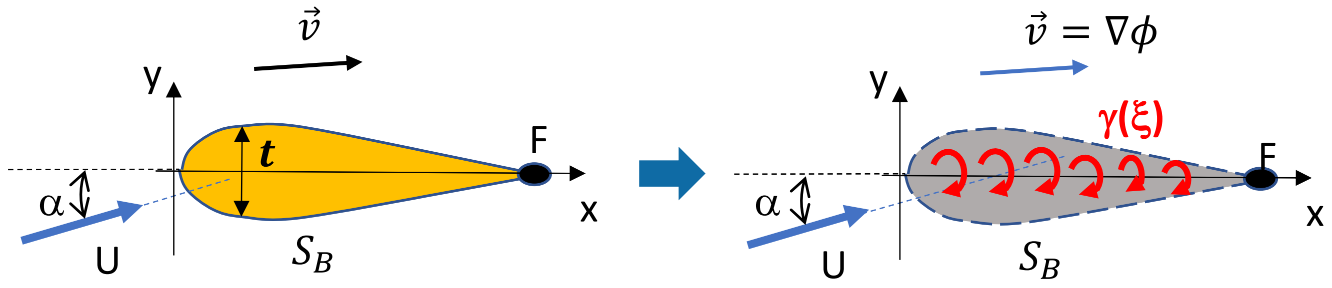
$\nabla\phi(x,y) = \vec{U} \qquad$ p/ $(x,y) \in S_\infty$

$\nabla\phi(x_F,y_F) = \vec{0} \qquad$ p/ (x_F,y_F)



Teoria de fólios

Caso o folio seja fino (**t/c<<1**), pode-se ainda fazer uma aproximação mais substancial:

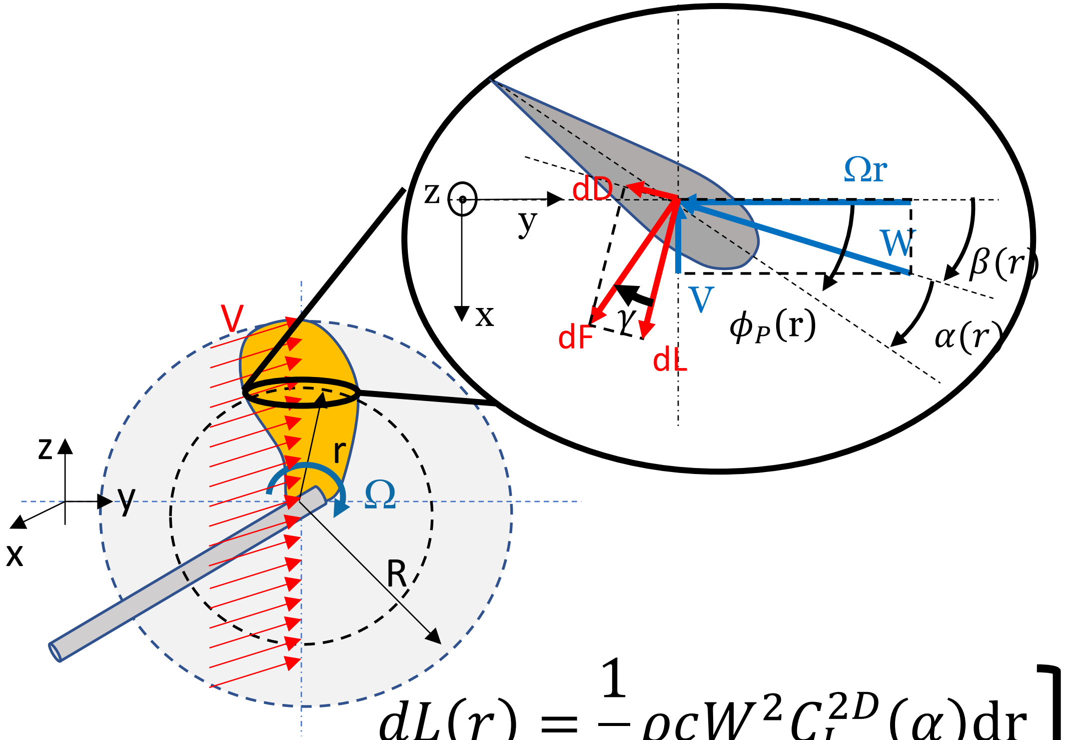


E, nesse caso, encontra-se uma solução analítica para a função $\gamma(\xi)$. Essa solução, então, leva à seguinte expressão para os adimensionais de sustentação (*lift*) e momento:

$$C_L^{2D}(\alpha) = \frac{L}{{}^{1}\!/_{2}\,\rho c U^2} = 2\pi sin\alpha \qquad C_M^{2D}(\alpha) = \frac{M_o}{{}^{1}\!/_{2}\,\rho c^2 U^2} = \frac{C_L^{2D}(\alpha)}{4}$$

Teoria do elemento de pá

Suponhamos, inicialmente, que a velocidade axial do escoamento que atinge o plano do disco seja uniforme



$$\beta(r) = atan\left(\frac{V}{\Omega r}\right)$$

$$\alpha(r) = \phi_P(\mathrm{r}) - \beta(r)$$

Ângulo característico do fólio

(mede eficiência hidrodinâmica)

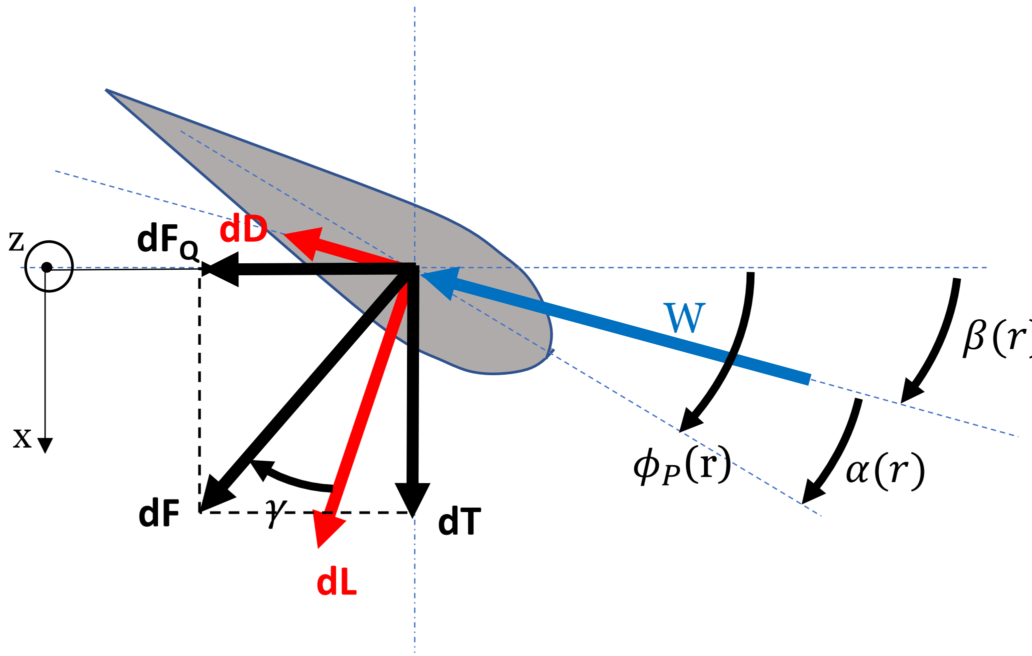
$$dL(r) = \frac{1}{2}\rho c W^2 C_L^{2D}(\alpha)\mathrm{dr}$$

$$dD(r) = \frac{1}{2}\rho c W^2 C_D^{2D}(\alpha)\mathrm{dr}$$

$$\gamma = atan\left(\frac{dD}{dL}\right) = atan\left(\frac{C_D^{2D}}{C_L^{2D}}\right)$$

PNV USP

Teoria do elemento de pá



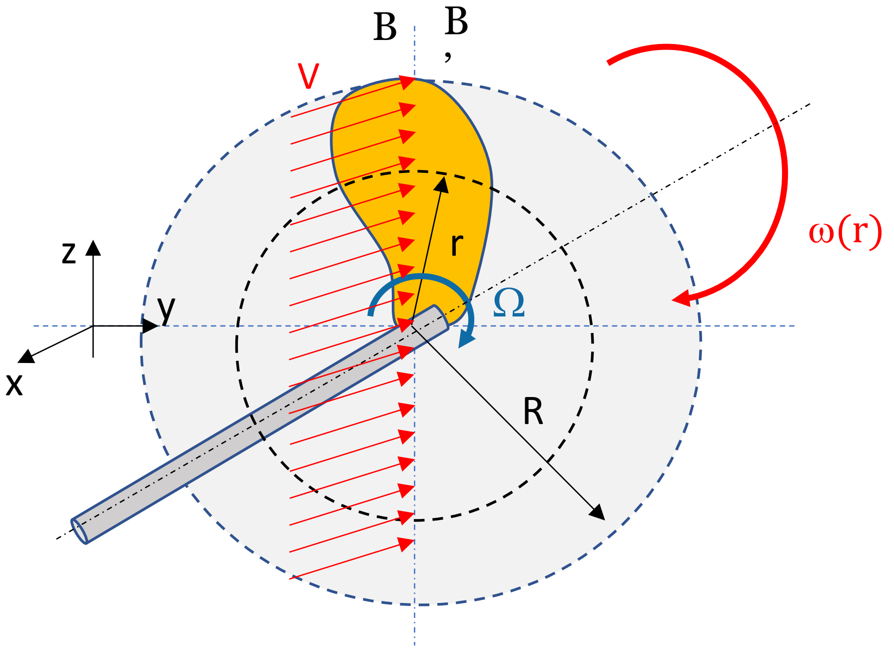
$$dT = dL\cos(\beta) - dD\sin(\beta)$$
$$dF_Q = dL\sin(\beta) + dD\cos(\beta)$$
$$dQ = r dF_Q$$

$$dT = \frac{1}{2}\rho c W^2 [C_L^{2D}(\alpha)\cos(\beta) - C_D^{2D}(\alpha)\sin(\beta)]dr$$

$$dQ = \frac{1}{2}\rho c r W^2 [C_L^{2D}(\alpha)\sin(\beta) + C_D^{2D}(\alpha)\cos(\beta)]dr$$

Teoria de Quantidade de Movimento do Elemento de Pá

BEMT = teoria resultante da união entre os modelos de disco atuador e elemento de pá.

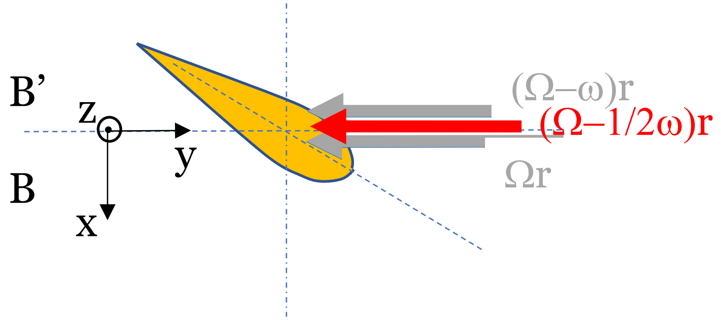


Velocidade axial (V):

$$V = V_B = V_{B'} = V_A(1+a)$$

Velocidade angular, ω

$$\omega = 2a'\Omega$$



Teoria de Quantidade de Movimento do Elemento de Pá

Forças proporcionadas pelas N pás do propulsor, devem coincidir com aquelas previstas para o anel elementar do disco propulsor:

$$NdT = \boxed{\frac{1}{2}\rho N c W^2 [C_L^{2D}(\alpha)cos(\beta) - C_D^{2D}(\alpha)sin(\beta)]dr} = \boxed{4\rho\pi r {V_A}^2 a(1+a)dr}$$

$$NdQ = \boxed{\frac{1}{2}\rho N c r W^2 [C_L^{2D}(\alpha)sin(\beta) + C_D^{2D}(\alpha)cos(\beta)]dr} = \boxed{4\rho\pi r^3 V_A \Omega a'(1+a)dr}$$

Elemento de pá

Disco atuador

- Sistema com duas equações e duas incógnitas (***a*, *a'***)
- Resolvido através de algoritmos iterativos, uma vez conhecidos:

(i) Geometria das pás;

(ii) Coeficientes dos fólios que compõe as pás ($C_L^{2D}(\alpha)$, $C_D^{2D}(\alpha)$);

(iii) V_A e Ω.

PNV USP

Teoria de Quantidade de Movimento do Elemento de Pá

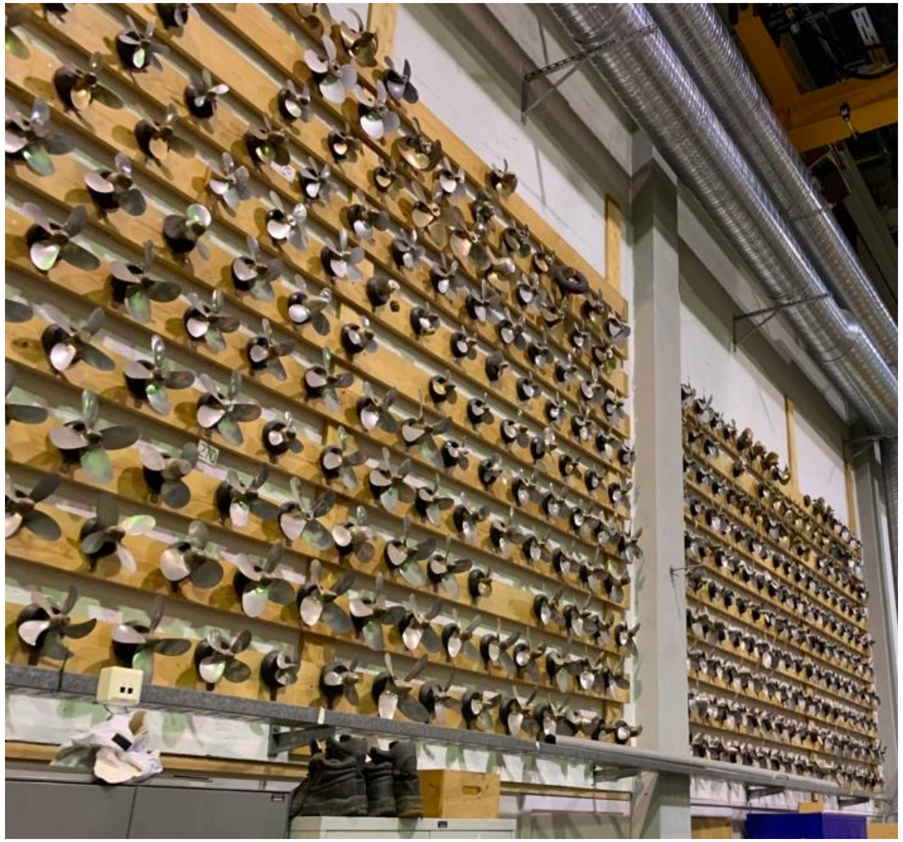
A eficiência hidrodinâmica pode ser definida por:

$$\eta_r = \frac{dTV_A}{dQ\Omega} = \frac{(1-a')}{(1+a)} \frac{\tan(\beta)}{\tan(\beta+\gamma)}$$

OBSERVAÇÕES FINAIS:

- A BEMT é empregada atualmente para projetos de rotores de baixa solidez (turbinas eólicas, turbinas de correnteza, etc.);
- Algumas características dos propulsores navais implicam em menor precisão desse modelo, favorecendo o emprego de métodos computacionais mais avançados;
- Do ponto de vista prático, a tarefa de seleção/dimensionamento do propulsor para determinada embarcação frequentemente recorre a dados experimentais pré-existentes (séries sistemáticas de propulsores)

Medidas experimentais em propulsores



PNV USP

Medidas experimentais em propulsores

Adimensionalização: nas medidas experimentais adota-se uma adimensionalização alternativa, com base nos coeficientes denotados por K_T e K_Q :

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \qquad K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5}$$

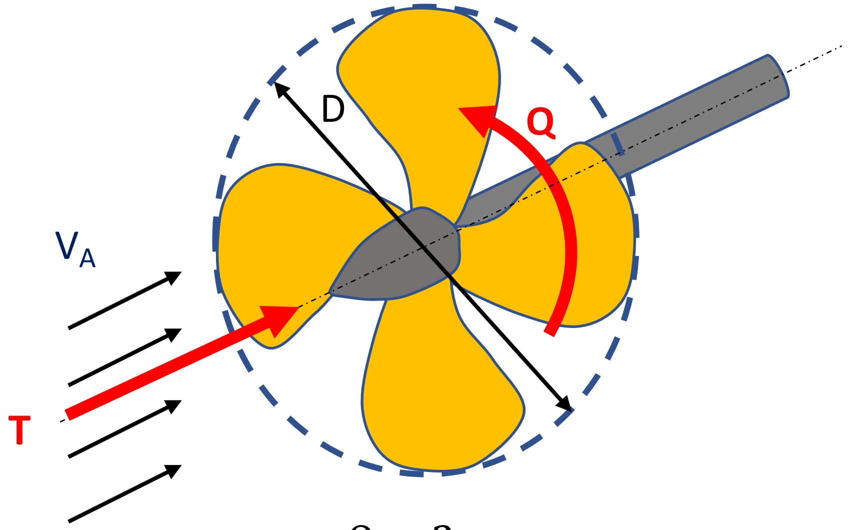
Onde

$$C_T = \frac{8}{\pi}\frac{K_T}{J^2} \qquad C_Q = \frac{16}{\pi}\frac{K_Q}{J^2} \qquad J = \frac{V_A}{nD}$$ (coeficiente de avanço)

PNV USP

Medidas experimentais em propulsores

Ensaio em águas abertas: conduzidos em túneis de cavitação, para ajuste da pressão estática no modelo (efeitos de cavitação), ou em tanques de reboque.



$\Omega = 2\pi n$

n: giro em rps

Coeficiente de potência

$$C_P = \frac{Q\Omega}{\frac{1}{2}\rho A_{DISCO} {V_A}^3} = 16 \frac{K_Q}{J^3}$$

Eficiência em agua aberta

$$\eta_o = \frac{TV_A}{Q\Omega} = \frac{J}{2\pi} \frac{K_T}{K_Q}$$

PNV USP