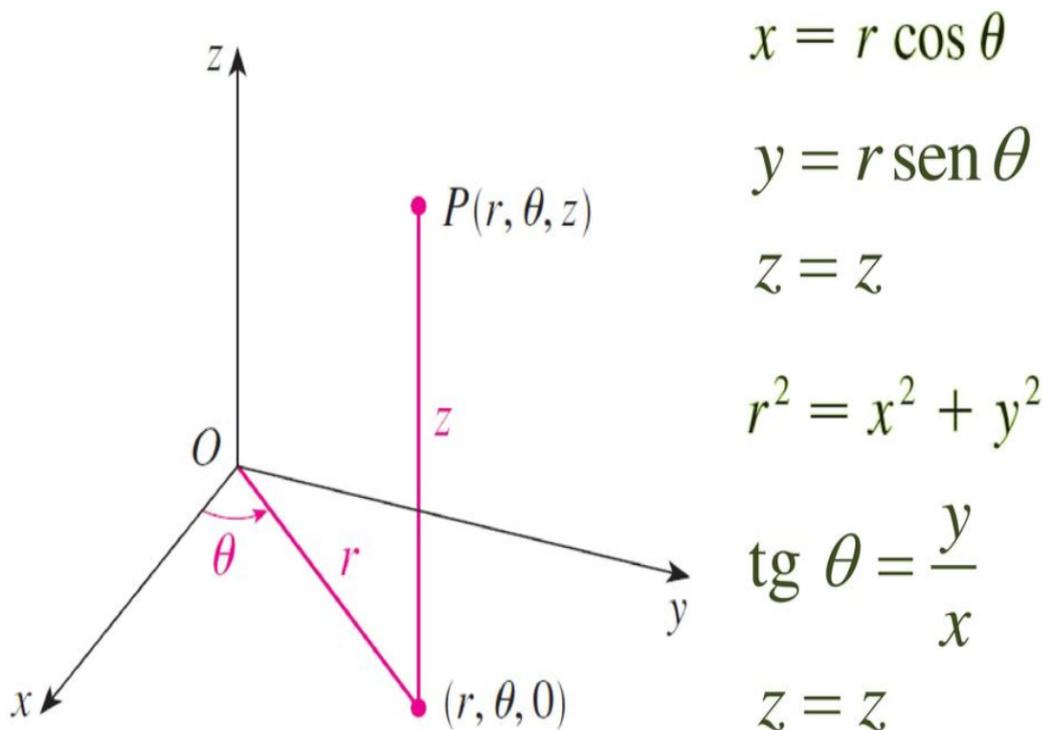


LISTA de EXERCÍCIOS para a provinha **p4** de 26/04**Coordenadas Cilíndricas ( $r, \theta, z$ ) em 3D:**

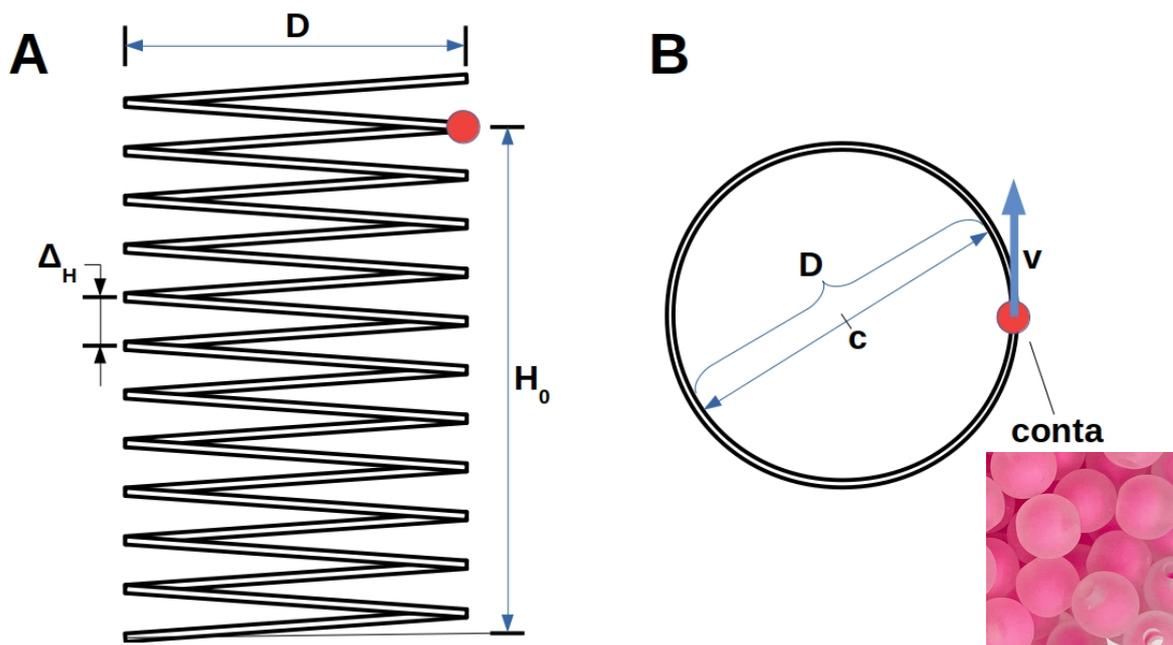
É um sistema de coordenadas baseado nas coordenadas polares no plano  $(r, \theta)$  com a adição de um eixo  $z$  ortogonal ao plano, conforme mostrado na Fig.1. Esse sistema é adequado para resolver problemas em que a geometria tenha semelhança com um cilindro, conforme vamos ver no problema a seguir.

## Coordenadas Cilíndricas



**Figura 1** - Sistema de coordenadas cilíndricas e sua relação com as coordenadas cartesianas em 3D.

**Problema:** Imagine uma miçanga redonda ou conta de colar (bolinha atravessada por um furo), encaixada em uma mola helicoidal esquerda, ao longo da qual se move, descendo com velocidade tangencial constante igual a  $v$ , conforme mostrado na Fig.2. A mola tem um diâmetro  $D$  e um passo (distância entre voltas) igual a  $\Delta_H$ . A mola está apoiada verticalmente no chão e em  $t=0$  a conta está em uma posição que corresponde a uma altura vertical  $H_0$ . A velocidade  $v$  é tal que a cada intervalo de tempo  $\Delta t$  a conta dá uma volta completa na mola, descendo uma altura  $\Delta_H$ .



**Figura 2** - Conta vermelha que se move ao longo de uma mola helicoidal. A) Vista em perfil da mola apoiada verticalmente ao chão. B) Vista da mola por cima. O centro da mola é o ponto marcado como  $c$ .

**(a)** Oriente um sistema de coordenadas cilíndricas escolhendo o plano  $xy$  coincidindo com a vista por cima da mola e, com o centro  $(0,0)$  no ponto  $c$ , de modo que em  $t=0$  a conta esteja na posição  $x=D/2$  e  $y=0 \rightarrow (D/2; 0)$ . O eixo  $z$  deve ser colocado verticalmente, orientado de baixo para cima, com  $z=0$  no nível do chão, de modo que em  $t=0 \rightarrow z=H_0$ . Ou seja a posição inicial  $P_0$  da conta, no sist.de coord. cilíndricas  $(r, \theta, z)$  é  $P_0 = (D/2; 0; H_0)$ .

**(b)** Obtenha a expressão para  $z(t)$  e esboce o gráfico correspondente entre  $t=0$  e o instante em que a conta chega à altura do chão. Quanto vale este instante em segundos?

**(c)** Obtenha e esboce o gráfico das expressões para  $r(t)$  e para  $\theta(t)$ .

**(d)** Obtenha e esboce o gráfico das expressões para  $x(t)$ ,  $y(t)$  e  $z(t)$ .

Considerando os valores  $D= 20,0$  cm;  $H_0= 1,00$  m;  $\Delta_H= 5,00$  cm;  $\Delta t= 1,00$  s: **(e)** calcule o valor de  $v$  em cm/s e em km/h; **(f)** calcule a posição no sistema  $(r, \theta, z)$  e no sistema  $(x, y, z)$ , quando  $t = 5,75$  s.

DICAS: Sempre expresse seus resultados com o número correto de algarismos significativos e nunca esqueça as unidades.

Bom estudo!