Física I (4302111)
Turma T2 - noturno

Profa. Luciana V. Rizzo

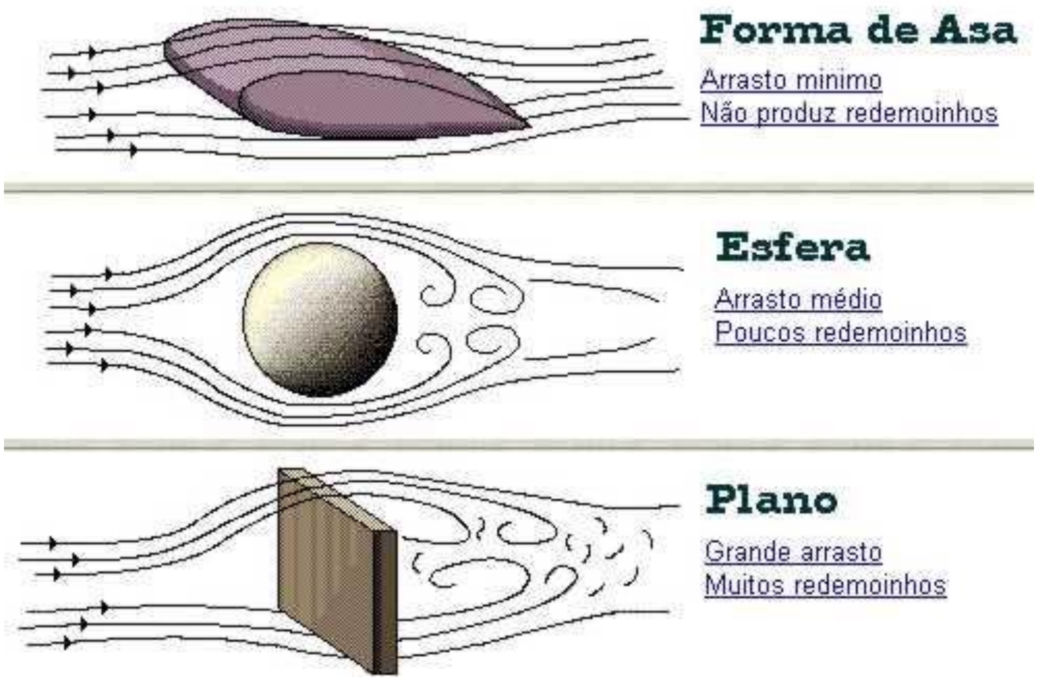
Força de arraste
Força centrípeta

Forças de arraste

Arraste: força exercida por um fluido sobre um objeto, opondo-se ao movimento deste

$\vec{F}_{arraste}$ $\vec{v}$

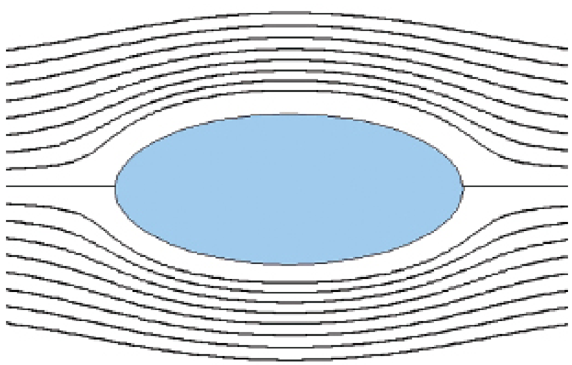
A força de arraste depende da forma e orientação do objeto, da sua velocidade em relação ao fluido e de propriedades do fluido.

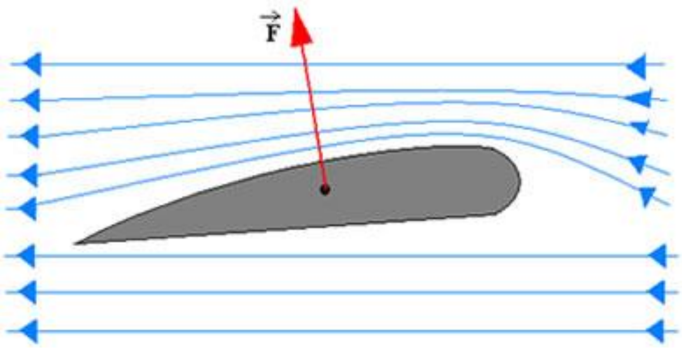


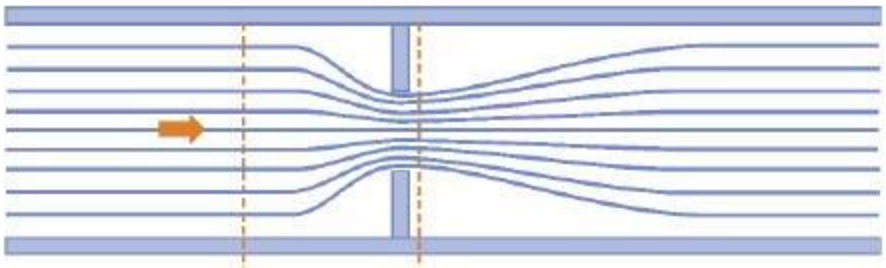
Fluído: substância que se deforma continuamente sob a aplicação de uma força tangencial (ou tensão de cisalhamento), resultando em escoamento.

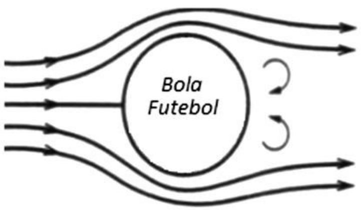
Linhas de corrente (ou linhas de fluxo)

- Representação gráfica do escoamento
- Linha que tangencia a velocidade das diversas partículas de um fluido em movimento
- Quanto menor a distância entre as linhas, maior a velocidade do escoamento.

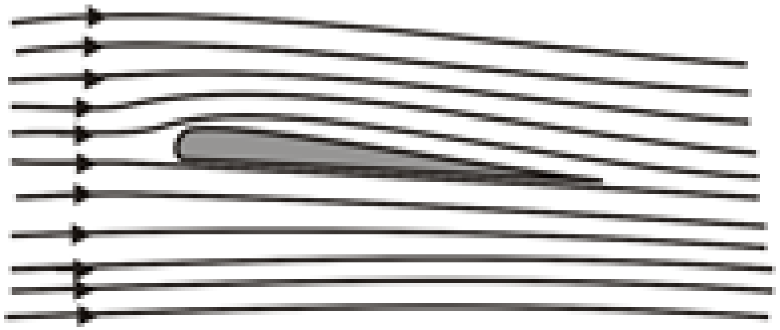








Escoamento Laminar X Turbulento



Fluxo laminar

Escoamento irrotacional; cada partícula do fluido descreve uma trajetória suave

Em um escoamento laminar, as linhas de corrente não se cruzam

Fluxo turbulento

Escoamento irregular, com formação de redemoinhos (vórtices) e dissipação de energia. A velocidade varia erraticamente.

Número de Reynolds (adimensional)

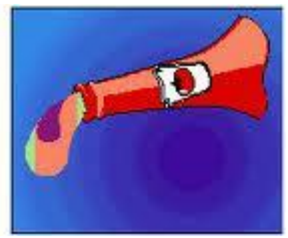
- Indica se o escoamento é laminar ou turbulento

$$\mathrm{Re} = \frac{2r\rho v}{\eta} \quad \begin{cases} \text{r} = \text{raio do tubo} \\ \rho = \text{densidade do fluido} \\ \text{v} = \text{velocidade média do fluido} \\ \eta = \text{viscosidade do fluido} \end{cases}$$

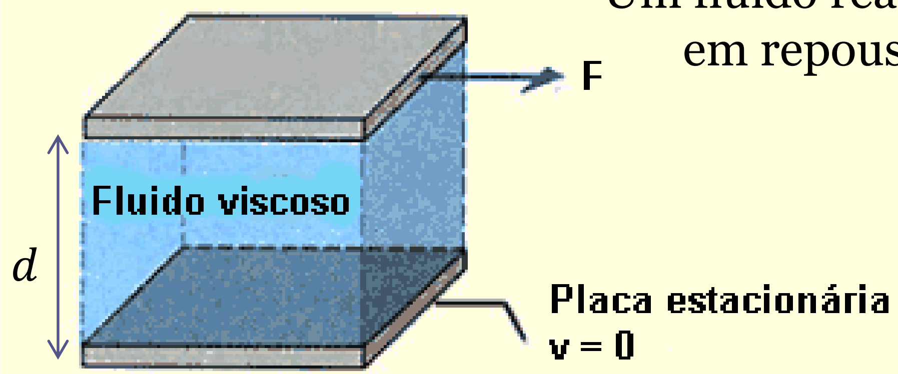
- Razão entre forças inerciais e forças viscosas
- Re <~ 2000 → escoamento laminar
- Re ~> 3000 → escoamento turbulento
- Entre estes dois valores, o escoamento é instável, e pode mudar de um tipo para o outro

Viscosidade

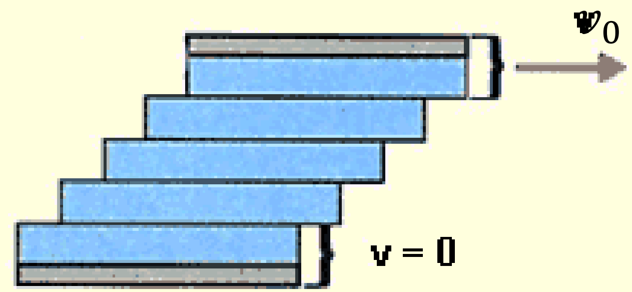
- Resistência de um fluido ao escoamento
- Forças de adesão de origem eletromagnética



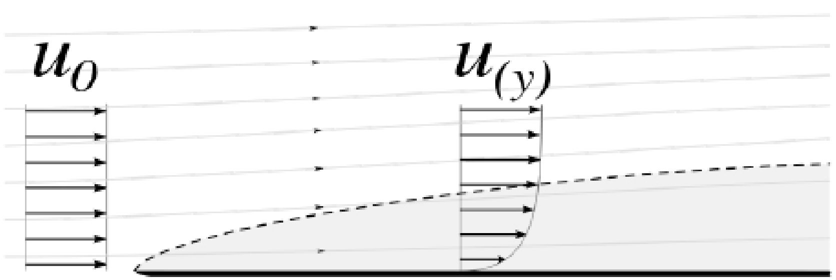
Cisalhamento: atuação de forças viscosas



Um fluido real, em contato com um sólido, permanece em repouso em relação à superfície de contato.



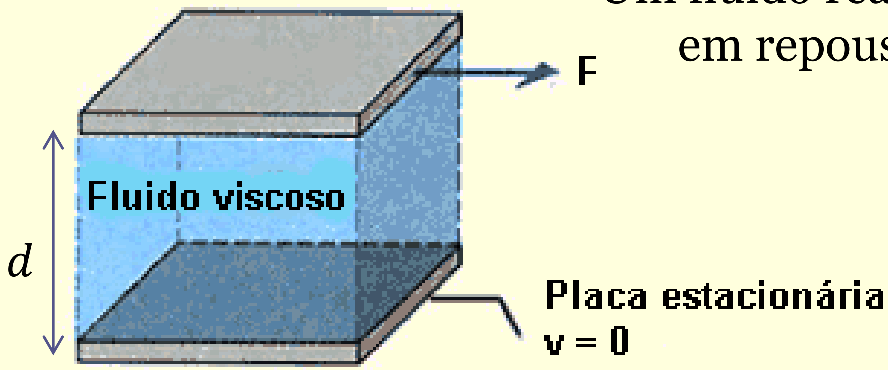
- Seja um fluido viscoso confinado entre placas paralelas
- Movendo-se a placa superior, a camada de fluido imediatamente abaixo é arrastada. Cada lâmina arrasta a lâmina logo abaixo, sucessivamente



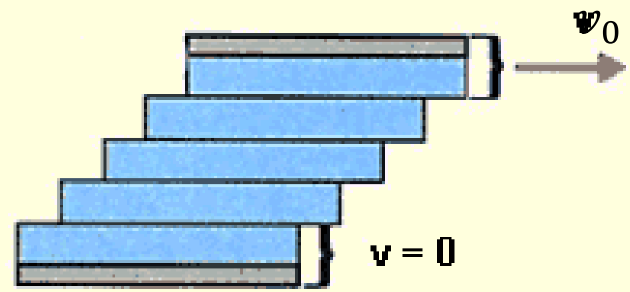
A velocidade varia linearmente na vertical: (taxa de deformação)

$$v(y) = \frac{v_0}{d} y \qquad \frac{dv}{dy} = \frac{v_0}{d}$$

Cisalhamento: atuação de forças viscosas



Um fluido real, em contato com um sólido, permanece em repouso em relação à superfície de contato.



- Lei de Newton da viscosidade:

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{v_0}{d} = \eta \frac{dv}{dy}$$

(válida para baixas velocidades, escoamento laminar)

Tensão de cisalhamento: força/área necessária para manter a placa superior em movimento com velocidade v_0

Coeficiente de viscosidade N.s/m²

Fluido newtoniano: o fluido se deforma ($\frac{dv}{dy}$) de maneira proporcional à tensão aplicada.

Força de arraste

$$F_{arraste} = bv^n$$

$$b = \frac{1}{2} C \rho A$$

(formulação empírica)

Área de secção reta (perpendicular à velocidade)

Densidade do fluido

Coeficiente de arraste

Geralmente $1 \leq n \leq 2$.

Exemplo

Determine a força de arraste que atua sobre um automóvel que se move com velocidade constante de: a) 60 km/h; b) 100 km/h. Considere: coeficiente de arraste C=0,9; densidade do ar $\rho = 1{,}2\ \mathrm{kg/m^3}$; área de secção transversal A = 1 m^2; força de arraste proporcional ao quadrado da velocidade.

a) $F_a = 150\ N$

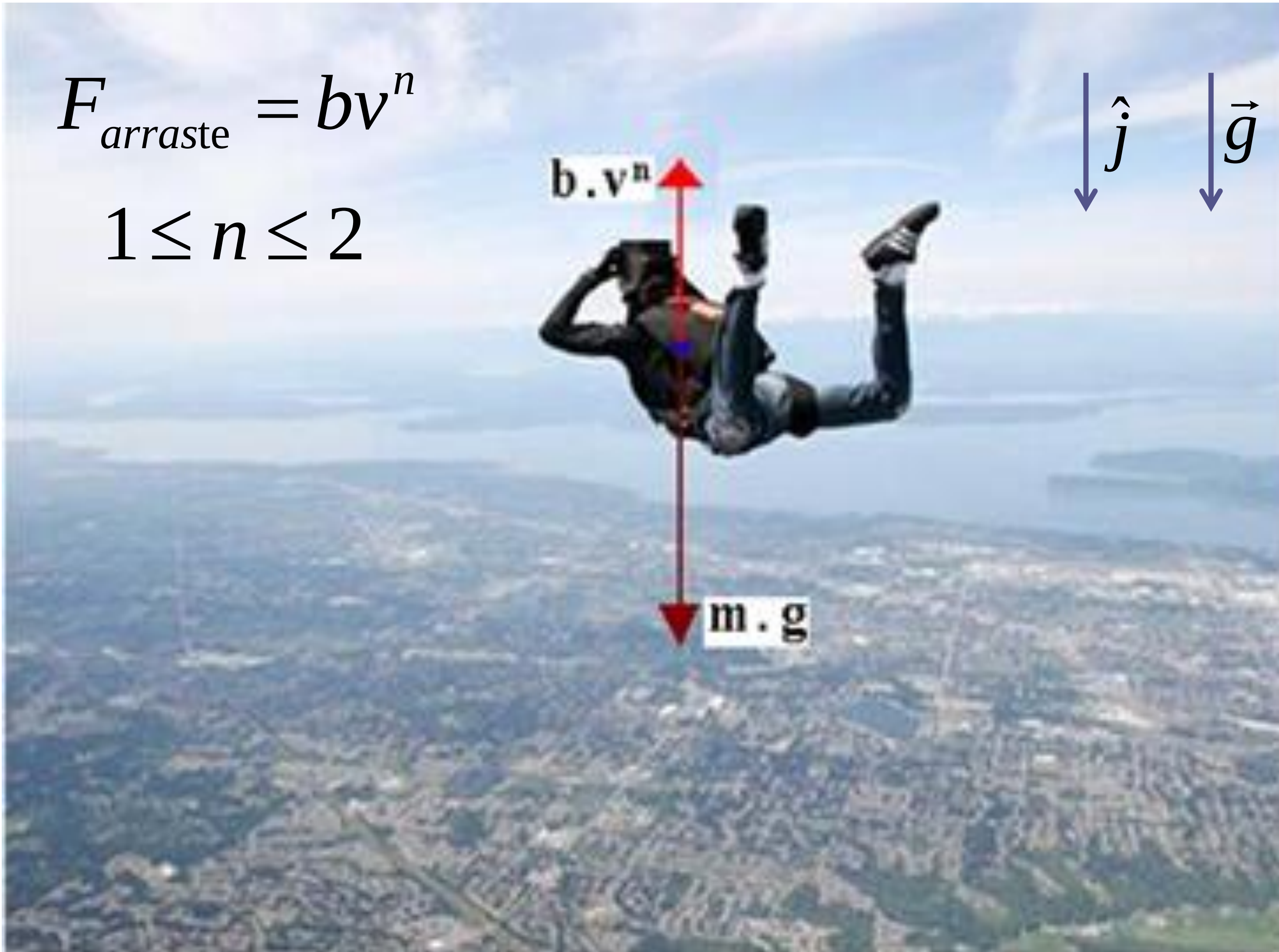
b) $F_a \cong 417\ N$

Força de arraste sobre um objeto em queda

$$F_{arraste} = bv^n$$

$$1 \leq n \leq 2$$

$\hat{j}$ $\vec{g}$



Força de arraste sobre um objeto em queda

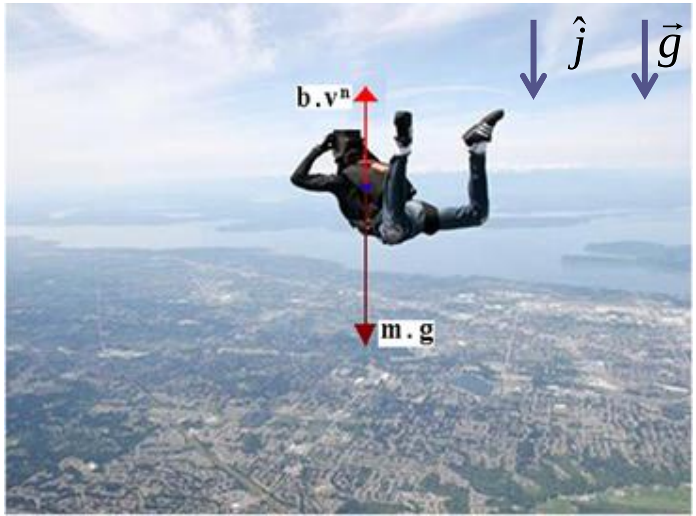
Adotando o sentido para baixo como positivo, temos:

$$F_{\mathrm{R}} = F_g - F_{arraste}$$

$$ma = mg - bv^n$$

$$a = g - \frac{b}{m}v^n$$

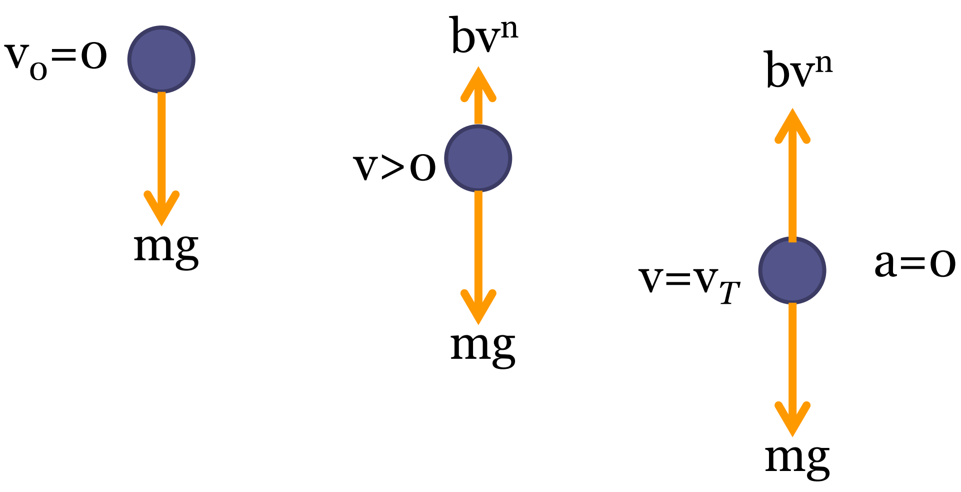
A aceleração não é constante!
Varia com a velocidade.

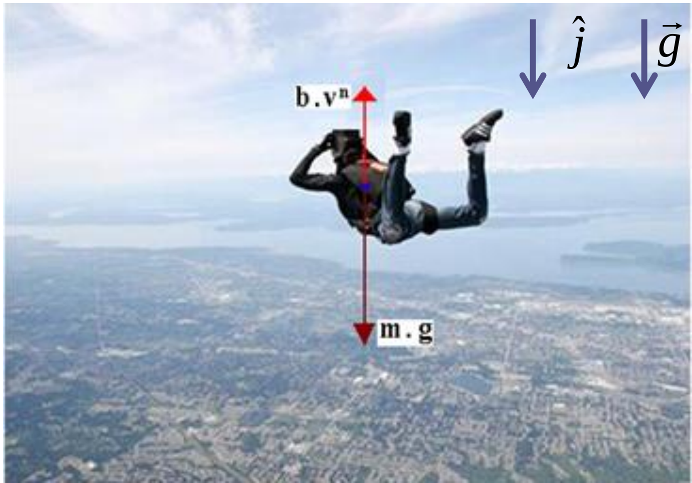


- Força de arraste sobre um objeto em queda livre

A velocidade aumenta até que a força de arraste bv^n seja grande o suficiente para equilibrar a força peso. Esta é denominada a **VELOCIDADE TERMINAL** do objeto (v_T). Quando a velocidade terminal é atingida, a aceleração do objeto passa a ser zero, e ele se move com velocidade constante.

$$F_{arraste} = F_g \qquad bv_T^n = mg \qquad v_T = \sqrt[n]{\frac{mg}{b}}$$





Curiosidade
(adiantando o que vocês verão mais pra frente)

A equação de movimento é uma equação diferencial:

$$\mathrm{F_R} = \mathrm{ma}$$

$$\mathrm{F_R} = \mathrm{m}\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\mathrm{P} - \mathrm{F_a} = \mathrm{m}\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\mathrm{mg} - \mathrm{bv^n} = \mathrm{m}\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\mathrm{mg} - \mathrm{b}\left(\frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{dt}}\right)^{\mathrm{n}} = \mathrm{m}\frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\boxed{\boldsymbol{\frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{b}{m}\left(\frac{dy}{dt}\right)^n}}$$

Se n=1, a solução geral dessa equação diferencial é:

$$y(t) = -\frac{A}{b/m}e^{-rt} - \frac{g}{b/m}t + B$$

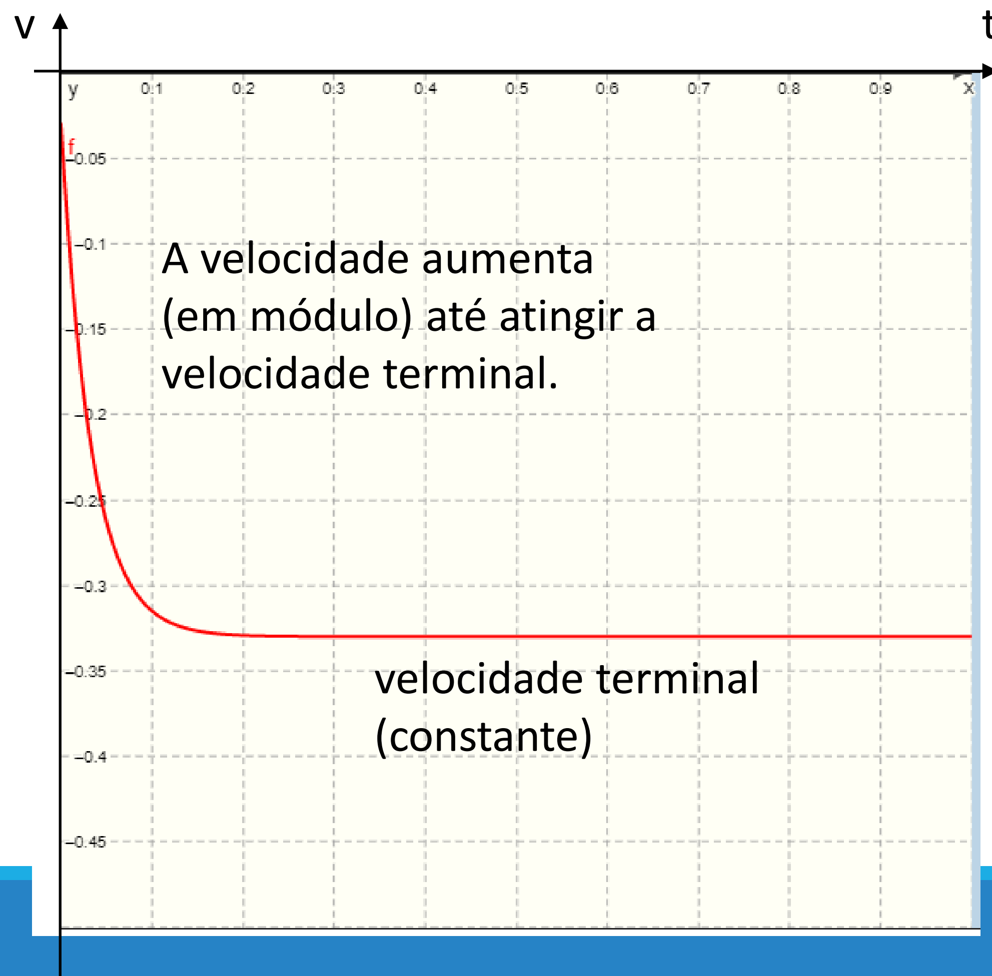
(onde A e B são constantes arbitrárias)

Em uma equação diferencial, a incógnita é uma função. No caso, a solução dessa equação diferencial é a função horária da posição, y(t).

Força de arraste
(adiantando o que vocês verão mais pra frente)

A equação de movimento é uma equação diferencial:

$$\boxed{\frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{b}{m}\left(\frac{dy}{dt}\right)^n}$$



Solução particular: o objeto parte da posição x=1000 m com velocidade v=0

$$v(t) = -0.33 + 0.3e^{-30t}$$

Objetos de massas diferentes em queda livre e em queda com resistência do ar

Experimento em uma câmara de vácuo:

http://www.iflscience.com/physics/dropping-bowling-ball-and-feather-vacuum/

Experimento na Lua, em 1971 (Apollo 15):

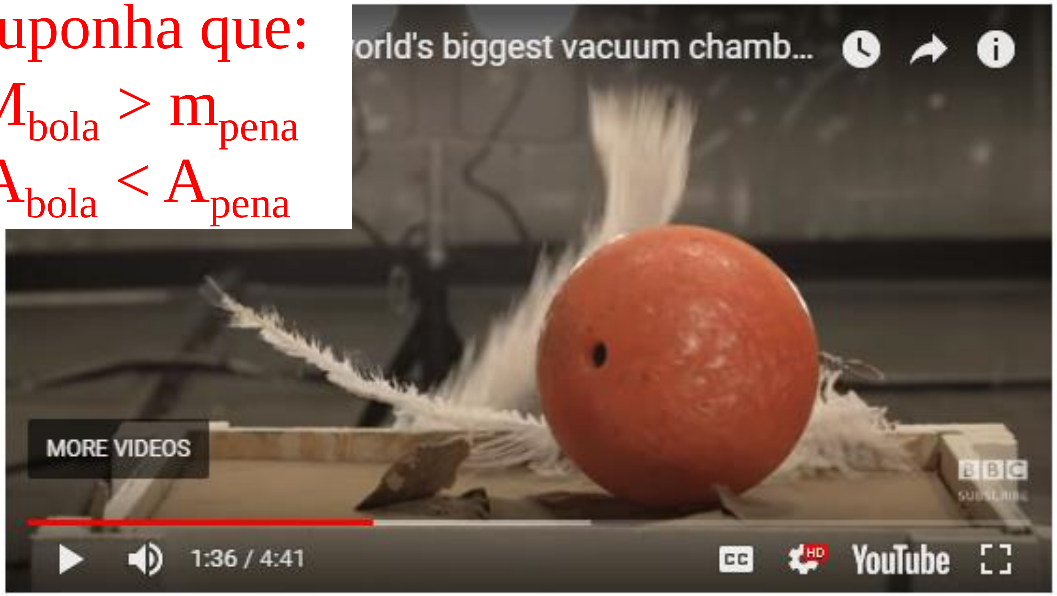
https://www.youtube.com/watch?v=5C5_dOEyAfk

Por que a bola de boliche cai primeiro do que a pena no ar?

Suponha que:

$M_{bola} > m_{pena}$

$A_{bola} < A_{pena}$



$$a = g - \frac{b}{m} v^n$$

$$b = \frac{1}{2} C \rho A$$

Área de secção transversal

Densidade do fluido

Coeficiente de arraste

Quem desenvolve maior aceleração, a bola ou a pena?

Quem desenvolve maior velocidade terminal, a bola ou a pena?

Quem sofre mais resistência do ar, a bola ou a pena?

$$v_T = \sqrt[n]{\frac{mg}{b}}$$

Exemplo

Um paraquedista de massa 70 kg está caindo verticalmente. Considere $g=9{,}8\ m/s^2$, a densidade do ar $\rho=1{,}2\ kg/m^3$ e o coeficiente de arrasto $C=2$. Suponha que a força da arraste é proporcional ao quadrado da velocidade do paraquedista.

a) Escreva uma expressão para a aceleração do paraquedista. A aceleração é constante, ou varia no tempo? A aceleração depende de que características físicas do paraquedista?

b) Antes do pára-quedas abrir, a área de secção reta do paraquedista é de 1,0 m^2. Determine sua velocidade terminal neste caso.

c) Quando a pára-quedas abre, a área de secção reta do paraquedista é de 5,0 m^2. Determine a velocidade terminal do paraquedista depois de abrir o pára-quedas.

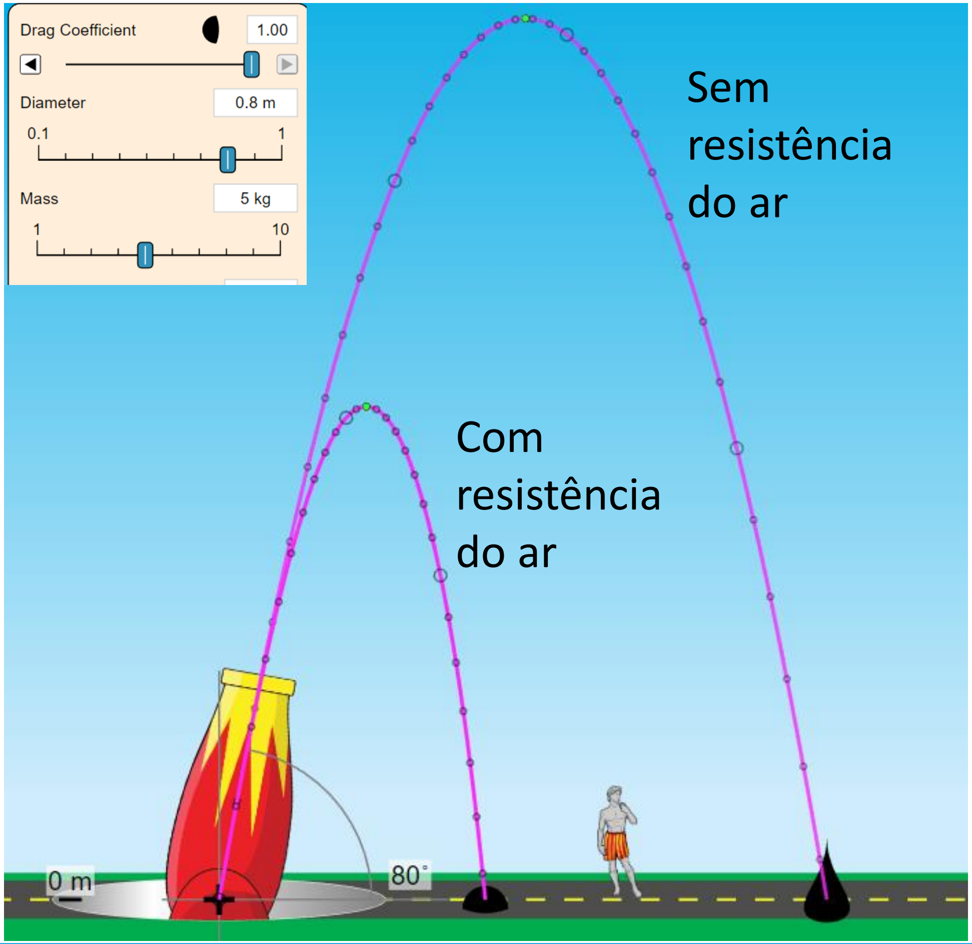
a) $a = g - \frac{1}{2m} C\rho A$

A aceleração varia no tempo, pois depende da velocidade. A aceleração depende da massa e da área de seção reta do paraquedista. Assim, a aceleração do paraquedista muda dependendo da posição de seu corpo.

b) 80,1 km/h

c) 38,5 km/h

Influência da força de arraste (resistência do ar) sobre o lançamento oblíquo



A resistência do ar depende de:

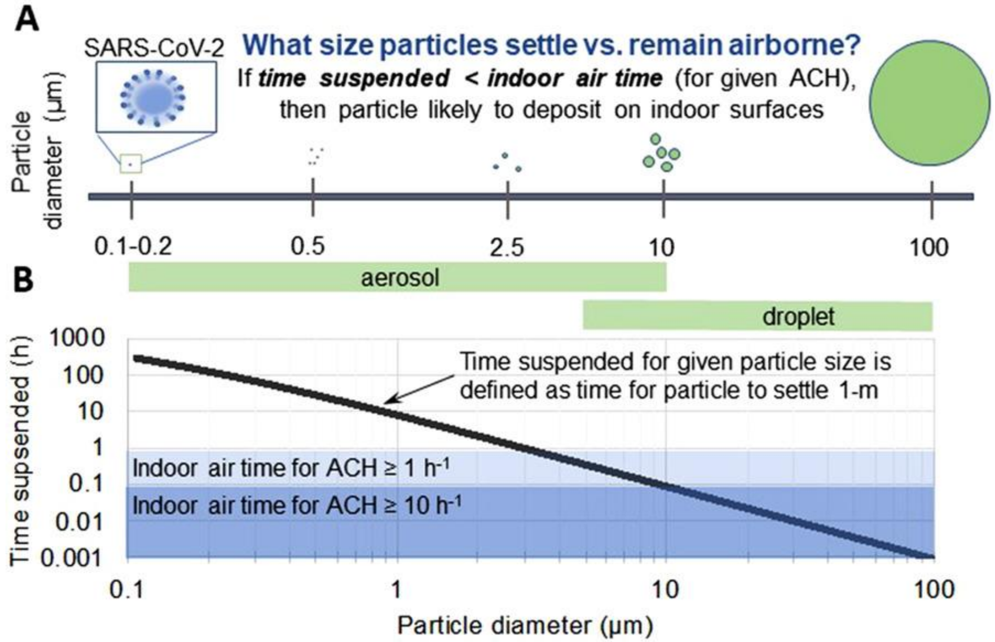
- coeficiente de arraste (propriedade do fluido)
- massa, formato e orientação do objeto
- varia tipicamente com v^n

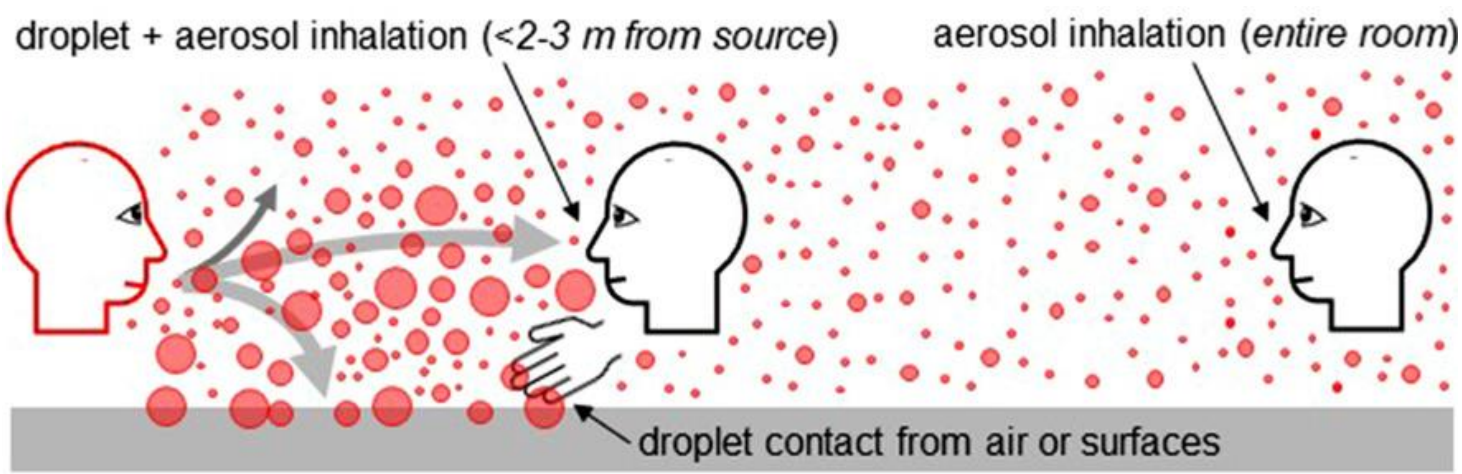
Sob a ação da resistência do ar, ocorre um acoplamento entre os movimentos nas direções x e y, pois a magnitude da força de arraste depende da velocidade total, que possui componentes nas duas direções.

https://phet.colorado.edu/sims/html/projectile-motion/latest/projectile-motion_all.html

Aplicação: quanto tempo uma partícula (aerossol) pode permanecer suspensa no ar?

Tempo estimado para uma partícula depositar de uma altura de 1 m, em um ambiente fechado.



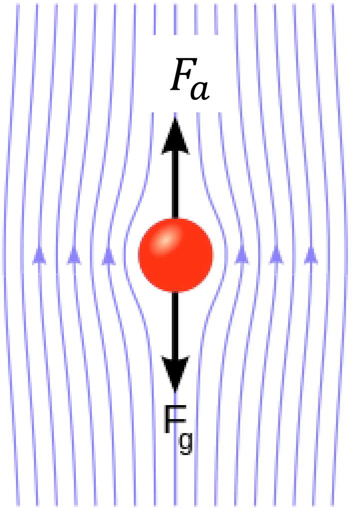


https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/alr.22661

Lei de Stokes

Forma especial para a força de arraste no caso de uma esfera de raio r que se desloca em um fluido de viscosidade η com velocidade v:

$$F_{arraste} = 6\pi\eta r v$$



Solução particular das equações de Navier-Stokes.

Válida para:

- Objeto esférico
- Escoamento laminar
- Velocidade baixa
- Materiais homogêneos
- Superfície da esfera pouco rugosa

Exemplo

Considere uma gota de chuva esférica de 50 μm de raio. Quando a gota cai, sua força de arraste pode ser descrita pela Lei de Stokes:

$$F_{arraste} = 6\pi\eta r v$$

onde η=1,8x10^{-5} N.s/m^2 é a viscosidade do ar, r é o raio da gota, e v sua velocidade. Considere g=9,8 m/s^2 e que a densidade da água pura é de 1000 kg/m^3.

a) Determine a velocidade terminal da gota de chuva.

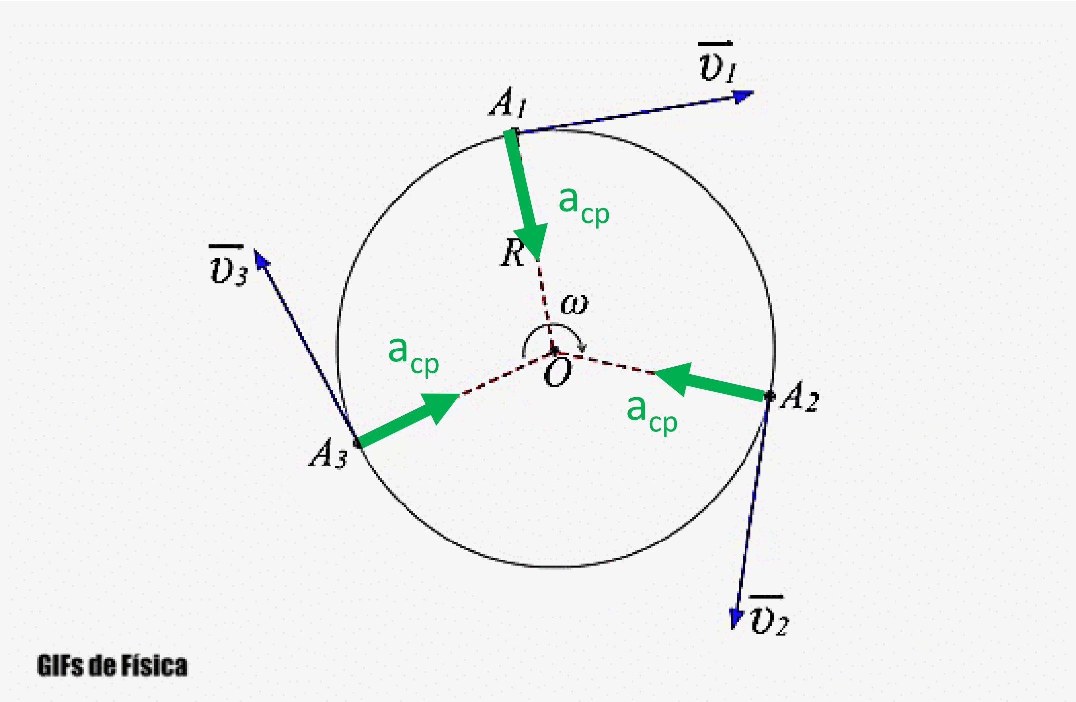
b) Estime o tempo que essa gota leva para cair de uma altura de 500m após atingir a velocidade terminal.

a) 0,3 m/s

b) 1667 s ≈ 28 min

Dinâmica do movimento circular

Relembrando
Movimento circular uniforme (MCU)

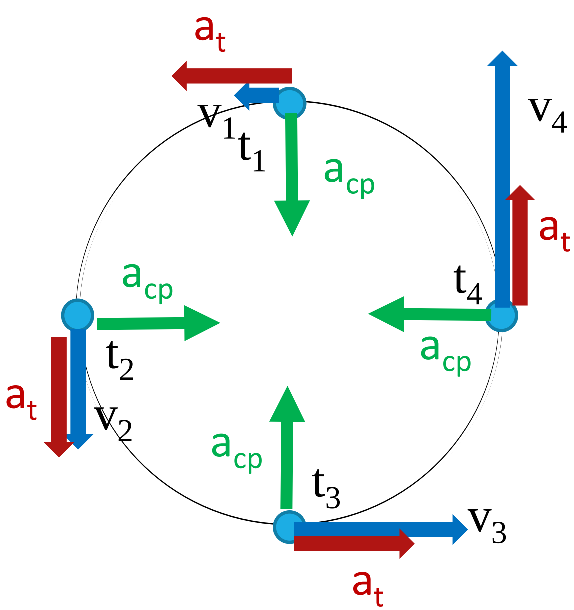


Trajetória circular

Velocidade com módulo constante

Aceleração centrípeta (a_{cp}): presente em qualquer movimento circular, e sempre aponta para o centro.

Relembrando
Movimento circular com aceleração tangencial (a_t)



Aceleração tangencial: (a_t) tangente à trajetória

Se a_t apontar no mesmo sentido de v, o movimento é <u>acelerado</u>.

Se a_t apontar no sentido contrário ao de v, o movimento é <u>desacelerado</u> ou retardado.

Aceleração centrípeta (a_{cp}): presente em qualquer movimento circular, e sempre aponta para o centro.

Força centrípeta

Todo corpo que se move em uma trajetória circular está sujeito a uma aceleração centrípeta, que aponta para o centro da trajetória.

Se o corpo descreve um movimento circular uniforme, a força resultante é a força centrípeta:

$$\vec{F}_{cp} = m\vec{a}_{cp} \qquad \left|\overrightarrow{F_{cp}}\right| = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$$

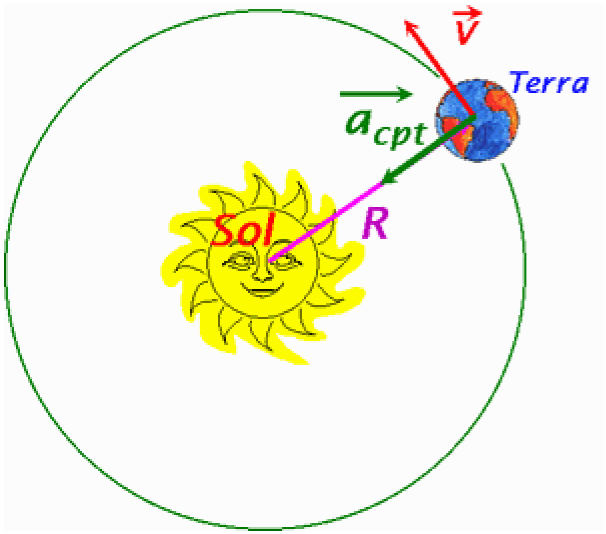
Importante: a força centrípeta resulta da combinação de forças (ex: normal, tração, força gravitacional, ...), cuja soma vetorial aponta para o centro de uma trajetória circular.

Força centrípeta - exemplos

Importante: se o movimento é circular, não pode haver equilíbrio de forças. Tem que sobrar uma componente de alguma força que aponte para o centro da curva, senão o objeto se moveria em linha reta.

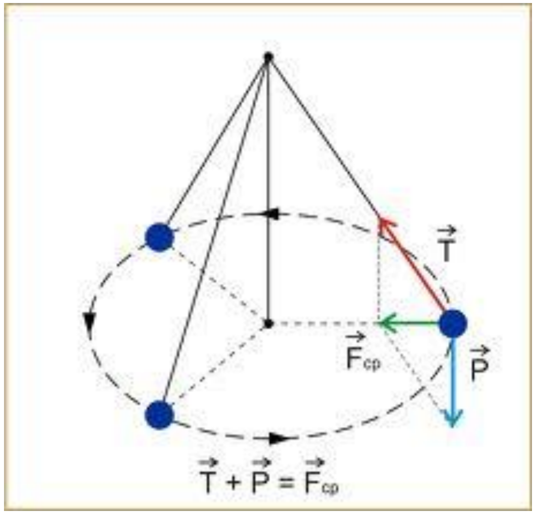
Rotação da Terra em torno do Sol

Força resultante = Força gravitacional



Pêndulo cônico

Força resultante = componente da força de tração



Carro em curva inclinada

Força resultante = componente da força normal

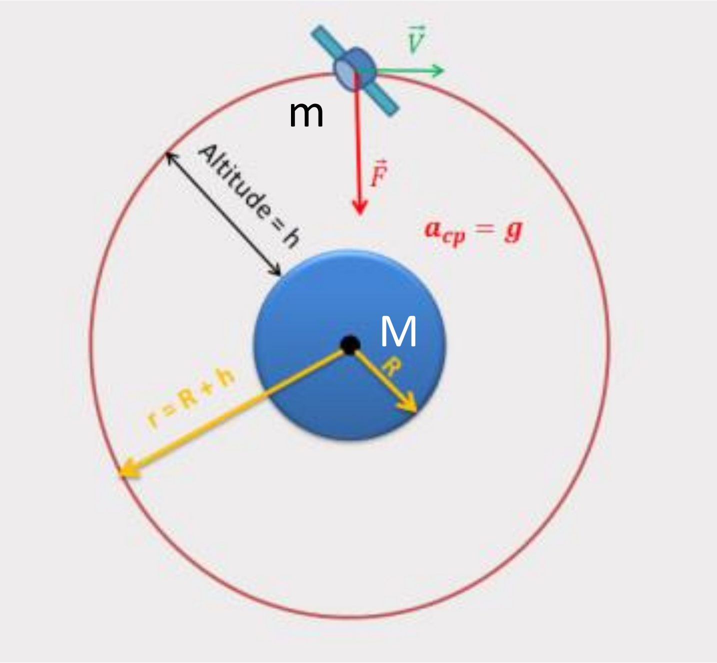
Exemplo: satélite em órbita circular

A força gravitacional F_g atua como força centrípeta

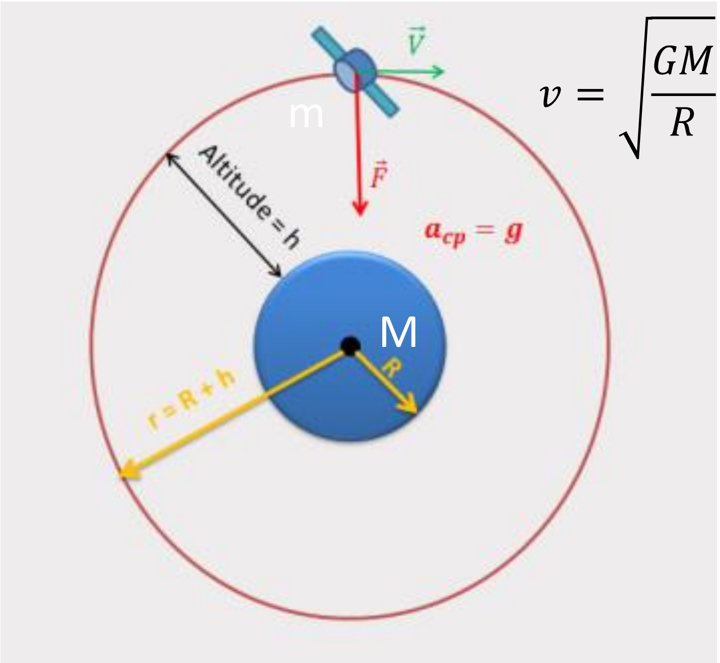
$$F_g = F_{cp} \quad \rightarrow \quad \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \rightarrow$$

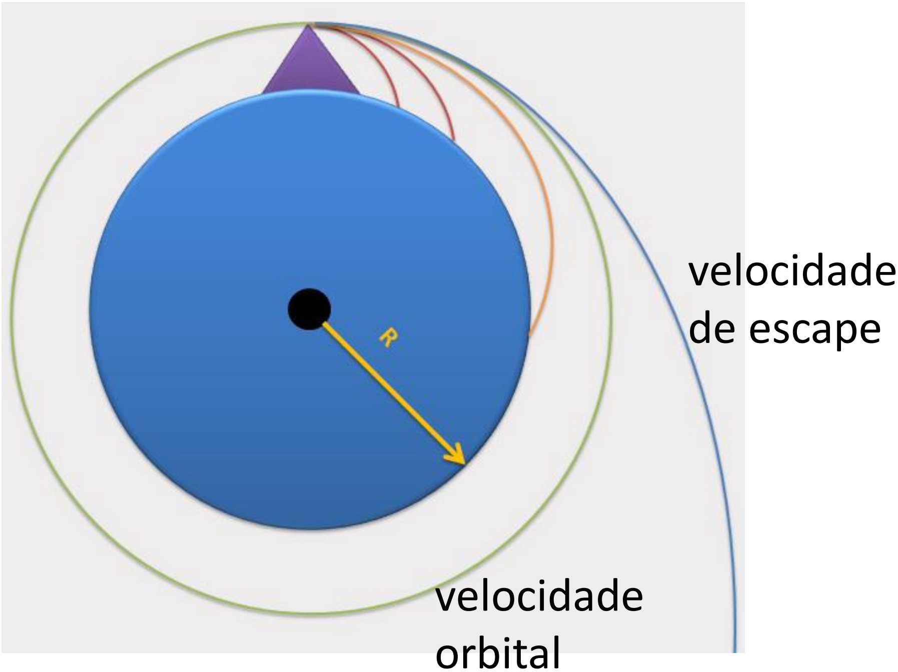
$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

Velocidade que o satélite deve possuir para permanecer em órbita a uma altura h



Como colocar um satélite em órbita?





Qual deve ser a velocidade horizontal de lançamento de um projétil próximo à superfície da Terra para que ele entre em órbita?

- Deve ser uma velocidade horizontal grande, de modo que, quando o projétil cair 1 m, o chão também terá curvado 1 m.
- Velocidade necessária: cerca de 8 km/s = 28000 km/h
- (isso se não houvesse resistência do ar em nem obstáculos na superfície da Terra)

Exemplo: pêndulo cônico

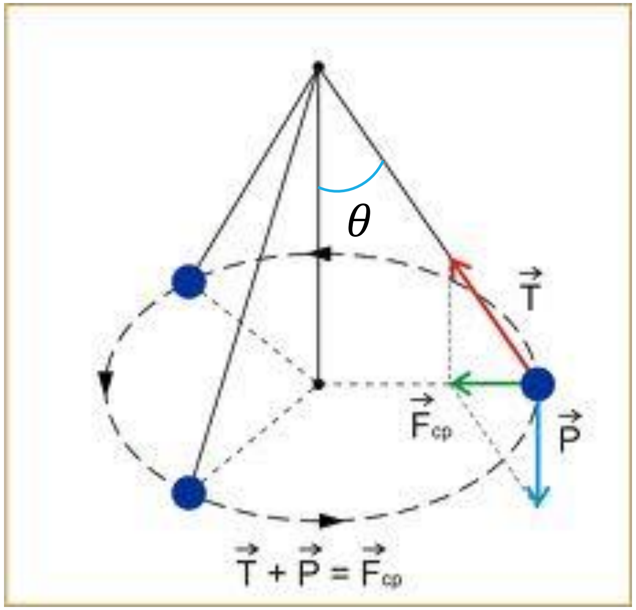
Considere uma partícula de massa **m** suspensa por um fio ideal de comprimento **L** preso a um ponto fixo. A partícula gira em movimento circular uniforme, de modo que o fio faz um ângulo $\boldsymbol{\theta}$ com a vertical. A aceleração da gravidade é **g**. Despreze a resistência do ar. Determine, em termos das variáveis fornecidas no enunciado:

A) o módulo da aceleração do movimento

B) o módulo da tensão no fio

C) o módulo da velocidade angular do movimento

D) o período do movimento



A) $a = g.\tan\theta$

B) $T = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

C) $\omega = \sqrt{\dfrac{g}{L\cos\theta}}$

D) $\tau = 2\pi\sqrt{\dfrac{L\cos\theta}{g}}$

Exercício

Uma curva de 30 m de raio é inclinada de um ângulo θ.

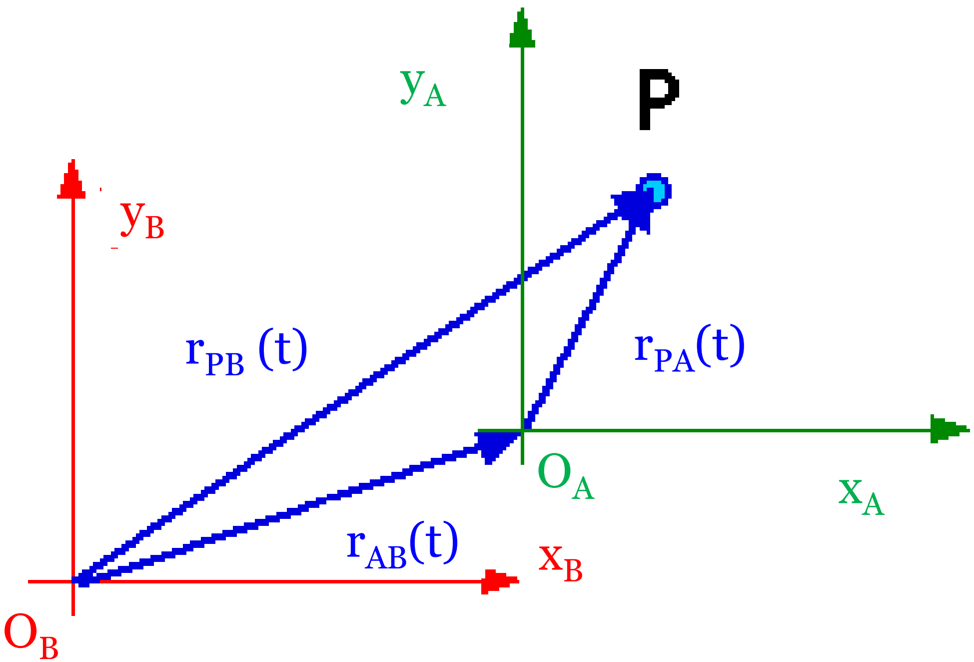
a) Determine θ para que o carro percorra a curva a 40 km/h, mesmo que haja óleo na pista (atrito zero).

22,8°

b) Se a pista não fosse inclinada, quanto deveria ser a magnitude da força de atrito para manter um carro de 800 kg na curva com velocidade de 40 km/h?

3230 N

Referencial não-inercial



Posição:
$\vec{r}_{PB}(t) = \vec{r}_{PA}(t) + \vec{r}_{AB}(t)$

Velocidade:
$\vec{v}_{PB}(t) = \vec{v}_{PA}(t) + \vec{v}_{AB}(t)$

Aceleração:
$\vec{a}_{PB}(t) = \vec{a}_{PA}(t) + \cancelto{0}{\vec{a}_{AB}(t)}$

Se A e B são referenciais inerciais, então $\vec{a}_{AB} = 0$ e $\vec{F}_B = \vec{F}_A$.

Se o referencial A não for inercial, então $\vec{a}_{AB} \neq 0$. Nesse caso, um observador em A perceberá a ação de uma força fictícia $-\vec{F}_{AB}$.

Um observador em B (ref inercial) vê:
$\vec{F}_B = \vec{F}_A + \vec{F}_{AB}$

Um observador em A (ref não nercial) vê:
$\vec{F}_A = \vec{F}_B \boxed{- \vec{F}_{AB}}$

força fictícia ou força inercial

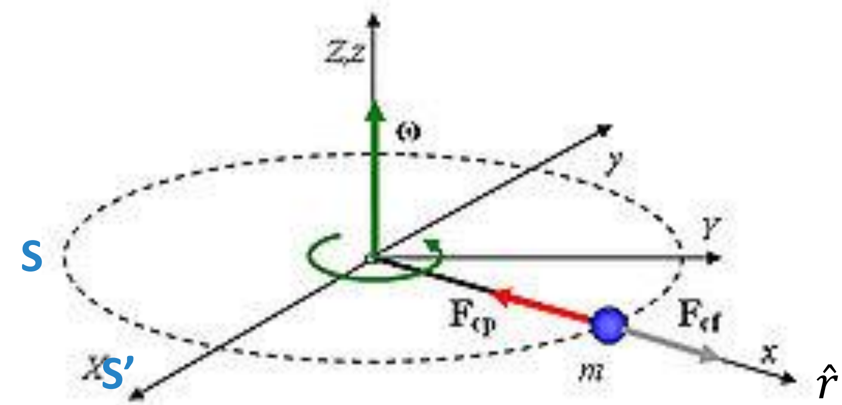
Força fictícia (ou força inercial)

Força fictícia: força percebida por um observador que adota um referencial não inercial (acelerado) como se fosse um referencial inercial (sem aceleração). Não se trata de uma força física real, é apenas uma compensação que um observador em um referencial não-inercial faz para explicar o estado de repouso ou de movimento em relação a esse referencial.

Exemplo:

- Força centrífuga:

Suponha um objeto de massa m que gira junto com uma plataforma.



Um observador em S vê o objeto girando:

$$\vec{F}_S = \vec{F}_{S'} + \vec{F}_{S'S} = \vec{F}_{cp} = -\mathrm{m}\omega^2 r\hat{r}$$

S: referencial inercial

S': referencial não inercial (plataforma que gira)

Um observador em S' vê o objeto em repouso, mas percebe uma força radial orientada para fora do centro:

$$\vec{F}_{S'} = \vec{F}_S - \vec{F}_{S'S} = -\vec{F}_{cp} = +\mathrm{m}\omega^2 r\hat{r}$$

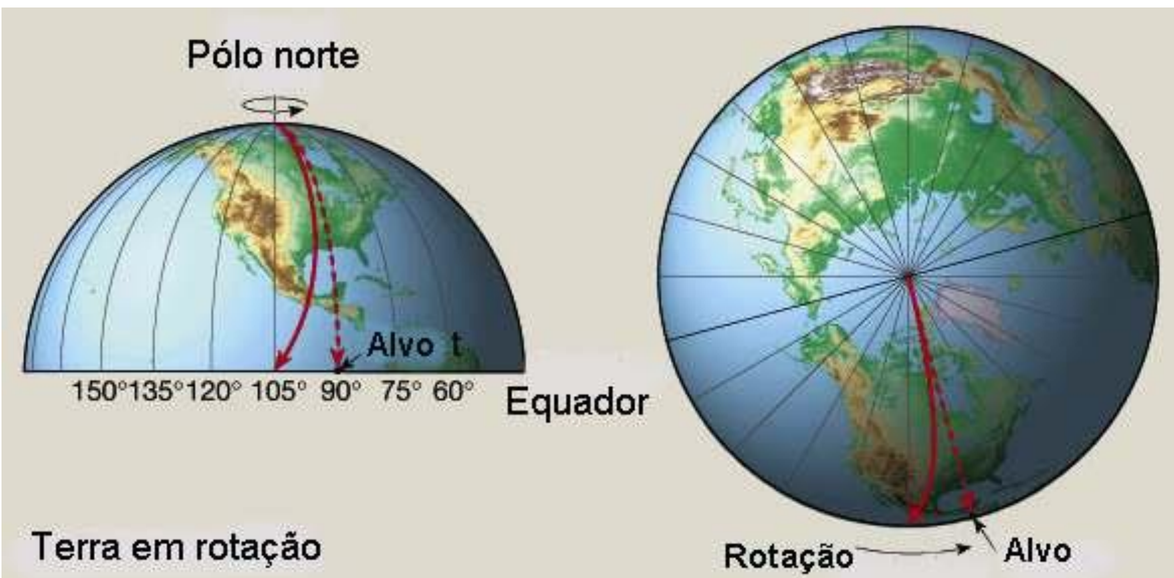
força centrífuga
(força fictícia, só é percebida no referencial não-inercial)

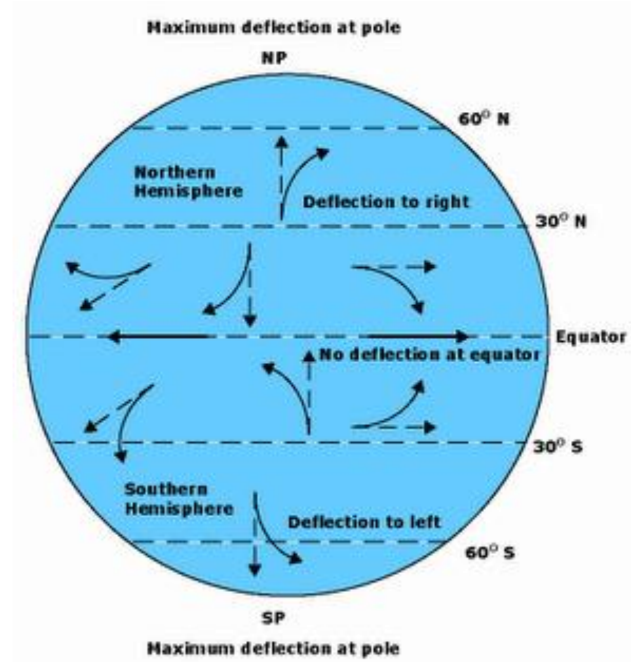
Forças fictícias (ou pseudoforças)

Exemplo:

- Força de Coriolis: para um observador que gira junto com a Terra, fluidos que se movem parecem descrever uma trajetória curva, como se estivessem sujeitos a uma força centrípeta.

  Para um observador no hemisfério norte, os ventos parecem fazer uma curva para a direita.
  Para um observador no hemisfério sul, os ventos parecem fazer uma curva para a esquerda.
  Para um observador que está fora da Terra, os ventos movem-se em linha reta. Este efeito é mais evidente perto dos pólos, e nulo no Equador.





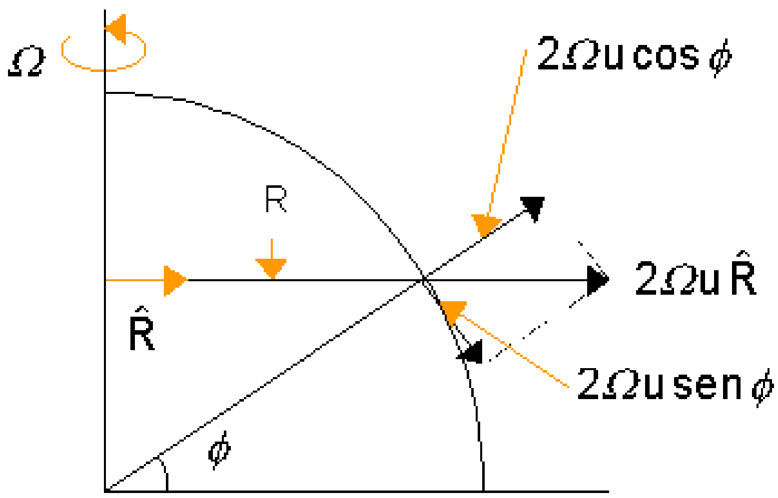
Para saber mais:
Cap 13.4 do Moysés
https://youtu.be/xDTGW00YHzo
https://www.youtube.com/watch?v=_sayCU1TNyg

O efeito Coriolis atua sobre objetos ou parcelas de fluidos que se deslocam em relação a um ponto fixo na Terra.

Força de Coriolis

- Componente horizontal da força de Coriolis

$$F_{Coriolis} = 2m\,\Omega\,v\,\text{sen}\,\phi$$



Latitude

Velocidade do vento

Velocidade de rotação da Terra:

$\Omega = 7{,}292 \times 10^{-5}\ rad/s$

Exemplo: qual é a magnitude da força de Coriolis por unidade de massa para uma massa de ar que se desloca a 54 km/h nas latitudes: a) 70º, b) 40º, c) 0º. Considere $\Omega = 7{,}292 \times 10^{-5}\ s^{-1}$.

$$\frac{F_{Coriolis}}{m} = 2\,\Omega\, v\, \mathrm{sen}\,\phi \qquad 54\frac{km}{h} = 15\frac{m}{s}$$

a) $\frac{\mathrm{F_{Coriolis}}}{\mathrm{m}} = 2\,.\,7{,}292 \times 10^{-5}.\,15.\,\mathrm{sen}\,70^{o} \cong 2{,}05 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$

b) $\frac{\mathrm{F_{Coriolis}}}{m} = 2\,.\,7{,}292 \times 10^{-5}.\,15.\,\mathrm{sen}\,40^{o} \cong 1{,}41 \times 10^{-3}\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{kg}}$

c) $\frac{\mathrm{F_{Coriolis}}}{\mathrm{m}} = 2\,.\,7{,}292 \times 10^{-5}.\,15.\,\mathrm{sen}\,0^{o} = 0$

A força de Coriolis é nula no Equador, e aumenta com a latitude.