LISTA 1

① MEIOS DISSIPATIVOS

Em materiais condutores, em uma região sem fontes, a densidade de corrente equivale a $\vec{J}_c = \sigma \vec{E}$, onde σ representa a condutividade elétrica [S/m] do material. Dessa forma, a lei de Ampère assume a forma:

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \cancelto{0}{J_{FONTE}} + \sigma \vec{E} \Leftrightarrow \nabla \times \vec{H} = (\sigma + j\omega\varepsilon)\vec{E} = j\omega\left(\varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}\right)\vec{E} \Rightarrow$$

$$\boxed{\nabla \times \vec{H} = j\omega \bar{\bar{\varepsilon}} \vec{E}}$$

onde $\bar{\bar{\varepsilon}} = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega}$ [F/m] é denominada permissividade complexa

Assim,

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -j\omega\mu(\nabla \times \vec{H}) \Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -j\omega\mu(j\omega\bar{\bar{\varepsilon}}\vec{E}) \Rightarrow$$

$$\nabla \cdot (\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E} = \omega^2 \mu \bar{\bar{\varepsilon}} \vec{E}$$

considerando uma região sem cargas ($\rho = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{E} = 0$), então a eq. de onda para o campo elétrico (meio isotrópico) será:

$$\boxed{(\nabla^2 + \omega^2 \mu \bar{\bar{\varepsilon}})\vec{E} = 0}$$

Assumindo que o campo elétrico, por simplificação, só possui uma componente em $\hat{x}$, a solução da equação de onda anterior seria:

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_0 \, e^{-\vec{k}\cdot\vec{r}} \, \hat{x}$$

Nesse sentido retornando a solução para a equação de onda:

$$(|\vec{k}|^2 + \omega^2 \mu \bar{\bar{\varepsilon}})\vec{E} = 0 \Rightarrow |\vec{k}|^2 + \omega^2 \mu \bar{\bar{\varepsilon}} = 0 \Rightarrow \boxed{|\vec{k}| = j\omega\sqrt{\mu\bar{\bar{\varepsilon}}} = k_R + j k_I}$$

Em outras palavras, o vetor de onda $\vec{k}$ assume uma forma complexa em que:

$$|\vec{k}|^2 = k_R^2 + 2j\,k_R k_I - k_I^2 = \left(\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\sqrt{-1 + j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}}\right)^2$$

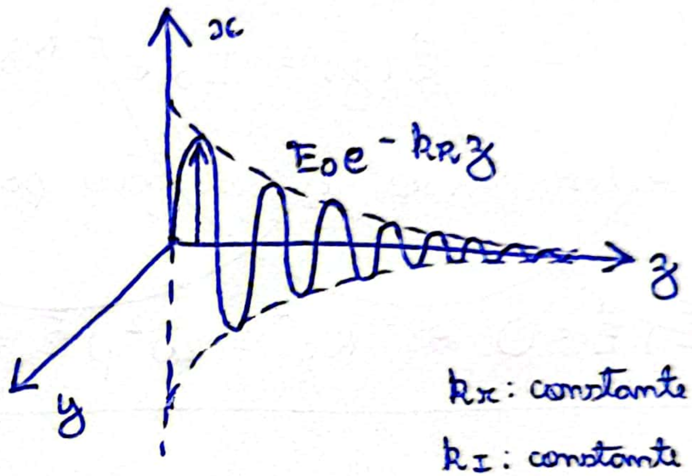
A resolução do sistema acima deve conduzir a:

$$\boxed{k_R = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} - 1}} \qquad \boxed{k_I = \omega\sqrt{\frac{\mu\varepsilon}{2}}\sqrt{\sqrt{1+\left(\frac{\sigma}{\omega\varepsilon}\right)^2} + 1}}$$

Portanto, uma das consequências da propagação em meios dissipativos é que a solução da equação de onda com campo elétrico em $\hat{x}$ (uniforme em x e y, e propagando em $+z$) torna-se finalmente:

$$\vec{E}_x(z,t) = E_0\, e^{-k_z \cdot z} \cdot e^{j\omega t} = E_0 \cdot e^{-(k_R + j k_I) z} \cdot e^{j\omega t} \Rightarrow$$

$$\boxed{\vec{E}_x(z,t) = E_0\, e^{-k_R z}\, e^{j(\omega t - k_I z)}}$$



k_R: constante de atenuação

k_I: constante de fase

Além do característico fator exponencial descrevendo a variação do campo com relação à posição e o tempo, tem-se adicionalmente um fator de atenuação que provoca um decaimento exponencial no material. Portanto em materiais não-condutores não existe, normalmente, atenuação, e as ondas EM se propagam sem perdas. Em condutores, uma onda incidente promove fluxo de corrente no material ($J_c = \sigma E$ é a lei de Ohm!), e haverá, eventualmente, dissipação de energia por calor.

Num meio dielétrico perfeito, tem-se condutividade $\sigma = 0$, levando a $k_z = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ com $\vec{E}(z) = E_0\, e^{-j\omega\sqrt{\mu\varepsilon}\, z}\,\hat{x}$, caso já estudado.

Para bons condutores, tem-se, geralmente, $\sigma >> \omega\varepsilon$, então:

$$\boxed{k_R \approx k_I \approx \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}}$$

$$\boxed{|\vec{k}| \approx (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}}}$$

Ainda, nesse panorama, seja o campo magnético associado ao campo ~~assum~~ elétrico assumido:

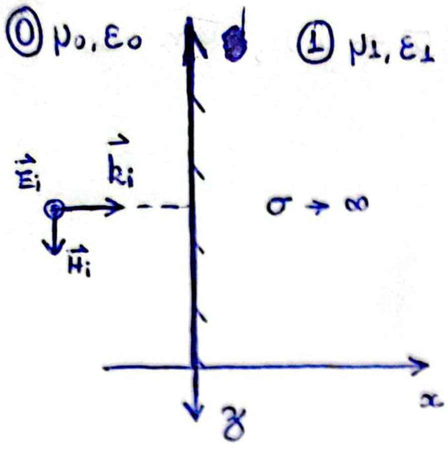
$$H_y(z) = \frac{1}{-j\omega\mu} \cdot \frac{\partial E_x}{\partial z} \Rightarrow H_y(z) = -\frac{j}{\omega\mu} E_0 k_z \cdot e^{-k_z \cdot z}$$

Então, a impedância característica do meio será:

$$\boxed{\eta = j\frac{\omega\mu}{k_z} = j\frac{\omega\mu}{(k_R + jk_I)}}$$

Em bons condutores, então, aproxima-se

$$\boxed{\eta \approx (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu}{2\sigma}}}$$



Abordando, de fato, o exercício:

a) Campos incidentes

Como a onda plana uniforme (dependente de uma única variável espacial), se propaga no sentido $+x$, tem-se $\vec{k}_i = k_{ix}\hat{x}$, logo, seja o campo elétrico polarizado em $\hat{y}$ (TE), tem-se:

$$\vec{E}_i(\vec{x}) = E_0 e^{-j\vec{k}_i\cdot\vec{x}}\hat{y} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_i(x) = E_0 e^{-jk_{ix}x}\hat{y}}$$

seja $\vec{H} = \dfrac{\nabla\times\vec{E}}{-j\omega\mu}$, então:

$$\vec{H}_i(x) = -\frac{1}{j\omega\mu_0}\begin{vmatrix}\hat{x} & \hat{y} & \hat{z}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ E_x & E_y & E_z\end{vmatrix} = -\frac{1}{j\omega\mu_0}\left[\left(\frac{\partial E_z}{\partial y}-\frac{\partial E_y}{\partial z}\right)\hat{x}+\left(\frac{\partial E_x}{\partial z}-\frac{\partial E_z}{\partial x}\right)\hat{y}+\left(\frac{\partial E_y}{\partial x}-\frac{\partial E_x}{\partial y}\right)\right.$$

$$\vec{H}_i(x) = -\frac{1}{j\omega\mu_0}\left(-\cancelto{0}{\frac{\partial E_y}{\partial z}}\hat{x}+\frac{\partial E_y}{\partial x}\hat{z}\right) \Rightarrow \boxed{\vec{H}_i(x) = E_0\frac{k_{ix}}{\omega\mu_0}e^{-jk_{ix}x}\hat{z}}$$

Passando da forma complexa para a forma instantânea:

(i) $\vec{E}_i(x,t) = Re\{\vec{E}_i(x)\cdot e^{j\omega t}\} = Re\{E_0 e^{j(\omega t - k_{ix}x)}\hat{y}\} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{E}_i(x,t) = E_0\cos(\omega t - k_{ix}x)\hat{y}}$$

(ii) $\vec{H}_i(x,t) = Re\{\vec{H}_i(x)\cdot e^{j\omega t}\} \Rightarrow \boxed{\vec{H}_i(x,t) = E_0\dfrac{k_{ix}}{\omega\mu_0}\cos(\omega t - k_{ix}x)\hat{z}}$

onde, seja, $f = 100\ MHz$,

$\rightarrow \omega = 2\pi f \Rightarrow \boxed{\omega = 2\pi\cdot 10^8\ s^{-1}}$

$\rightarrow \boxed{E_0 = 6\ mV/m}$

$\rightarrow \boxed{\mu_0 = 4\pi\cdot 10^{-7}\ H/m}$

$\rightarrow$ $\Rightarrow k_x = \dfrac{\omega}{c} \Rightarrow k_{ix} = \dfrac{2\pi\cdot 10^8}{3\cdot 10^8} \Rightarrow \boxed{k_{ix} = \dfrac{2\pi}{3}\ m^{-1}}$

$|\vec{k}|^2 = k_x^2 = \omega^2\mu_0\varepsilon_0$

b) Como a incidência é feita em um condutor perfeito ($\sigma \to \infty$), tem-se

$$\eta_1 = (1+j)\sqrt{\frac{\omega\mu_1}{2\sigma}} \Rightarrow \boxed{\eta_1 \to 0}$$

Assim,

$$T^{TE} = \frac{2\eta_1 \cos\theta_i}{\eta_1\cos\theta_i + \eta_0 \cos\theta_T} \Rightarrow \boxed{T^{TE} \to 0}$$

$$R^{TE} = T^{TE} - 1 \Rightarrow \boxed{R^{TE} \to -1}$$

No condutor perfeito não há onda transmitida e $R^{TE} = -1$. Assim, como a onda refletida se propaga no sentido $-x$, tem-se $\vec{k}_R = -k_{Rx}\hat{x}$

Das condições de contorno, desconsiderando ainda a corrente superficial K_s, sabe-se que $k_{ix} = k_{Rx} = 2\pi/3 \ m^{-1}$, então:

i) $\vec{E}_R(\vec{x}) = R^{TE} E_0 e^{-j\vec{k}_R \cdot \vec{x}} \hat{y} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_R(x) = -E_0 e^{jk_{Rx}x}\hat{y}}$

ii) $\boxed{\vec{H}_R(x) = E_0 \frac{k_{Rx}}{\omega\mu_0} e^{jk_{Rx}x}\hat{z}}$

Em notação cossenoidal:

(i) $\vec{E}_R(x,t) = \mathrm{Re}\{-E_0 e^{j(\omega t + k_{Rx}x)}\hat{y}\} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_R(x,t) = -E_0 \cos(\omega t + k_{Rx}x)\hat{y}}$

(ii) $\boxed{\vec{H}_R(x,t) = E_0 \frac{k_{Rx}}{\omega\mu_0}\cos(\omega t + k_{Rx}x)\hat{z}}$

c) Os campos totais no meio 0 (ar/vácuo):

(i) $\vec{E}_T^0(x) = \vec{E}_i(x) + \vec{E}_R(x) = E_0\left(e^{-jk_{ix}x} - e^{jk_{Rx}x}\right)\hat{y} \Rightarrow k_{ix} = k_{Rx} = k_x \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\vec{E}_T^0(x) = -2E_0 j \,\mathrm{sen}(k_x x)\hat{y}}$

(ii) $\vec{H}_T^0(x) = \vec{H}_i(x) + \vec{H}_R(x) = E_0 \frac{k_x}{\omega\mu_0}\left(e^{-jk_x x} + e^{jk_x x}\right)\hat{z} = E_0 \frac{k_x}{\omega\mu_0} 2\cos(k_x x)\hat{z}$

$\boxed{H_T^0(x) = 2E_0 \frac{k_x}{\omega\mu_0}\cos(k_x x)\hat{z}}$

Em notação instantânea:

(i) $E_T^{\circ}(x,t) = \mathrm{Re}\{-2jE_0 \,\mathrm{sen}(k_x \cdot x)\, e^{j\omega t}\,\hat{y}\} = -2E_0\,\mathrm{sen}(k_x x)\,\mathrm{Re}\{j e^{j\omega t}\}\,\hat{y} \Rightarrow$

$E_T^{\circ}(x,t) = -2E_0\,\mathrm{sen}(k_x x)\,\mathrm{Re}\{j\cos(\omega t) - \mathrm{sen}(\omega t)\}\,\hat{y} \Rightarrow$

$$\boxed{E_T^{\circ}(x,t) = 2E_0\,\mathrm{sen}(k_x x)\,\mathrm{sen}(\omega t)\,\hat{y}}$$

(ii) $$\boxed{H_T^{\circ}(x,t) = 2E_0\,\frac{k_x}{\omega\mu_0}\cos(k_x x)\cos(\omega t)\,\hat{z}}$$

c) $E_T^{\circ}(x,t) = 0 \Leftrightarrow \mathrm{sen}(k_x \cdot x) = 0 \Rightarrow k_x \cdot |x| = 3\pi \Rightarrow |x| = \frac{3\pi}{k_x} \Rightarrow |x| = \frac{3\pi}{2\pi} \Rightarrow \boxed{|x| = \frac{3}{2}\ \mathrm{m}}$

LISTA 2

① POLARIZAÇÃO

Seja a polarização o lugar geométrico da extremidade de um vetor de campo variante no tempo, existem basicamente três tipos de polarização: (i) linear; (ii) circular e (iii) elíptica.

Esteja a onda se propagando na direção $+z$, o plano de polarização $(x\text{-}y)$ será ortogonal ao eixo z e o estado de polarização da onda será definido pelas componentes E_x e E_y:

$$\begin{cases} E_x = E_1 \cos(\omega t - k_z z) \\ E_y = E_2 \cos(\omega t - k_z z + \Delta\phi) \end{cases}$$

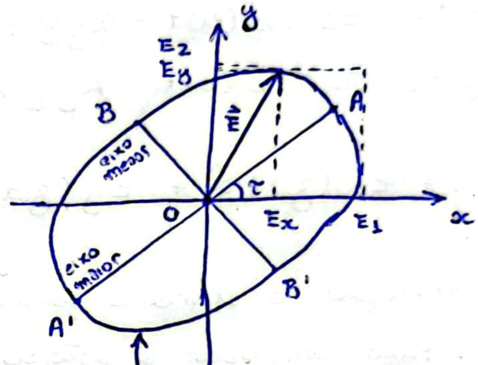


FIG. 1

Na prática, tanto E_x, quanto E_y podem ter valores de defasagem próprios, mas, por simplificação, associa-se esses dados em um único termo $\Delta\phi = \phi_x - \phi_y$, que indica o quanto E_y está avançado com relação a E_x (caso $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x$, tem-se a situação oposta e o termo é posto como fase do cosseno de E_x, indicando o quanto E_x está avançado de E_y.

No caso mais geral (elíptico, FIG. 1), o campo elétrico, formado pelas componentes E_x e E_y, vai determinar uma trajetória no plano de polarização com a evolução temporal. Essa trajetória poderá ser descrita por alguns parâmetros:

(i) Semi-eixo maior da elipse

$$A = \overline{OA} = \sqrt{\frac{1}{2}(E_1^2 + E_2^2) + \frac{S}{2}\sqrt{(E_1^2 - E_2^2)^2 + 4E_1^2 E_2^2 \cos^2(\Delta\phi)}}$$

(ii) Semi-eixo menor da elipse

$$B = \overline{OB} = \sqrt{\frac{1}{2}(E_1^2 + E_2^2) - \frac{S}{2}\sqrt{(E_1^2 - E_2^2)^2 + 4E_1^2 E_2^2 \cos^2(\Delta\phi)}}$$

(iii) Razão axial

S = SINAL $(E_1 - E_2)$

$$AR = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{A}{B}$$

(iv) Ângulo de inclinação da elipse

$$\tau = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left[\frac{2E_1E_2}{E_1^2 - E_2^2}\cos(\Delta\phi)\right]$$

a) Considerando, para manter a notação, que $E_x = E_1$ e $E_y = E_2$, então:

$E_1 = E_2$; $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$

Assim, descrevemos, inicialmente, os componentes vetoriais e o campo elétrico:

$$E_x(z,t) = E_1 \cos(\omega t - k_z z + \Delta\phi) = E_1\cos(\omega t - k_z z)$$
$$E_y(z,t) = E_2\cos(\omega t - k_z z) = E_1\cos(\omega t - k_z z)$$

$$\vec{E}(z,t) = E_x(z,t)\hat{x} + E_y(z,t)\hat{y} = E_1\cos(\omega t - k_z z)(\hat{x}+\hat{y})$$

Nesse exemplo, o plano de polarização é xy, pois a direção de propagação é $+z$. Para analisar o estado de polarização, basta escolher um único plano para se verificar como se comporta a trajetória com o passar do tempo. Por simplificação, escolhe-se o plano $z=0$. Em seguida, opta-se por alguns pontos da evolução temporal e esquematiza-se os componentes de campo resultantes no plano. Assim:

$$\vec{E}(z=0,t) = E_1\cos(\omega t)(\hat{x}+\hat{y})$$

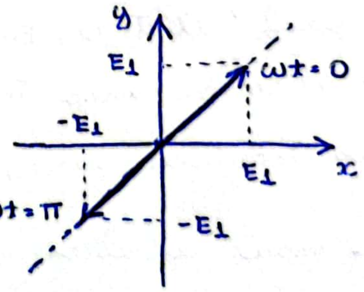
Para:

$\omega t = 0 \Rightarrow \vec{E} = E_1(\hat{x}+\hat{y})$

$\omega t = \pi/2 \Rightarrow \vec{E} = 0$

$\omega t = \pi \Rightarrow \vec{E} = -E_1(\hat{x}+\hat{y})$

$\omega t = 3\pi/2 \Rightarrow \vec{E} = 0$



Constata-se que a trajetória traçada pela extremidade do campo e, portanto, a polarização é linear para frente (na direção positiva do eixo z)

b) $E_1 \neq E_2$; $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = 0$

$$E_x(z=0,t) = E_1 \cos(\omega t)$$

$$E_y(z=0,t) = E_2 \cos(\omega t)$$

$$\vec{E}(z=0,t) = (E_1\hat{x} + E_2\hat{y})\cos(\omega t)$$

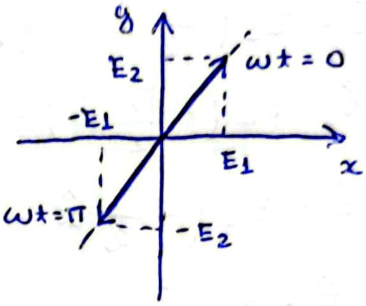
Para:

$\omega t = 0 \Rightarrow \vec{E} = E_1\hat{x} + E_2\hat{y}$

$\omega t = \pi/2 \Rightarrow \vec{E} = 0$

$\omega t = \pi \Rightarrow \vec{E} = -(E_1\hat{x} + E_2\hat{y})$

$\omega t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = 0$



POLARIZAÇÃO: linear para frente

c) $E_1 = E_2$; $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/2$

$$E_x(z=0,t) = E_1 \cos(\omega t + \pi/2)$$

$$E_y(z=0,t) = E_1 \cos(\omega t)$$

$$\vec{E}(z=0,t) = E_1\left[\cos(\omega t + \pi/2)\,\hat{x} + \cos(\omega t)\,\hat{y}\right]$$

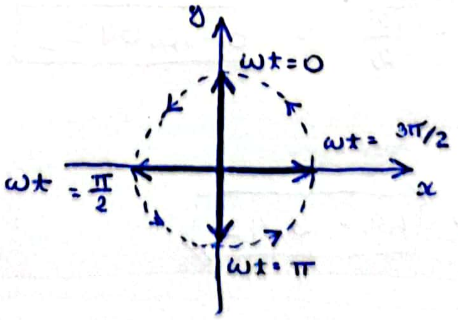
Para:

$\omega t = 0 \Rightarrow \vec{E} = E_1\hat{y}$

$\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = -E_1\hat{x}$

$\omega t = \pi \Rightarrow \vec{E} = -E_1\hat{y}$

$\omega t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = E_1\hat{x}$



constata-se que o campo elétrico rotaciona no plano xy no sentido anti-horário, conforme a evolução temporal, com vetores de mesma norma $|\vec{E}| = E_1$. Portanto, a polarização é circular para frente.

$$AR = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{E_1}{E_1} \Rightarrow \boxed{AR = 1}$$

Digitalizado com CamScanner

e) $E_1 = E_2$; $\Delta\phi = \phi_y - \phi_x = \pi/4$

$$E_x(z=0,t) = E_1 \cos(\omega t + \pi/4)$$

$$E_y(z=0,t) = E_1 \cos(\omega t)$$

$$\vec{E}(z=0,t) = E_1 [\cos(\omega t + \pi/4)\,\hat{x} + \cos(\omega t)\,\hat{y}$$

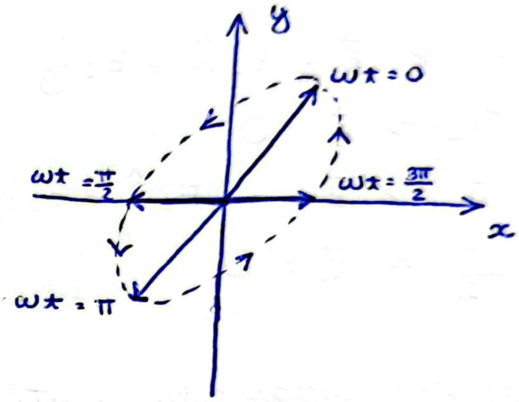
Para:

$$\omega t = 0 \Rightarrow \vec{E} = E_1\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} + \hat{y}\right)$$

$$\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = E_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x}\right)$$

$$\omega t = \pi \Rightarrow \vec{E} = E_1\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x} - \hat{y}\right)$$

$$\omega t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = E_1\frac{\sqrt{2}}{2}\hat{x}$$



Constata-se rotação no sentido anti-horário e vetores de campo com diferentes normas. Tem-se portanto polarização elíptica.

$$\rightarrow A = \overline{OA} = \sqrt{E_1^2 + \frac{1}{2}\sqrt{4E_1^4\cos^2(\pi/4)}} = \sqrt{E_1^2 + E_1^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} \Rightarrow$$

$$A = E_1\sqrt{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \boxed{A = 1,31\,E_1}$$

$$\rightarrow B = \overline{OB} = E_1\sqrt{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow \boxed{B = 0,54\,E_1}$$

Assim,

$$\text{(i) } AR = \frac{\overline{OA}}{\overline{OB}} = \frac{A}{B} \Rightarrow \boxed{AR = 2,41}$$

$$\text{(ii) } \tau = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{\pi}{4}}$$

(2) a) $\vec{E}(z) = -3j\, e^{-jkz}\, \hat{x}$

(i) Para determinar o campo magnético:

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu \vec{H} \Rightarrow \vec{H} = \frac{\nabla \times \vec{E}}{-j\omega\mu} \Rightarrow \vec{H} = \frac{1}{-j\omega\mu} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{vmatrix} \Rightarrow$$

$$\vec{H} = \frac{1}{-j\omega\mu}\left(+ \frac{\partial E_x}{\partial z}\hat{y}\right) \Rightarrow \vec{H}(z) = -\frac{3jk}{\omega\mu} e^{-jkz}\, \hat{y}$$

Seja $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} = \frac{\omega\mu}{k}$, então

$$\boxed{\vec{H}(z) = \frac{-3j}{\eta} e^{-jkz}\, \hat{y}}$$

(ii) Passando da notação complexa (fasorial) para a notação instantânea:

$\rightarrow$ $\vec{E}(z,t) = Re\{\vec{E}(z) \cdot e^{j\omega t}\} = Re\{-3j\, e^{j(\omega t - kz)}\,\hat{x}\} \Rightarrow$

$\vec{E}(z,t) = -3Re\{j\cos(\omega t - kz) - sen(\omega t - kz)\}\,\hat{x} \Rightarrow$

$\vec{E}(z,t) = 3\, sen(\omega t - kz)\,\hat{x} \Rightarrow \boxed{\vec{E}(z,t) = 3\cos(\omega t - kz - \pi/2)\,\hat{x}}$

$\rightarrow$ $\vec{H}(z,t) = Re\{\vec{H}(z) \cdot e^{j\omega t}\} = Re\{-\frac{3j}{\eta} e^{j(\omega t - kz)}\,\hat{y}\} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{H}(z,t) = \frac{3}{\eta}\cos(\omega t - kz - \pi/2)\,\hat{y}}$$

(iii) Analisando a polarização:

$\vec{E}(z=0,t) = 3\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})\,\hat{x}$

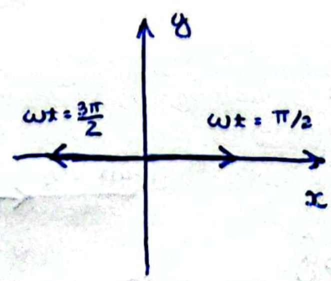
Para:

$\omega t = 0 \Rightarrow \vec{E} = 0$

$\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = 3\hat{x}$

$\omega t = \pi \Rightarrow \vec{E} = 0$

$\omega t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = -3\hat{x}$



Como $\vec{k} = k\hat{z}$ (observe que, na convenção adotada pelo eng. eletrico, $-jk$ indica propagação na direção positiva do eixo z e $+jk$, na direção negativa), tem-se

Polarização linear para frente

Tem-se:

$\boxed{E_1 = 3}$ $\boxed{E_2 = 0}$ $\boxed{A = 3}$ $\boxed{B = 0}$ $\boxed{AR = \infty}$

$\boxed{\Delta\phi = -\pi/2}$ [redacted] $\boxed{\tau = 0°}$

d) $\vec{E}(z) = (3e^{j\pi/3}\hat{x} + 3\hat{y})\, e^{+jkz}$

(i) campo magnético

$$\vec{H}(z) = \frac{1}{-j\omega\mu}\left(-\frac{\partial E_y}{\partial z}\hat{x} + \frac{\partial E_x}{\partial z}\hat{y}\right) = \frac{1}{-j\omega\mu}\left(-3jk\hat{x} + 3je^{j\pi/3}k\hat{y}\right)e^{+jkz} =$$

$$\vec{H}(z) = \frac{3k}{\omega\mu}\left(\hat{x} - e^{j\pi/3}\hat{y}\right)e^{+jkz} \Rightarrow \boxed{\vec{H}(z) = \frac{3}{\eta}(\hat{x} - e^{j\pi/3}\hat{y})\, e^{+jkz}}$$

(ii) Passando para a forma instantânea:

$\rightarrow \vec{E}(z,t) = Re\{(3e^{j\pi/3}\hat{x} + 3\hat{y})\, e^{j(\omega t + kz)}\} \Rightarrow$

$\vec{E}(z,t) = 3Re\{e^{j(\omega t + kz + \pi/3)}\}\hat{x} + 3Re\{e^{j(\omega t + kz)}\}\hat{y} \Rightarrow$

$$\boxed{\vec{E}(z,t) = 3\cos(\omega t + kz + \pi/3)\,\hat{x} + 3\cos(\omega t + kz)\,\hat{y}}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{H}(z,t) = \frac{3}{\eta}\cos(\omega t + kz)\,\hat{x} - \frac{3}{\eta}\cos(\omega t + kz + \pi/3)\,\hat{y}}$$

(iii) Polarização:

$\vec{E}(z=0,t) = 3\cos(\omega t + \frac{\pi}{3})\,\hat{x} + 3\cos(\omega t)\,\hat{y}$

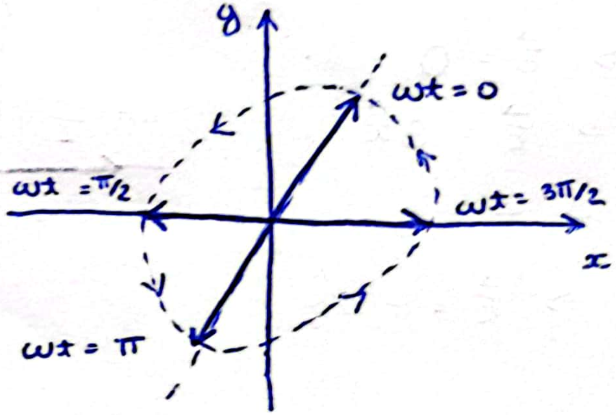
Para:

$\omega t = 0 \Rightarrow \vec{E} = \frac{3}{2}\hat{x} + 3\hat{y}$

$\omega t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{3\sqrt{3}}{2}\hat{x}$

$\omega t = \pi \Rightarrow \vec{E} = -\frac{3}{2}\hat{x} - 3\hat{y}$

$\omega t = \frac{3\pi}{2} \Rightarrow \vec{E} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\hat{x}$



Tem-se, portanto,

$$\boxed{\text{Polarização elíptica (sentido anti-horário) para trás}}$$

Calcula-se com:

$$\begin{cases} E_1 = 3 \\ E_2 = 3 \\ \Delta\phi = \pi/3 \end{cases}$$

$$\rightarrow A = \sqrt{9 + \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 81 \cdot \cos^2(\pi/3)}} \Rightarrow \boxed{A = 3{,}674}$$

$$\rightarrow B = \sqrt{9 - \frac{1}{2}\sqrt{4 \cdot 81 \cos^2(\pi/3)}} \Rightarrow \boxed{B = 2{,}121}$$

$$\rightarrow AR = \frac{A}{B} \Rightarrow \boxed{AR = 1{,}732}$$

$$\rightarrow \tau = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow \boxed{\tau = 45^\circ}$$