



**SEL 0348**

# **Cálculo de Curto de Circuito**

***Prof<sup>o</sup> Tit. Denis Vinicius Coury***

***Monitor: Leonardo da Silva Lessa***

***Emails: [coury@sc.usp.br](mailto:coury@sc.usp.br);***

***[leonardolessa@usp.br](mailto:leonardolessa@usp.br)***



## Conteúdo Programático

---

- Introdução
- Considerações gerais e revisão.
- Classificação dos transitórios em sistemas de energia.
- Faltas em sistemas.
- Curtos-circuitos simétricos.
- Comportamento da máquina síncrona.
- Curtos-circuitos assimétricos.
- Análise por componentes simétricos.
- Impedâncias e circuitos de sequência.
- Cálculo das faltas assimétricas.

# Faltas Elétricas



Descargas Atmosféricas



CC em Transformador de Subestação

# Faltas Elétricas

---



Pipas na linha

Falta Simétrica



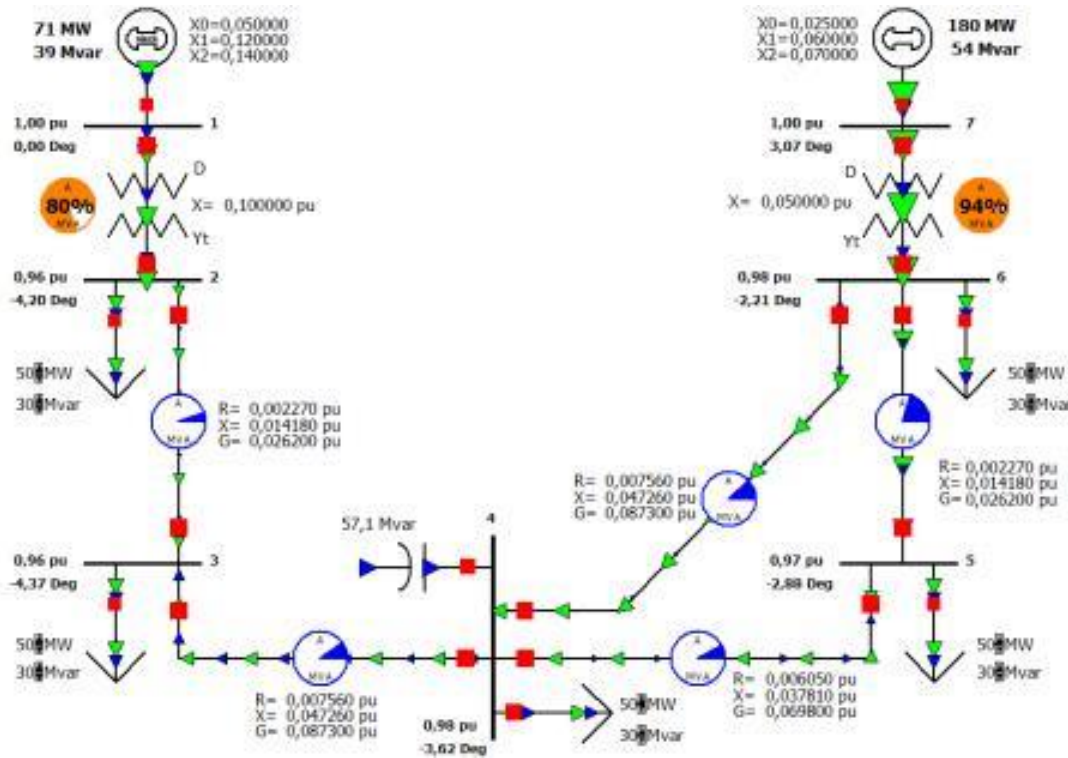
# Faltas Elétricas



Faltas em Trafos



# Programa Comercial de Cálculo de CC



# Critérios de Avaliação

---

## Avaliação

- ☰ Exercícios em sala de aula.
- ☰ 1ª Prova: 11/05/2023
- ☰ 2ª Prova: 06/07/2023
  
- 🖥️ Trabalho computacional ( *Power Factory*).

# Bibliografia

---

1. **ELGERD, O. I. - *Introdução a Teoria de Sistemas de Energia Elétrica*, McGraw-Hill.**
2. **STEVENSON JR., W. D. - *Elementos de Análise de Sistemas de Potência*, McGraw-Hill.**
3. GUNGOR, B. R. - *Power Systems*, HBJ.
4. GÖNEN, T. - *Modern Power Systems Analysis*, Wiley.
5. ROBBA, J. E. - *Introdução a Sistemas Elétricos de Potência*, Editora Edgard Blucher Ltda.
6. ANDERSON, P. M. - *Analysis of Faulted Power Systems*, IEEE Press.
7. **Apostila de Cálculo de Curto Circuito e notas de aula.**



# SEL 0348 -Cálculo de Curto de Circuito



## Fenômenos de Surto e Análise de Faltas em Sistemas Eletroenergéticos

***Prof<sup>o</sup> Tit. Denis Vinicius Coury***

# 1 – Introdução

---

↳ **Objetivo: SEP → Economia + Confiabilidade**

**Principais problemas a serem solucionados quando o sistema está sendo projetado ou operado:**

⊕ **Fluxo de Potência:** correntes e potências transferidas ao longo do sistema, magnitude das tensões.

⊕ **Cálculo de Curto-Circuito:** cálculos para assegurar que os equipamentos não serão destruídos devido as solicitações de corrente de curto-circuito; regulagem dos relés.

⊕ **Estabilidade:** assegurar que as máquinas rotativas conectadas ao sistema permanecerão estáveis em operação e que não ocorrerão instabilidades térmicas de tensão.

# 1 – Introdução

---

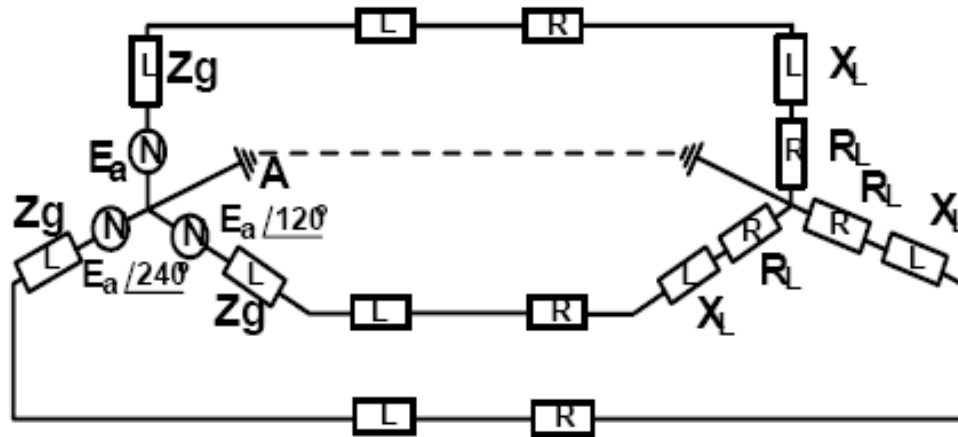
⊕ **Transitórios** **Eletromagnéticos:** análises computacionais de efeitos de, por ex., descargas atmosféricas, chaveamentos ou mesmo CC. Programas especializados: ATP (*Alternative Transients Program*), Microtran , etc.

⊕ **Harmônicos:** Analisar efeito de correntes e tensões harmônicas no sistema. Qualidade da Energia.

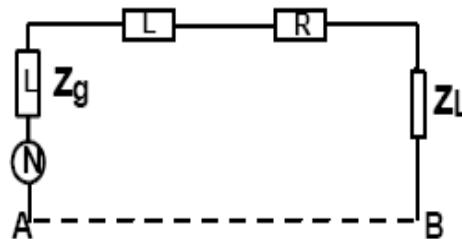
Todas essas análises são realizadas através de programas digitais e o engenheiro elétrico deve estar preparado para lidar com eles. Ex: *Power Factory, Cape, ATP, etc*

# Diagrama Unifilar (Revisão)

**Gerador suprindo uma carga trifásica equilibrada através de LT**



**Circuito Equivalente Monofásico**



# Níveis de Tensão

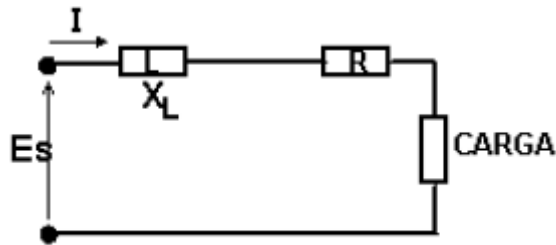
---

## **Os níveis de tensão AC:**

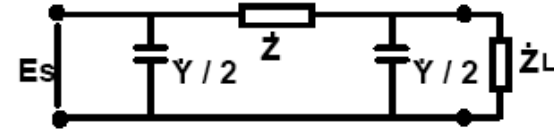
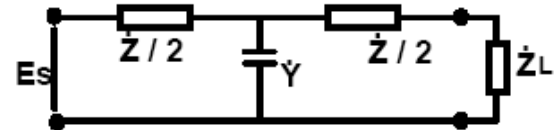
- **Transmissão – 138kV-765kV  
(230kV; 345kV; 440kV, 500kV)**
- **Subtransmissão: 34,5kV; 69kV; 88kV; 138kV**
- **Distribuição: 13,8 kV**

# Modelo das Linhas

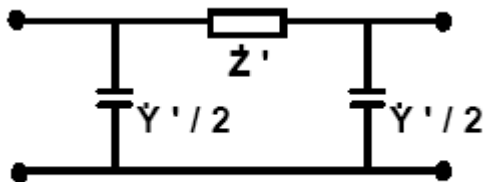
## Linhas Curtas- até 80 Km



## Linhas Médias-entre 80-250 Km

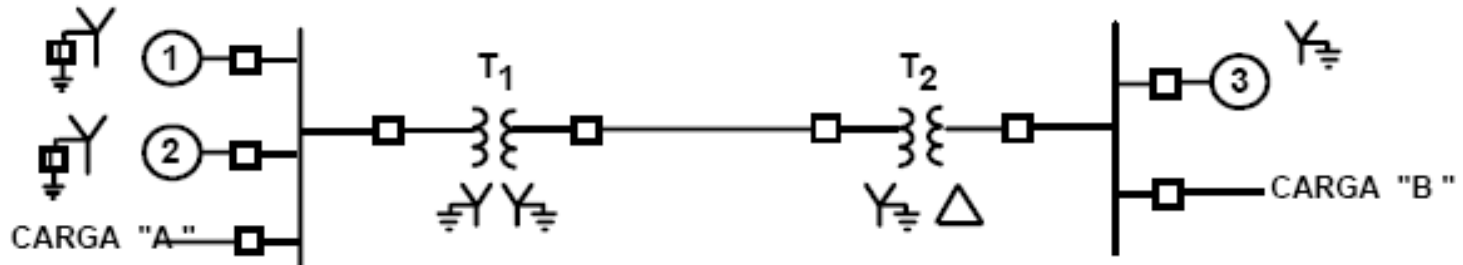


## Linhas Longas- acima de 250 Km



**Parâmetros distribuídos- Circuito pi equivalente.**

# Quantidades “por unidade”- p.u.



- Gerador 1: 20 MVA; 6,6 KV; X<sup>''</sup>: reatância subtransitória = 0,655 Ω
- Gerador 2: 10 MVA; 6,6 KV; X<sup>''</sup>: 1,31Ω
- Gerador 3: 30 MVA; 3,81KV; X<sup>''</sup>: 0,1452Ω
- T<sub>1</sub> e T<sub>2</sub> : trafos em bancos trifásicos.
  - Potência de cada transformador: M: 10 MVA;
  - 3,81KV/38, 1KV;
  - X = 14,52Ω (impedância total equivalente referida à alta tensão, ou seja, referida ao secundário).
- Reatância da L.T.: 17,4Ω
- Carga “A” = 15 MW, 3,81KV, fP = 0,9 (atraso)
- Carga “B” = 30 MW, 3,81KV, fP = 0,9 (atraso)

## 2 - Classificação dos Transitórios do Sistema

---

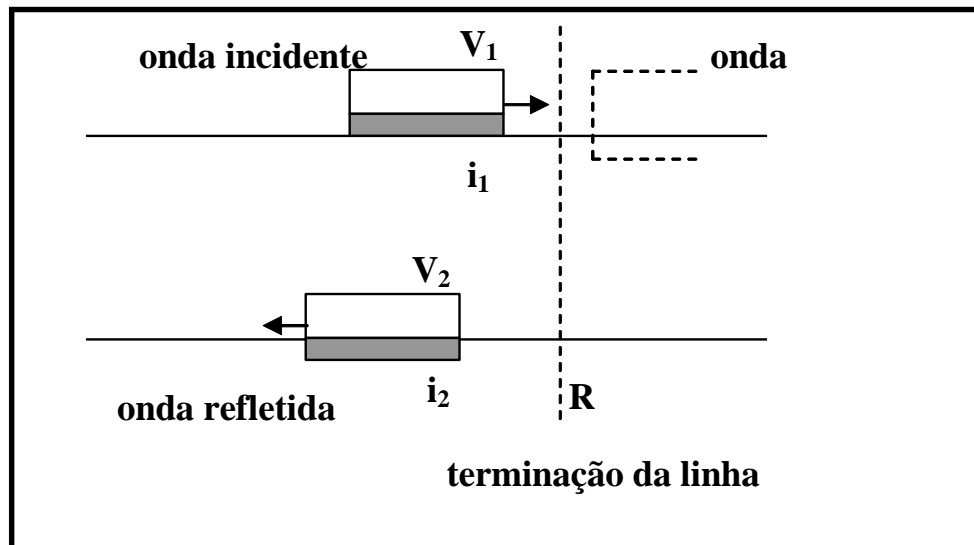
**Dependendo da velocidade dos transitórios pode-se agrupá-los em:**

- **Classe A** - Transitórios Ultra-Rápidos (Fenômenos de surto)
- **Classe B** - Transitórios Meio-Rápidos (Fenômeno de Curto-Circuito)
- **Classe C** - Transitórios Lentos (Estabilidade Transitória)



# Classe A - Transitórios Ultra-Rápidos (Fenômenos de surto)

- É causado por descargas atmosféricas nas Linhas de Transmissão (LTs) expostas ou pelas mudanças abruptas na rede resultantes de operação de chaveamento.
- Estes transitórios são de natureza inteiramente elétrica → onda eletromagnética (ondas refletidas nos terminais da linha).



# Classe A - Transitórios Ultra-Rápidos (Fenômenos de surto)

---

- Os fenômenos associados a essas ondas ocorrem nos primeiros milisegundos após o seu início.
- Essas cargas podem ser descarregadas através de *pára-raios* → servem como "válvulas de segurança".
- A maior razão de estudar os transitórios classe A é obter uma base para a escolha do nível de isolamento do equipamento da linha.

# LSEE Classe B - Transitórios Meio-Rápidos (Fenômeno de Curto-Circuito)

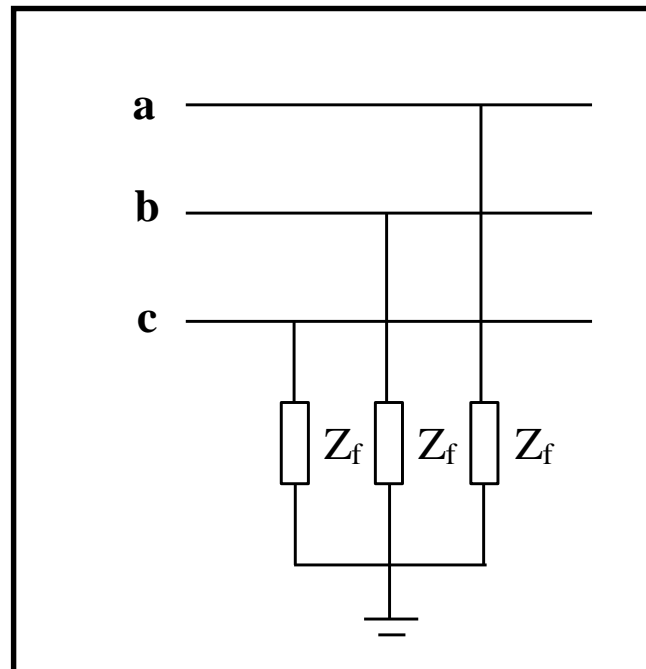
---

- Transitórios causados por mudanças estruturais abruptas e anormais → curto-circuito no sistema.
  
- A maioria ocorre nas LT expostas:
  - rompimento de isolação;
  - sal nos isoladores;
  - pássaros e causas mecânicas.
  
- Por ordem de gravidade podem ser divididas em:
  - Curto-Circuito nas três fases
  - Curto-Circuito de duas fases
  - Curto-Circuito fase-Terra

# Classe B - Transitórios Meio-Rápidos (Fenômeno de Curto-Circuito)

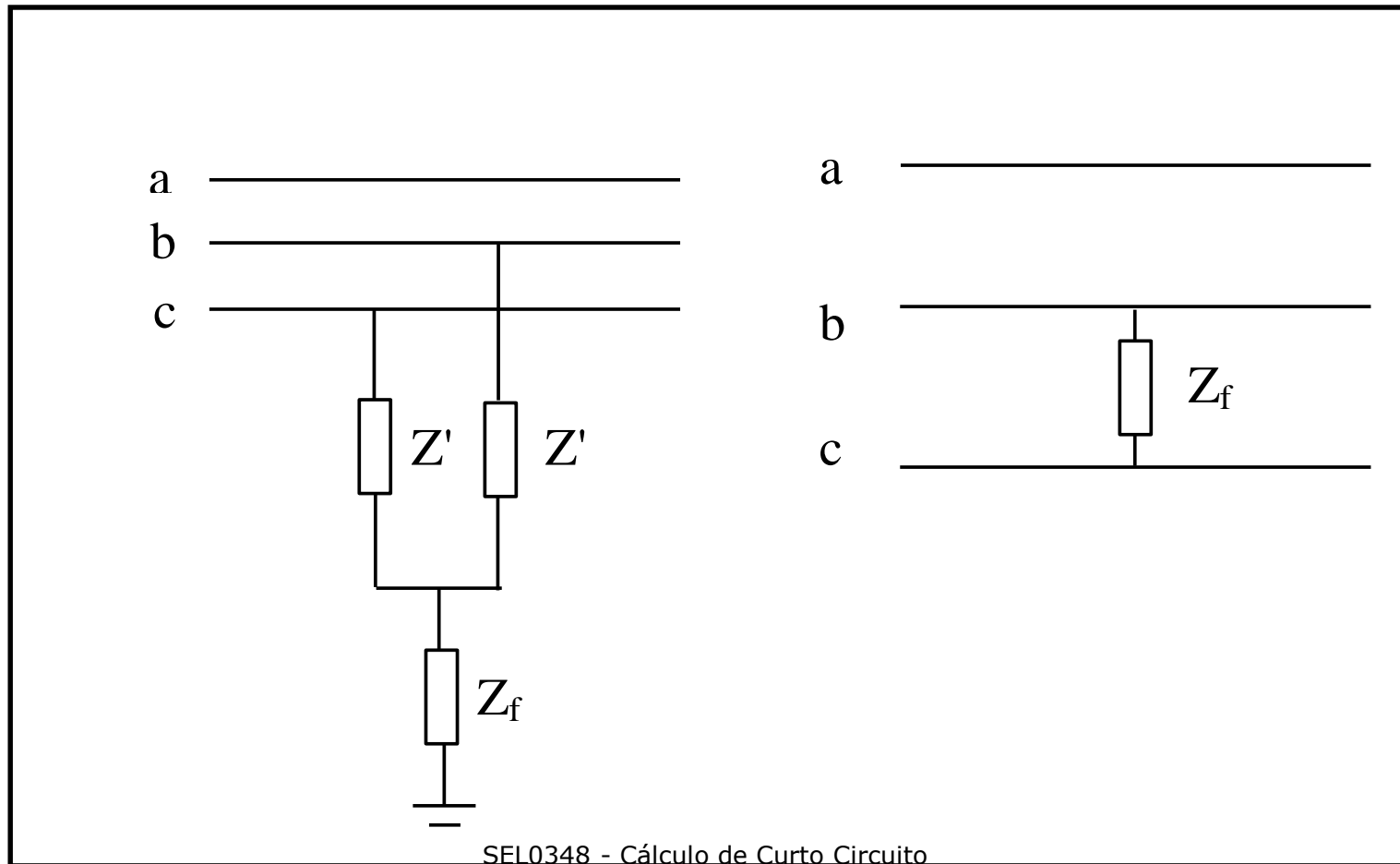
↪ Curto-circuito metálico (ou sólido), simétrico  
(ou equilibrado) nas três fases.

A capacidade de transmissão é reduzida a zero.



# Classe B - Transitórios Meio-Rápidos (Fenômeno de Curto-Circuito)

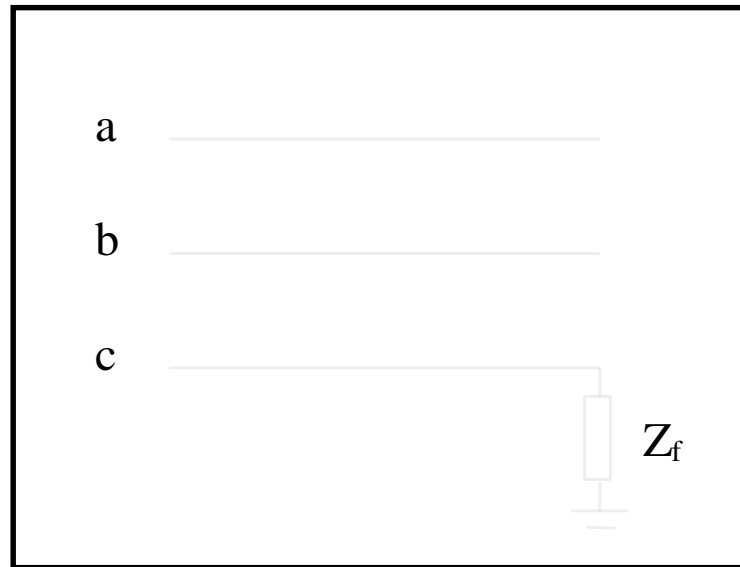
↪ Curto-circuito de duas fases



# Classe B - Transitórios Meio-Rápidos (Fenômeno de Curto-Circuito)

---

## ↪ Curto-circuito fase-terra



# Classe B - Transitórios Meio-Rápidos (Fenômeno de Curto-Circuito)

---

- Transitórios também de natureza puramente elétrica: os primeiros 10 ciclos das correntes CC são os de maior importância prática.
- As correntes CC podem atingir valores muito altos e se persistirem, podem causar danos térmicos ao equipamento e dará origem a oscilações mecânicas no gerador.
- Deve-se então isolar a falta → PROTEÇÃO DO SISTEMA → O MAIS RÁPIDO POSSÍVEL, isolando a menor parte possível do sistema.
- O cálculo das correntes/tensões CC são importantes para seleção *da capacidade de interrupção dos disjuntores e para chaveamento seletivo dos relés.*

# LSEE Classe C - Transitórios Lentos (Estabilidade Transitória):

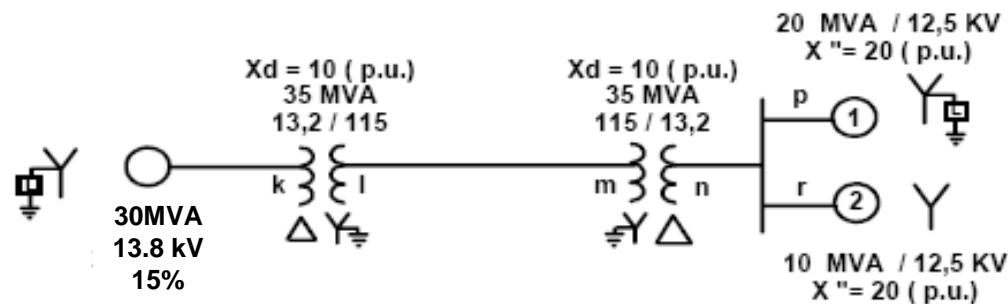
---

- Transitório classe A → transitório classe B.
- Se a parte faltosa não for desligada a situação vai evoluir para o tipo mais perigoso de situação transitória - oscilações mecânicas nos rotores das máquinas síncronas.
- Esses transitórios eletromecânicos podem tirar algumas ou todas as máquinas do sincronismo → diz-se que o sistema atingiu o seu limite de estabilidade transitória.



# Um exemplo de cálculo p.u.

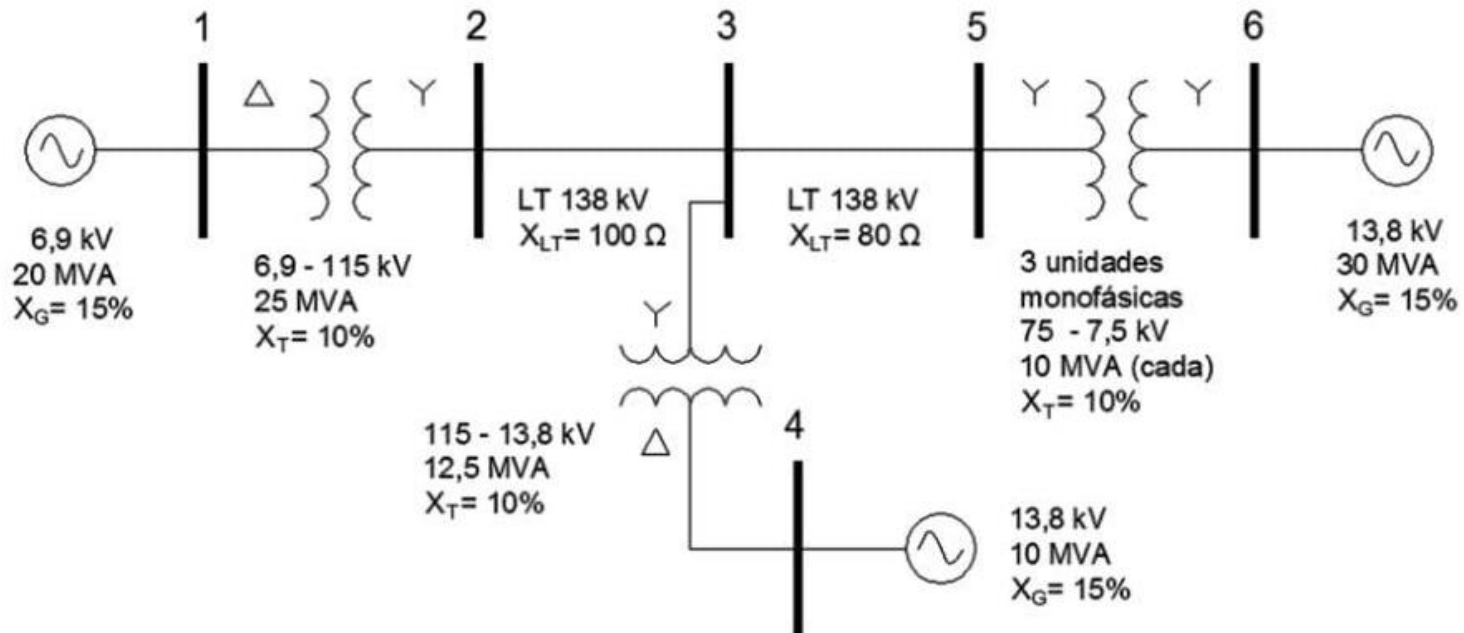
Um gerador trifásico de 30 MVA, 13,8 KV, possui uma reatância subtransitória de 15%. Ele alimenta dois motores através de uma L.T. com dois trafos nas extremidades, conforme diagrama unifilar. Os valores nominais dos motores são 20 e 10 MVA, ambos com 20% de reatância subtransitória. os trafos trifásicos são ambos de 35 MVA, 13,2  $\Delta$ -115Y(KV), com reatância de dispersão de 10%. A reatância em série de L.T. é  $80\Omega$ . Faça o diagrama de reatâncias com todos os valores em p.u.. Escolha os valores nominais do gerador como base no circuito do próprio gerador.



# Um exemplo de cálculo p.u.

## Questão 1

Dado o sistema mostrado no diagrama unifilar, calcular as reatâncias em pu, tomando como base a potência de 30 MVA e a tensão de 6,9 kV nos terminais do gerador 1.



# Formulário para cálculo p.u.

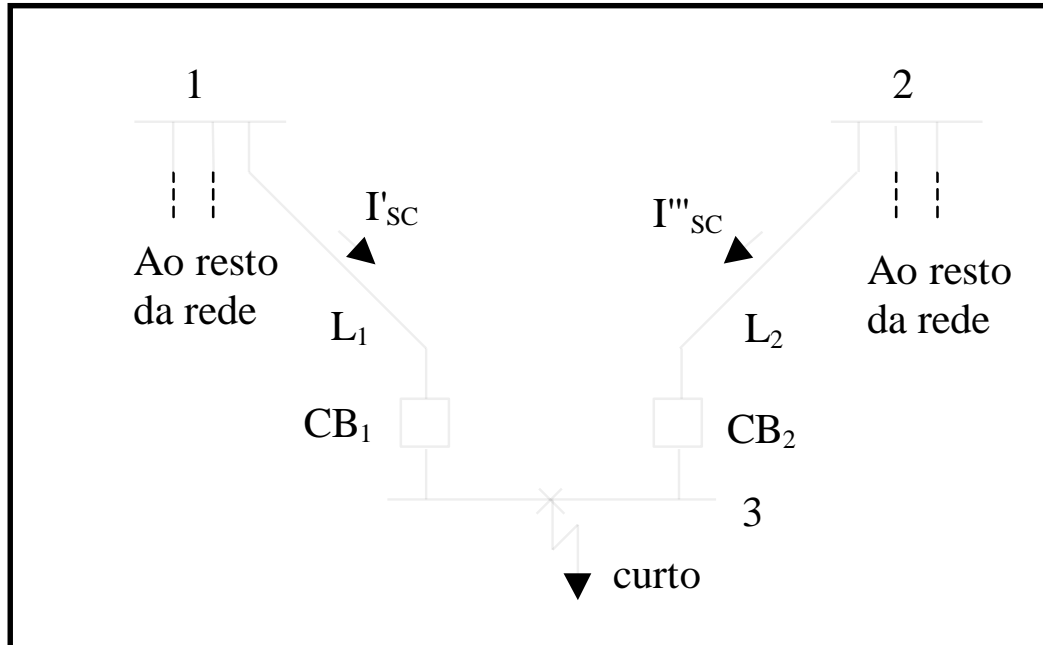
---

$$x = \frac{X}{X_b} \text{ p.u.}$$

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b}$$

$$Z_{novo} = Z_{velho} \times \frac{\left(kV_{b_{velho}}\right)^2}{\left(kV_{b_{novo}}\right)^2} \times \frac{MVA_{b_{novo}}}{MVA_{b_{velho}}}$$

### 3 - Curtos-Circuitos Simétricos



#### CC na barra 3:

- $V_3$  cairá instantaneamente a zero.
- A falta será alimentada com correntes de falta  $I'_{sc}$  e  $I''_{sc}$ .
- O valor das correntes é determinado pela "força" das barras e imp.  $L_1$  e  $L_2$ .
- $CB_1$  e  $CB_2$  devem abrir e isolar a falta.

## 3.1 - Conceito de Capacidade de Curto-Circuito(SCC) ou Nível de Curto-Circuito

---

Se a tensão for kV entre linhas e a corrente kA fase:

$$|SCC| \equiv \sqrt{3} |V_{pre-falta}| |I_{pos-falta}| \quad \text{MVA}$$

Se a tensão e a corrente forem dadas em pu:

$$|SCC| \equiv |V_{pre-falta}| |I_{pos-falta}| \quad \text{pu MVA}$$

Usualmente  $V_{pré-falta} = 1.0$  pu

$$|SCC| \approx |I_{pos-falta}| \quad \text{pu MVA}$$

## 3.2 - Ligação entre SCC e o Teorema de Thévenin

---

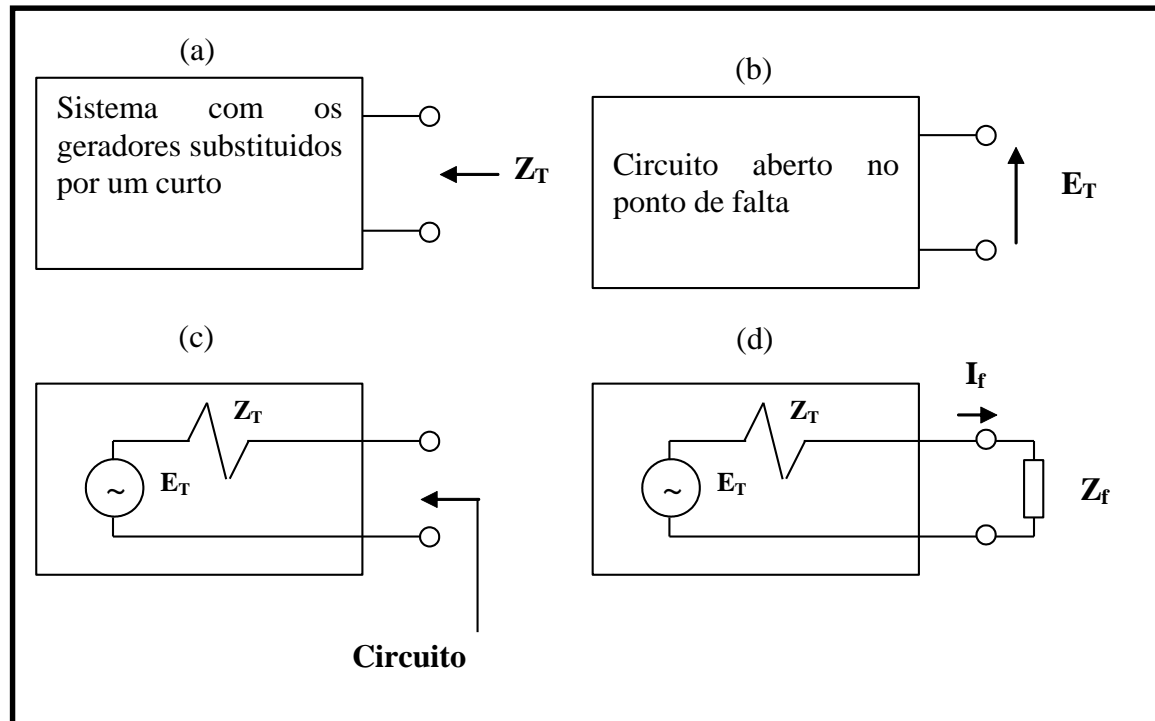
### O Teorema de Thévenin

O **teorema de Thévenin** estabelece que qualquer circuito linear visto de um ponto pode ser representado por uma fonte de tensão (igual à tensão do ponto em circuito aberto) em série com uma impedância (igual à impedância do circuito vista deste ponto).

A esta configuração chamamos de **Equivalente de Thévenin** em homenagem a Léon Charles Thévenin, e é muito útil para reduzirmos circuitos maiores a um circuito equivalente com apenas dois elementos a partir de um determinado ponto, onde se deseja, por exemplo, saber as grandezas elétricas como tensão, corrente ou potência.

## 3.2 - Ligação entre SCC e o Teorema de Thévenin

- O Teorema de *Thévenin* será útil para determinação de variações de corrente e tensão quando uma impedância entre dois nós é adicionada.
- SCC é calculado pelo circuito equivalente de *Thévenin*, visto a partir do ponto de falta.



## 3.2 - Ligação entre SCC e o Teorema de Thévenin

- Para o caso da figura  $E_T = V_3^o$  e  $Z_T = Z_{in}$

$$I_f = \frac{V_3^o}{Z_f + Z_{in}}$$

- E para um CC sólido:

$$I_f = \frac{V_3^o}{Z_{in}}$$

$V_3^o \rightarrow$  tensão de pré-falta

$Z_{in} \rightarrow$  impedância vista na barra 3 com fontes ativas zeradas

- Expressando em pu:

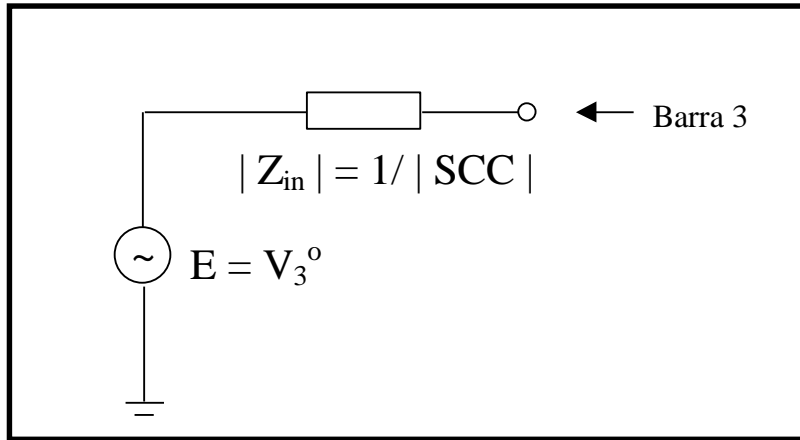
$$V_3^o \approx 1.0 \text{ pu} \quad \text{e} \quad |\text{SCC}| \approx |I_f|$$

$$|Z_{in}| \approx \frac{1}{|\text{SCC}|}$$



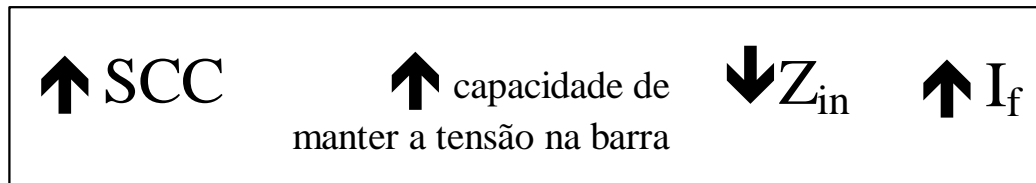
## 3.2 - Ligação entre SCC e o Teorema de Thévenin

### ➤ Circuito equivalente:



➤ A corrente CC é maior logo após o curto do que meio segundo depois.  $Z_{in} \rightarrow$  valor mínimo inicial e depois cresce

**"força" da barra é diretamente proporcional a SCC**



## Exemplo

---

**Considere o circuito mostrado anteriormente, com os seguintes dados:**

**Com os disjuntores CB1 e CB2 abertos a rede divide-se em duas partes e as barras 1 e 2 com os valores em**

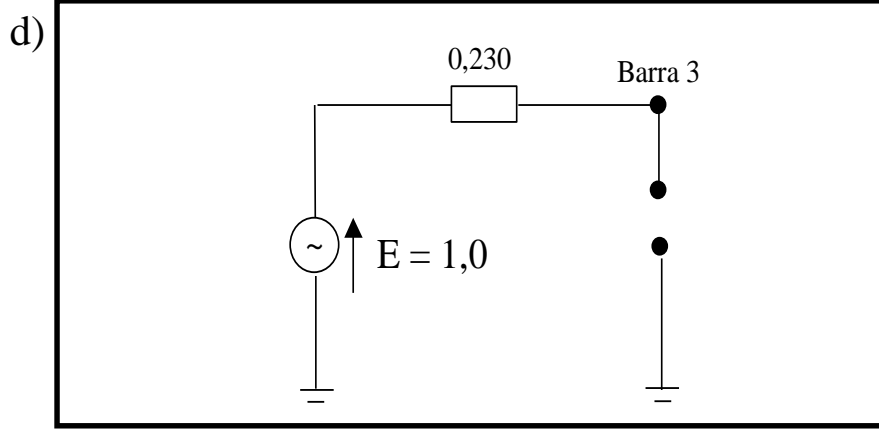
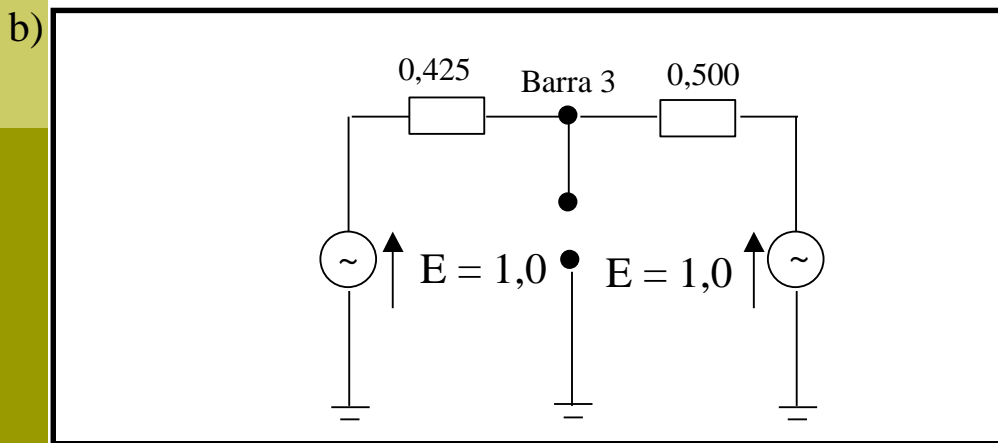
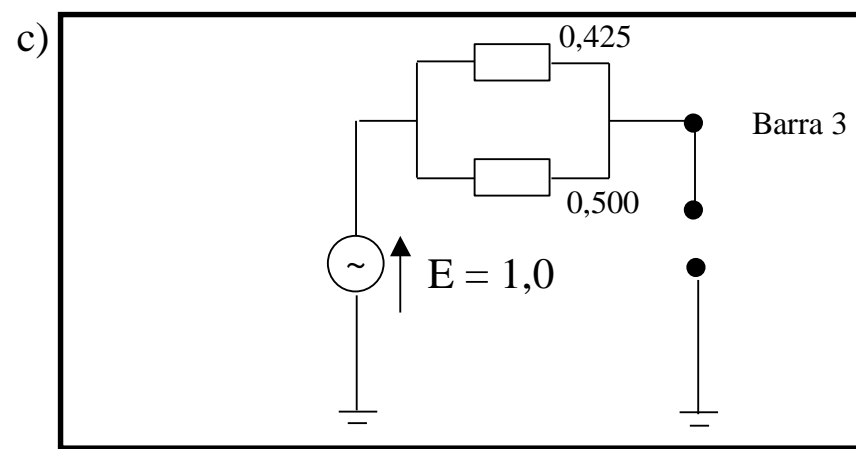
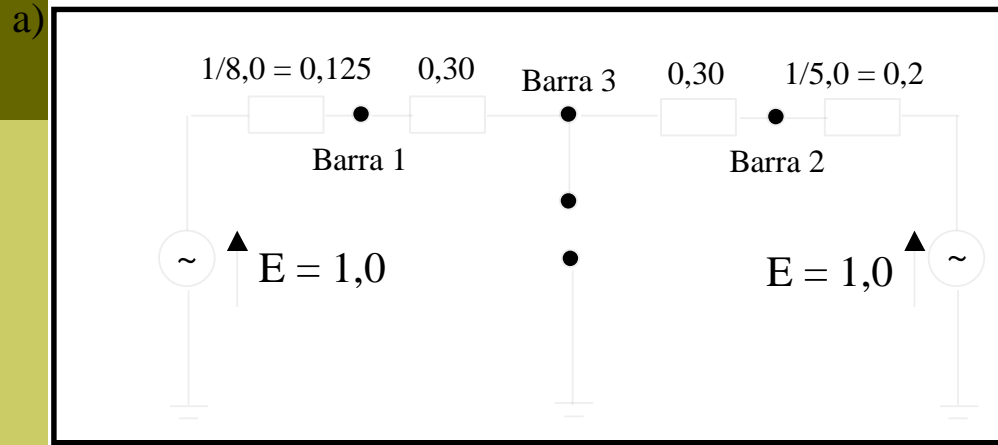
**MVA de CC:**

$$|\text{SCC1}| = 8,0 \text{ pu MVA}$$
$$|\text{SCC2}| = 5,0 \text{ pu MVA}$$

**Se agora fecharmos os dois disjuntores, como isto afetará as SCC das barras 1 e 2 e qual será a força da barra 3? Admitamos que todas as impedâncias sejam puramente reativas. As impedâncias das linhas L1 e L2 são 0,30 p.u. cada.**

# Exemplo

## Circuito equivalente (calcular SCC3):

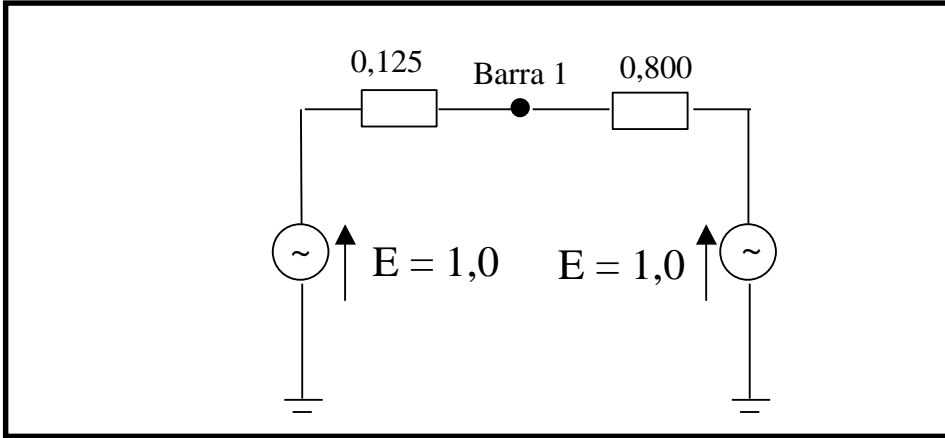


$$|SCC_3| = \frac{1}{0,230} = 4,35 pu$$

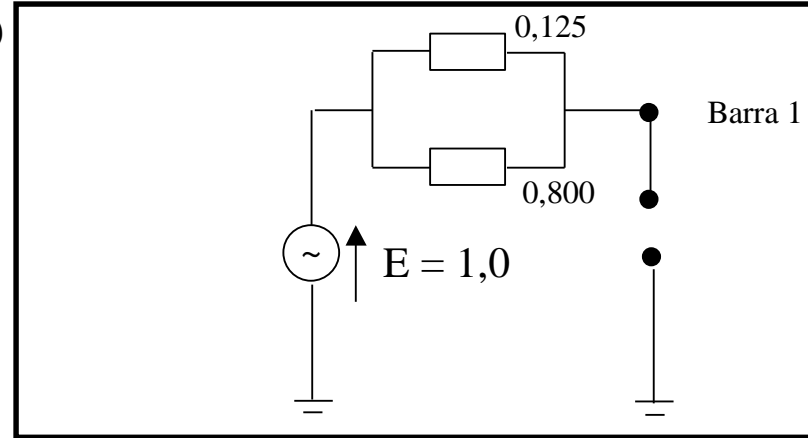
# Exemplo

## Circuito equivalente (calcular SCC1):

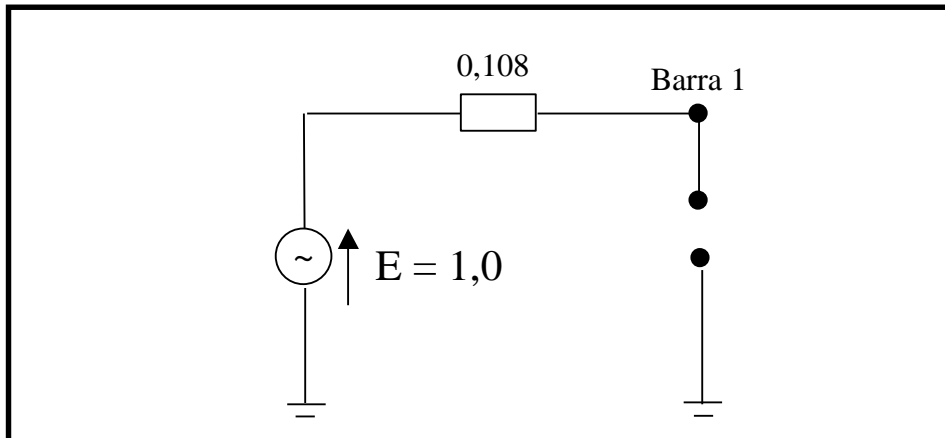
a)



b)



c)



$$|SCC_1| = \frac{1}{0,108} = 9,25 pu$$

**O fechamento L1 L2 resultou num aumento de 16% na força da barra 1.**

**Calcular SCC2=6,37 pu (27,4 %)**

## 3.3 - Comportamento da Máquina Síncrona durante um CC Equilibrado

- **Expressão geral de corrente de estator de máquina síncrona:**

$$i_a = \sqrt{2} \frac{|E|}{x'_d} \cos(\omega t + \alpha_o) - \frac{E}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{x'_d} + \frac{1}{x_q} \right) \cos \alpha_o - \frac{|E|}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{x'_d} \cdot \frac{1}{x_q} \right) \cos(2\omega t + \alpha_o)$$

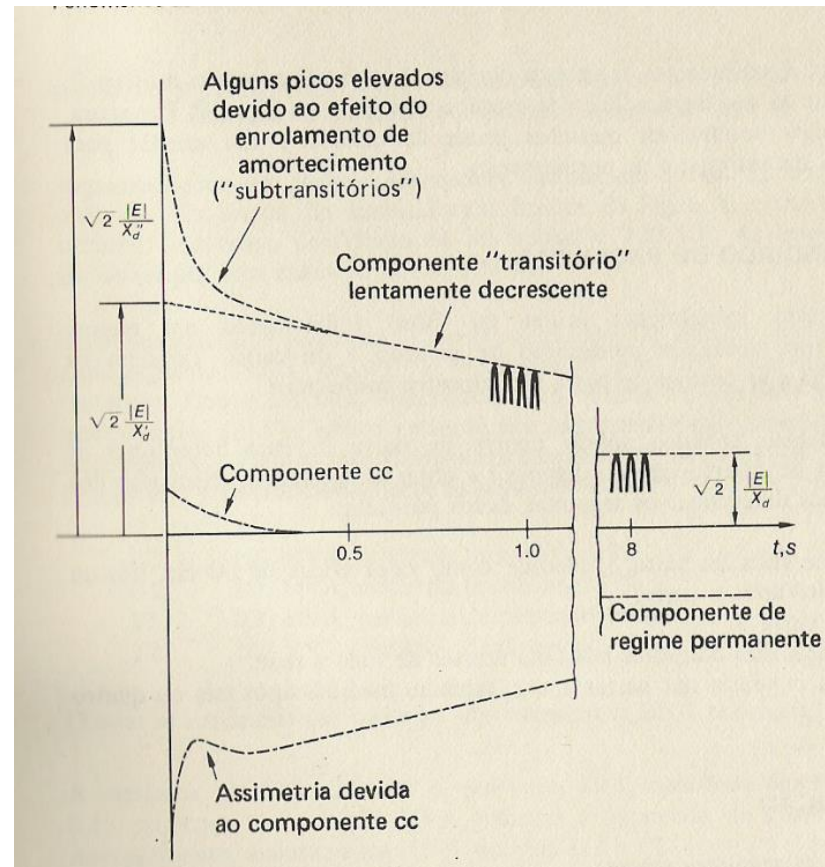
componente  
freq. fund.

comp. CC

comp. freq. dupla

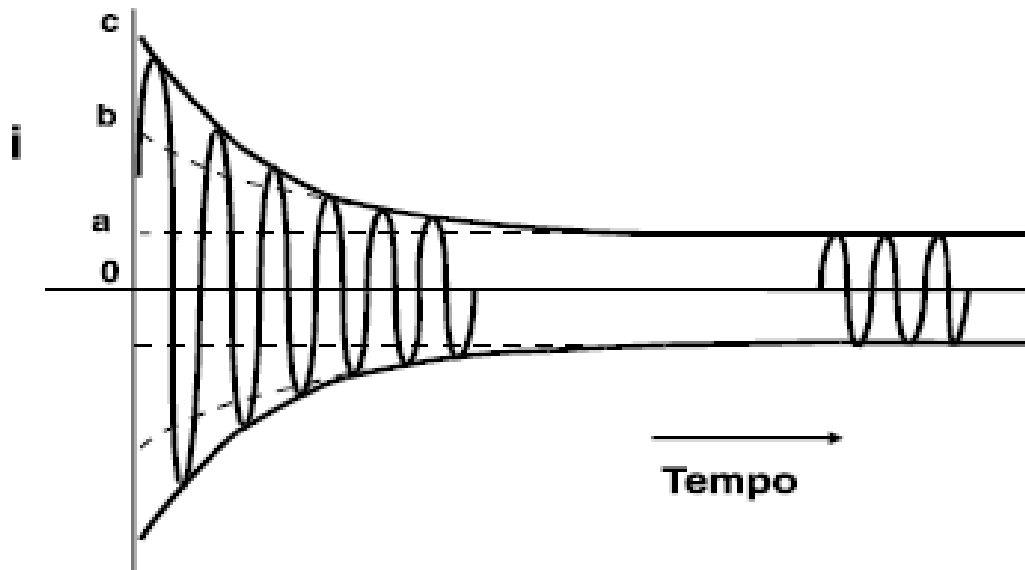
## 3.3 - Comportamento da Máquina Síncrona durante um CC Equilibrado

### ➤ Corrente transitória de C.C. de uma máquina síncrona:



# LSEE 3.3 - Comportamento da Máquina Síncrona durante um CC Equilibrado

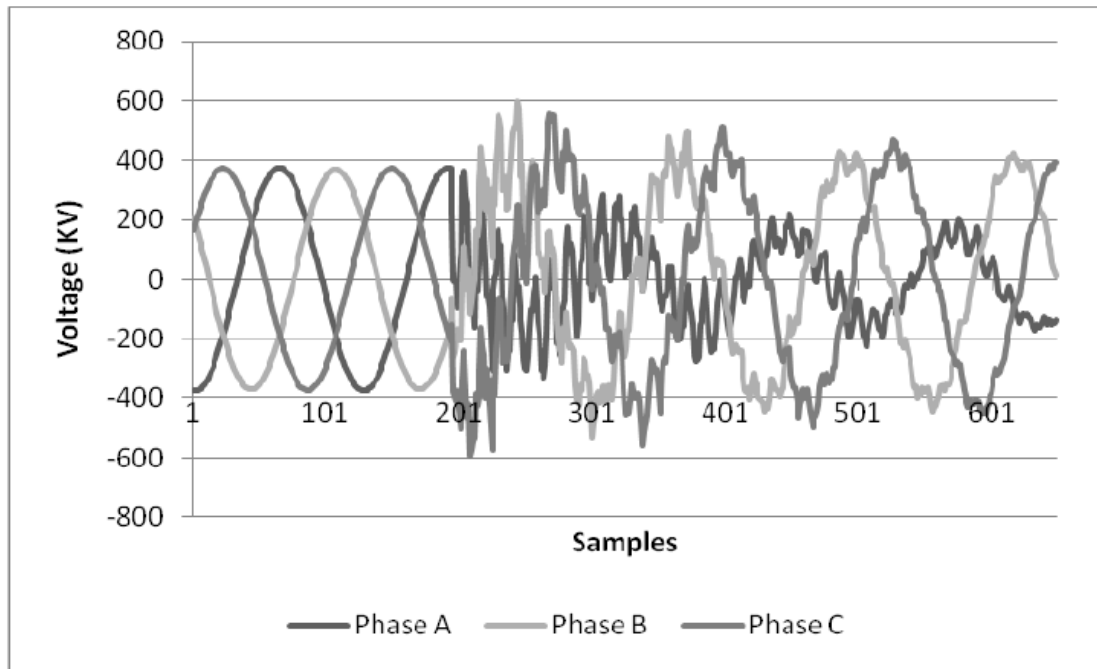
- **Corrente transitória de C.C. de uma máquina síncrona eliminando-se a componente contínua.**



**Período sub-transitório, transitório e permanente.**

## 3.3 - CC Desequilibrado em uma LT

### ➤ Tensão transitória de C.C. – Falta AT

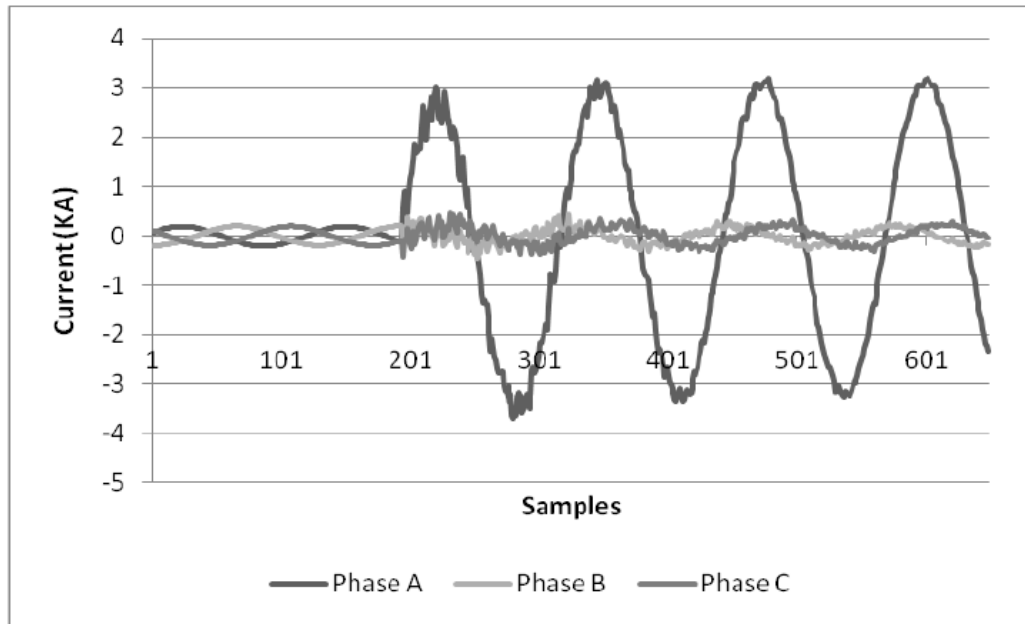


**Período sub-transitório, transitório e permanente.**



## 3.3 - CC Desequilibrado em uma LT

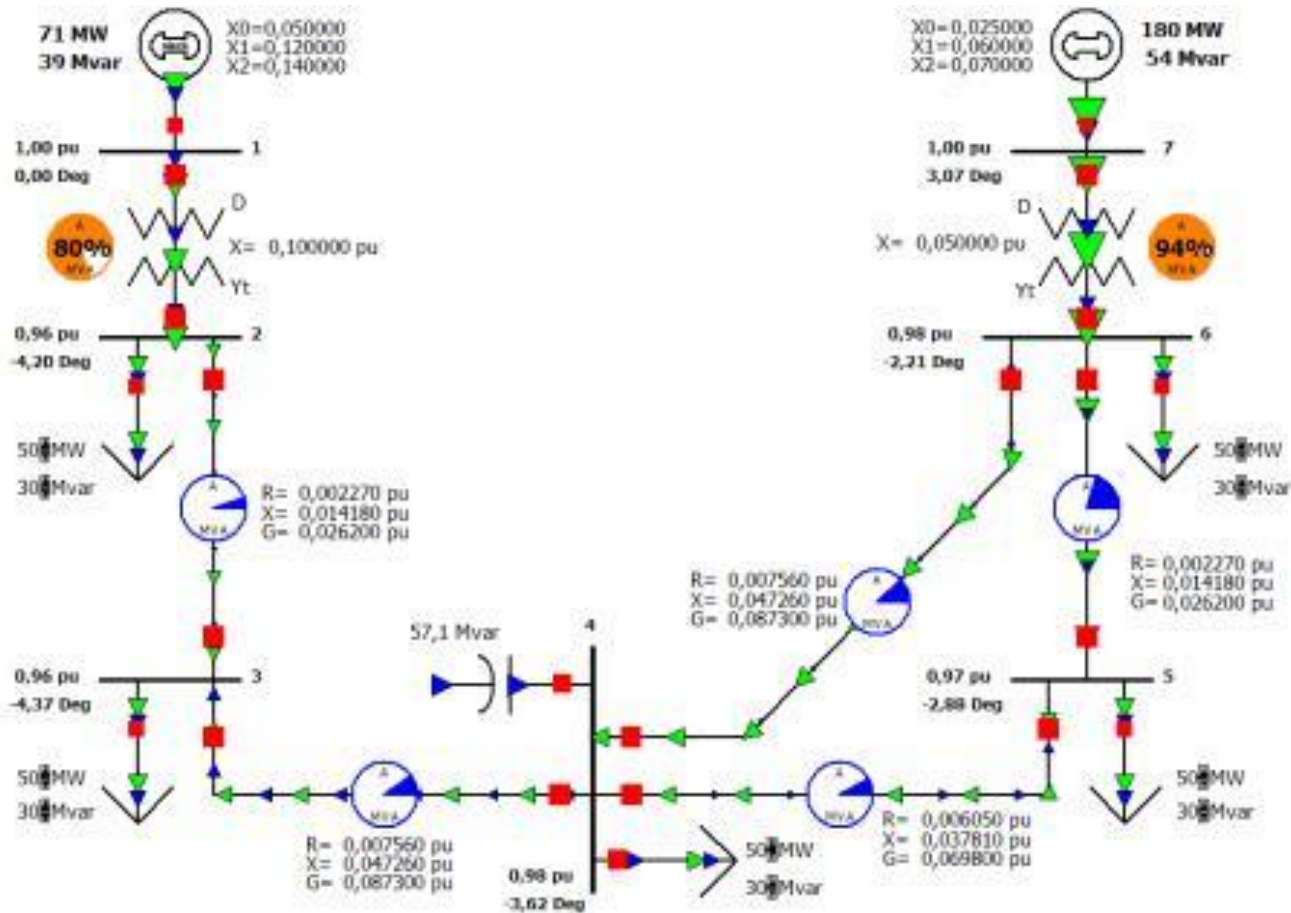
### ➤ Corrente transitória de C.C. – Falta AT



**Período sub-transitório, transitório e permanente.**

# 3.3 – Cálculo CC- Propósito do Curso

## ➤ Cálculo Fasorial das correntes CC:



# Exercício

## Questão 1

Dado o sistema de potência da Figura 1, considere as tensões de pré-falta iguais a 1 pu. Com os disjuntores CB3 e CB4 abertos, a rede dividi-se em duas partes e nesta situação as barras 1 e 2 tem as potências de curto-circuito  $|S_{cc1}| = 12 \text{ pu}$  e  $|S_{cc2}| = 7 \text{ pu}$ , respectivamente. As impedâncias das linhas LT1 e LT2 são  $Z_{LT1} = j0,45 \text{ pu}$  e  $Z_{LT2} = j0,2 \text{ pu}$ . Considere as resistências desprezadas.

Responda:

- Se fecharmos os dois disjuntores, qual será o nível de curto-circuito da barra 3?
- Como isso interfere nas capacidades de curto-circuito das barras 1 e 2? Recalcular os  $|S_{cc1}|$  e  $|S_{cc2}|$  quando os disjuntores estiverem fechados.
- Nessa condição, qual barra tem maior força e porque?

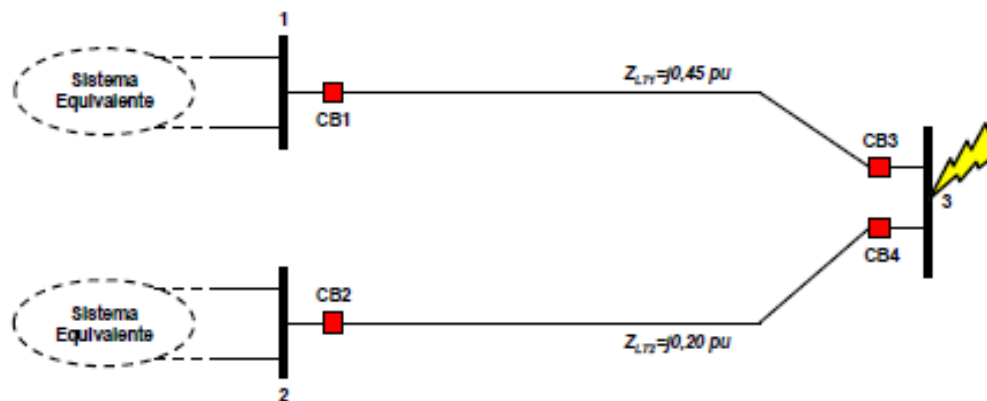


Figura 1: Sistema de potência.

## 3.4 - Sequência de Cálculo

---

- 1. Estabelecer diagrama unifilar com impedâncias de uma base convenientemente escolhida.**
- 2. Reduzir toda a rede a uma impedância simples, entre o ponto de falta e o neutro do sistema (Teorema *Thevenin*).**
- 3. Calcular o nível ou corrente de curto-circuito no ponto do defeito.**
- 4. Se outras informações são requeridas sobre a circulação de corrente, voltar as partes individuais do circuito.**

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Um exemplo simples

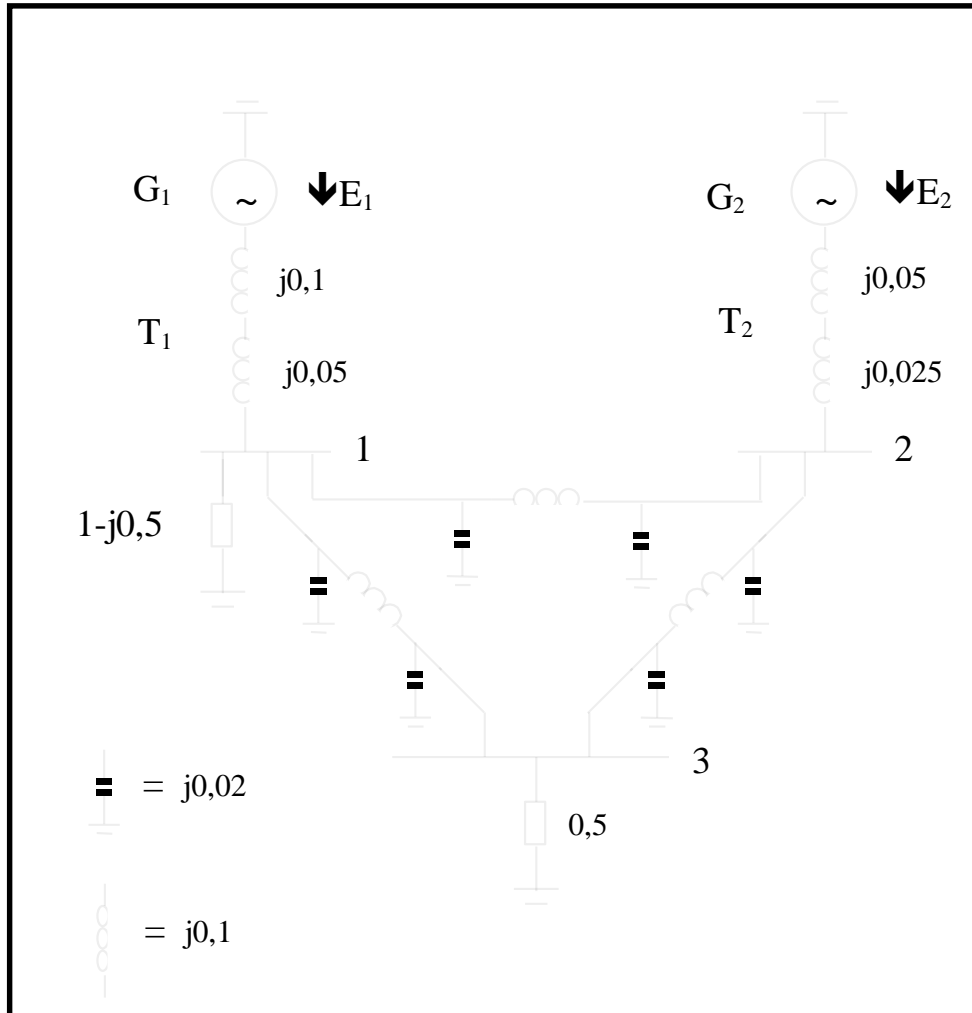
---

**Um C.C. trifásico sólido ocorre na barra 3. Para determinar as características de interrupção do disjuntor e obter as regulagens adequadas dos relés, queremos determinar os seguintes dados:**

- a) Corrente de curto-circuito na barra 3;**
- b) SCC da barra 3;**
- c) Distribuição das correntes C.C. e**
- d) Tensões de pós-falta nas barras 1 e 2.**

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Um exemplo simples



#### Dados:

**G1: 100 MVA, reatância transitória, 20%.**

**G2: 200 MVA, reatância transitória, 20%.**

**T1: 100 MVA, reatância de dispersão, 10%.**

**T2: 200 MVA, reatância de dispersão, 10%.**

**Linhas: como representadas (30 milhas).**

**Bases Usadas (na linha): 50 MVA e 120 kV.**

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Um exemplo simples

---

➤ **Cargas:**

**Admitindo  $V_{\text{pré-falta}} = 1,0 \text{ pu}$**

$$S = P + jQ = Y^* |V|^2$$

Pot. Ativa

Pot. Reativa

**As demandas de cargas em 1 e 3 são:**

$$S_{D1} = 1 + j0,5 \text{ pu} = |1,0|^2 Y_{L1}^*$$

$$S_{D3} = 0,5 + j0 \text{ pu} = |1,0|^2 Y_{L3}^*$$

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

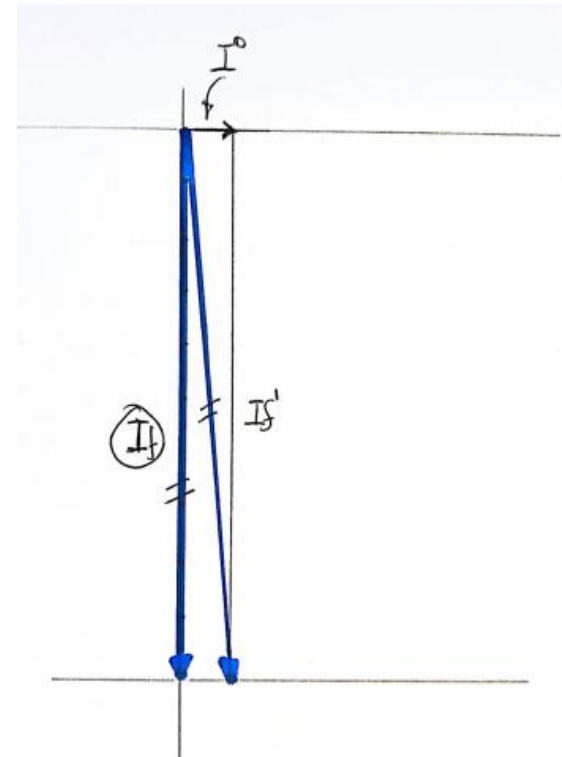
### Um exemplo simples

➤ **Simplificações Importantes:**

① **Tensões de pré-falta possuem valor unitário e,**

② **Correntes de pré-falta (são reais) = 0 → implica em desprezar admitâncias em paralelo (inclusive da carga).**

**Se for feita uma análise fasorial percebe-se que esta aproximação é razoável.**

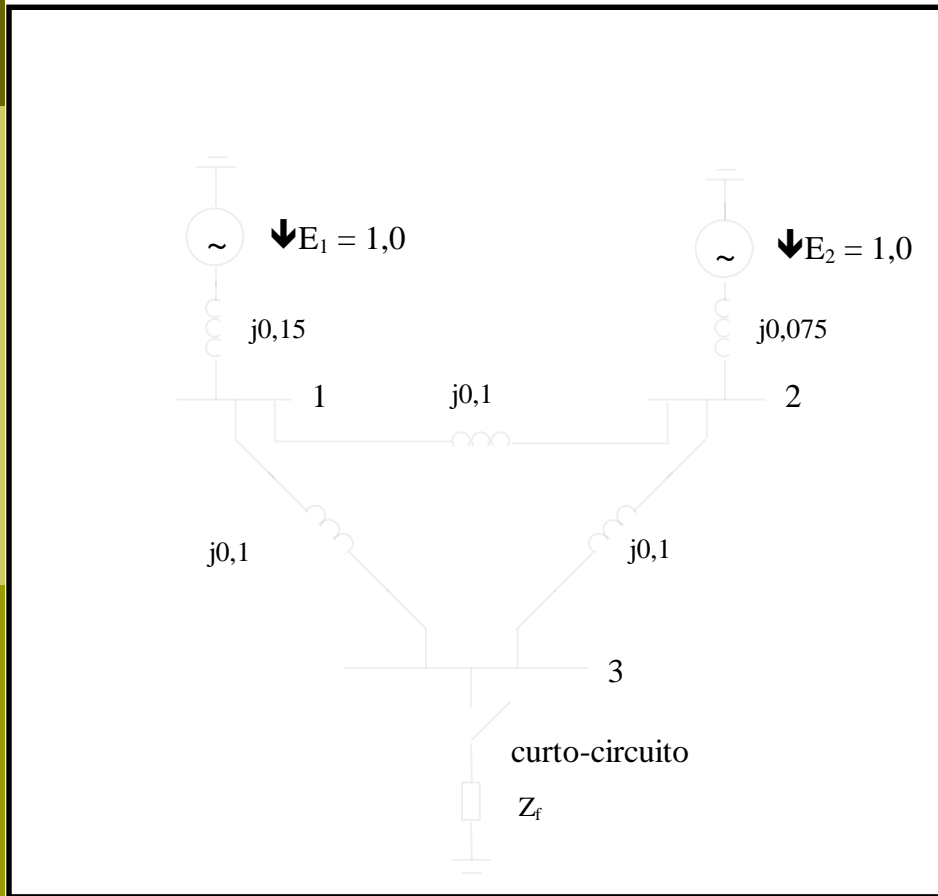




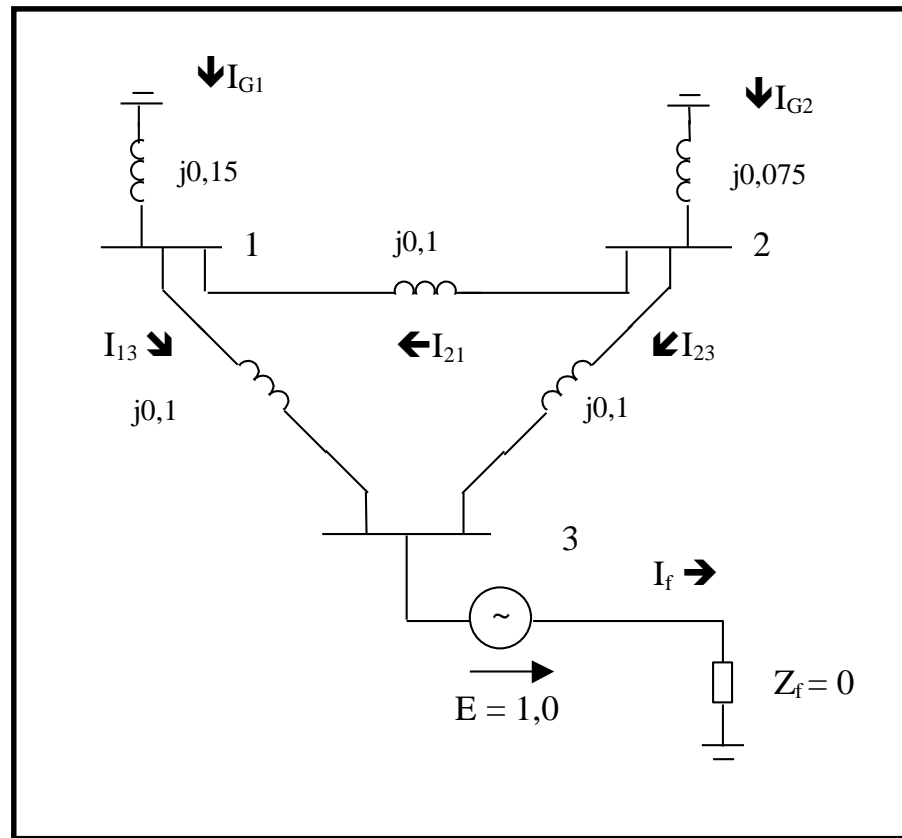
# 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

## Um exemplo simples

**Versão simplificada do circuito:**

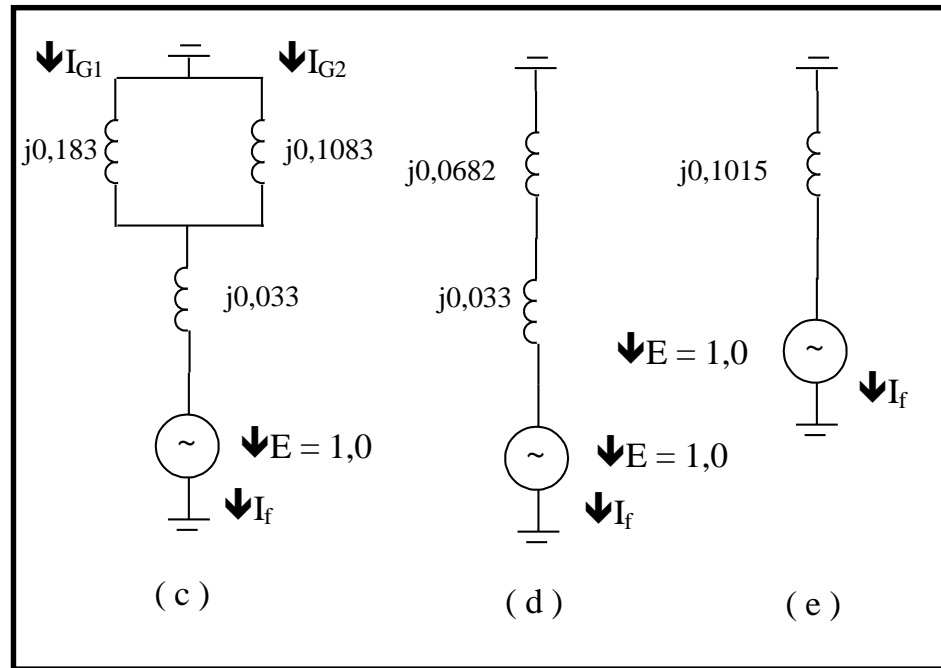
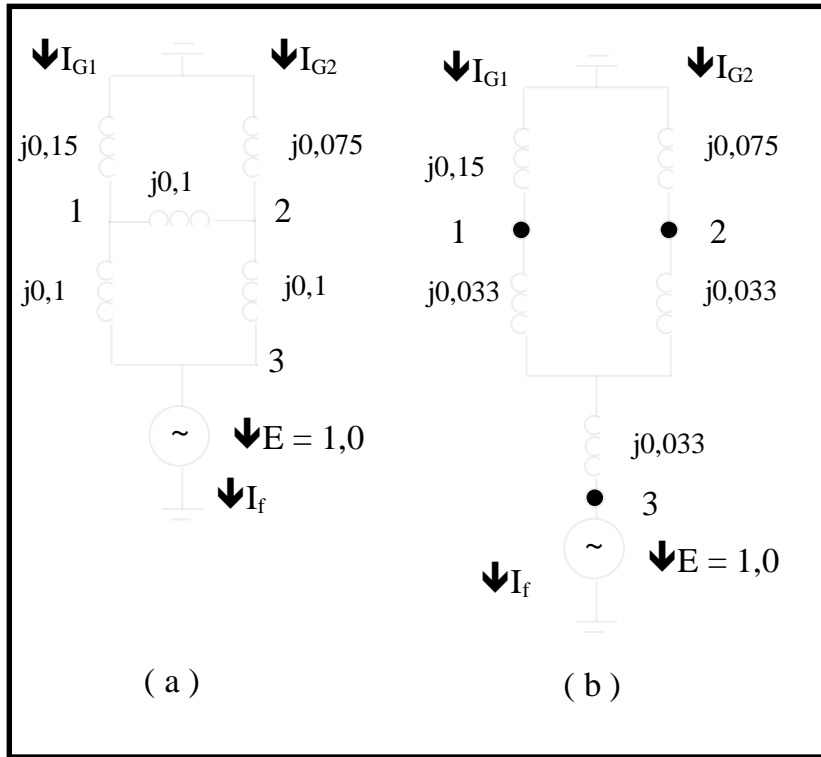


**Usando Thévenin:**



# 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

## Um exemplo simples



## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Um exemplo simples

$$I_f = \frac{1,0}{j0,1015} = -j9,85 pu$$

**Em (c), tem-se:**

$$I_{G1} = \frac{j0,1083}{j0,1083 + 0,1833} I_f = -j3,67 pu$$

$$I_{G2} = I_f - I_{G1} = -j6,18 pu$$

**Podemos então calcular as variações nas três tensões**

**1, 2 e 3:**

$$V_T \Delta \begin{bmatrix} \text{var.tensao1} \\ \text{var.tensao2} \\ \text{var.tensao3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 - (j0,15)(-j3,67) \\ 0 - (j0,075)(-j6,18) \\ -1,0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,55 \\ -0,463 \\ -1,00 \end{bmatrix}$$

**Vetor tensão de barra de Thévenin**

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Um exemplo simples

---

➤ **E as correntes de linha:**

$$I_{21} = \frac{V_2 - V_1}{j0,1} = \frac{(-0,463) - (-0,55)}{j0,1} = -j0,87 pu$$

$$I_{13} = \frac{V_1 - V_3}{j0,1} = \frac{0,450}{j0,1} = -j4,50 pu$$

$$I_{23} = \frac{V_2 - V_3}{j0,1} = \frac{0,537}{j0,1} = -j5,37 pu$$

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Um exemplo simples

- **Correntes e tensões pós-falta:**  
(superposição pré + pós-falta)

$$|V_{1f}| = |V_1^o + V_1| \approx |1,0 - 0,550| \approx 0,450 pu$$

$$|V_{2f}| = |V_2^o + V_2| \approx |1,0 - 0,463| \approx 0,537 pu$$

$$|V_{3f}| = 0$$

$$|I_f| = 9,85 pu$$

$$|I_{G1f}| = |I_1^o + I_1| \approx |0 - j3,67| \approx 3,67 pu$$

$$|I_{G2f}| = |I_{G2}^o + I_{G2}| \approx |0 - j6,18| \approx 6,18 pu$$

$$|I_{13f}| = |I_{13}^o + I_{13}| \approx |0 - j4,50| \approx 4,50 pu$$

$$|I_{23f}| = |I_{23}^o + I_{23}| \approx |0 - j5,37| \approx 5,37 pu$$

## 3.5 - Análise de um C.C. simétrico

### Exercício de aula

---

**Considerando o sistema anterior e que um C.C. trifásico sólido ocorre agora na barra 1. Determinar os seguintes dados:**

- a) Corrente de curto-circuito na barra 1;**
- b) SCC da barra 1;**
- c) Distribuição das correntes C.C. e**
- d) Tensões de pós-falta nas barras 1, 2 e 3.**

# Exercício

## Questão 1

Um curto-circuito trifásico sólido ocorre na barra indicada na Figura 1. Para determinar as características de interrupção do disjuntor e obter a configuração adequadas dos relés, pede-se:

Responda:

1. Corrente de curto-circuito na barra 3.
2. A distribuição das correntes de curto-circuito.
3. Tensões de pós-faltas em todas as barras.

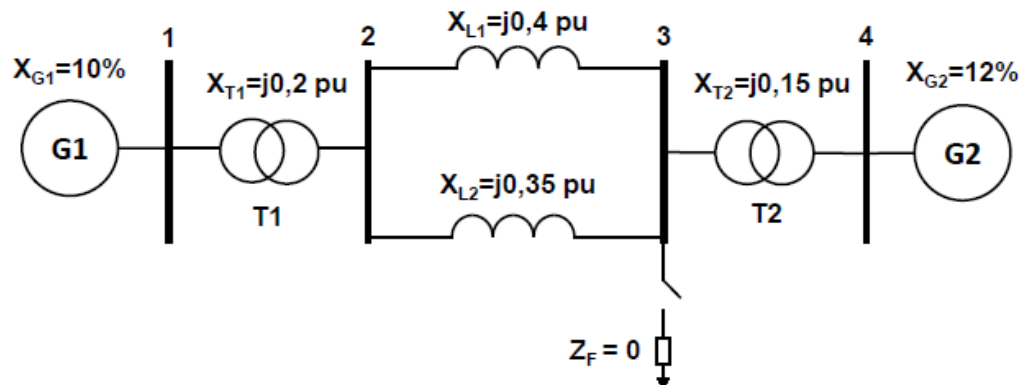


Figura 1: Sistema de potência.

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

- **Impossibilidade de se usar o método anterior para grandes sistemas com muitas barras → uso do computador digital.**
- **Desenvolvimento de uma técnica geral aplicável a um sistema de  $n$  barras.**
- **Programas profissionais para tal finalidade.  
Ex: *Power Factory*, Programas do CEPEL.**



## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

As tensões pós-falta serão dadas por:

$$V_{bus}^f = V_{bus}^o + V_T$$

$$V_{bus}^o = \begin{bmatrix} V_1^o \\ V_2^o \\ V_3^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$V_T = \begin{bmatrix} \Delta V_{N1} \\ \Delta V_{N2} \\ \Delta V_{N3} \end{bmatrix} \quad (1)$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

➤ **Obtenção de  $V_T$ :**

$$V_T = [Z_{bus}] \cdot [I_f] \quad (2)$$

$Z_{bus}$  = Matriz de impedância, 3x3, rede anterior.

$$I_f = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -I_f \end{bmatrix} \quad (3)$$

$I_f$  = corrente "injetada" na barra 3.


➤ **Levando (2) em (1):**

$$V_{bus}^f = V_{bus}^o + Z_{bus} I_f \quad (4)$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

Para um sistema com n barras:

$$I_f = \begin{bmatrix} 0 \\ \bullet \\ -I_f \\ \bullet \\ 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 \\ \bullet \\ q \\ \bullet \\ n \end{matrix}$$


**Corrente Total na Barra "q"**  
**Curto na barra "q"**

**E (4) ficará:**

$$\begin{bmatrix} V_1^f \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ V_q^f \\ \bullet \\ \bullet \\ V_n^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^0 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ V_q^0 \\ \bullet \\ \bullet \\ V_n^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_{11} & & & Z_{1n} \\ \bullet & & & \bullet \\ \bullet & & & \bullet \\ \bullet & & & \bullet \\ Z_{q1} & \bullet \bullet \bullet & & Z_{qn} \\ \bullet & & & \bullet \\ \bullet & & & \bullet \\ \bullet & & & \bullet \\ Z_{n1} & \bullet \bullet \bullet & & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \bullet \\ \bullet \\ \bullet \\ -I_f \\ \bullet \\ \bullet \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

► **Ou seja:**

$$V_1^f = V_1^0 - Z_{1q} \cdot I_f$$

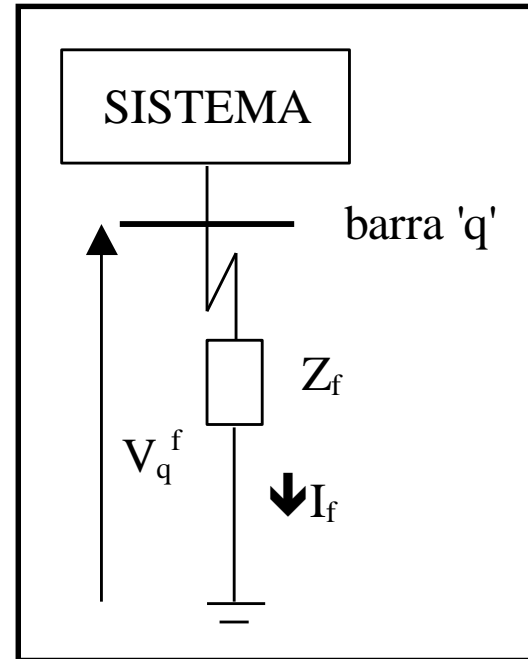
• • •  
• • •  
• • •

$$V_q^f = V_q^0 - Z_{qq} \cdot I_f$$

• • •  
• • •  
• • •

$$V_n^f = V_n^0 - Z_{nq} \cdot I_f$$

**(5)**



**$I_f$  é desconhecido; para CC não sólido,  $V_{\text{pós-falta}}$  na barra de curto:**

$$V_q^f = Z^f \cdot I_f \quad \text{(6)}$$

$$V_q^0 - Z_{qq} \cdot I_f$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

➤ **Onde:**

$$I_f = \frac{V_q^o}{Z_f + Z_{qq}} \quad (7)$$

**$V_q^o \approx 1,0$  pu**

**$Z_f$  e  $Z_{qq} \rightarrow$  conhecidos**

**$Z_{qq} \rightarrow$  imp. de Thévenin a ser retirada de  $Z_{bus}$**

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

➤ Levando (7) em (5), as tensões de pós-falta são:

$$V_i^f = V_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_f + Z_{qq}} V_q^o \quad i \neq q \quad (8)$$

$$V_q^f = \frac{Z_f}{Z_f + Z_{qq}} V_q^o \quad i = q$$

➤ Para um CC sólido:  $Z_f = 0$ ,  $I_f = V_q^o / Z_{qq}$

$$V_i^f = V_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_{qq}} V_q^o \quad i \neq q \quad (9)$$

$$V_q^f = 0 \quad i = q$$

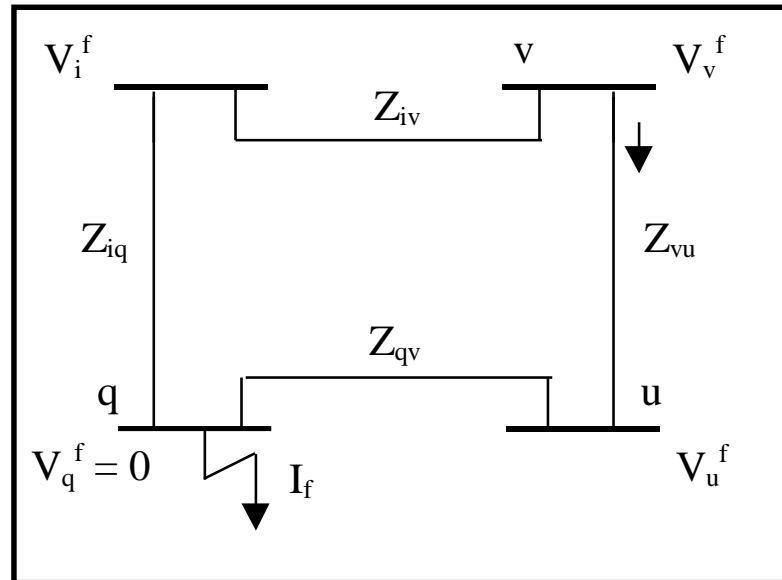
## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

### Notas importantes:

- $V_i^{\circ}$  e  $V_q^{\circ}$  (tensões pré-falta) são obtidas do fluxo de carga ou tomadas como 1 pu.
- " $Z_{iq}$ " e " $Z_{qq}$ " são retirados de  $Z_{bus}$ .  
 $Z_{bus}$  é o inverso de  $Y_{bus}$  → matriz admitância de barra
- Para conhecermos os valores das correntes de pós-falta em todos os ramos da rede, considere:

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.



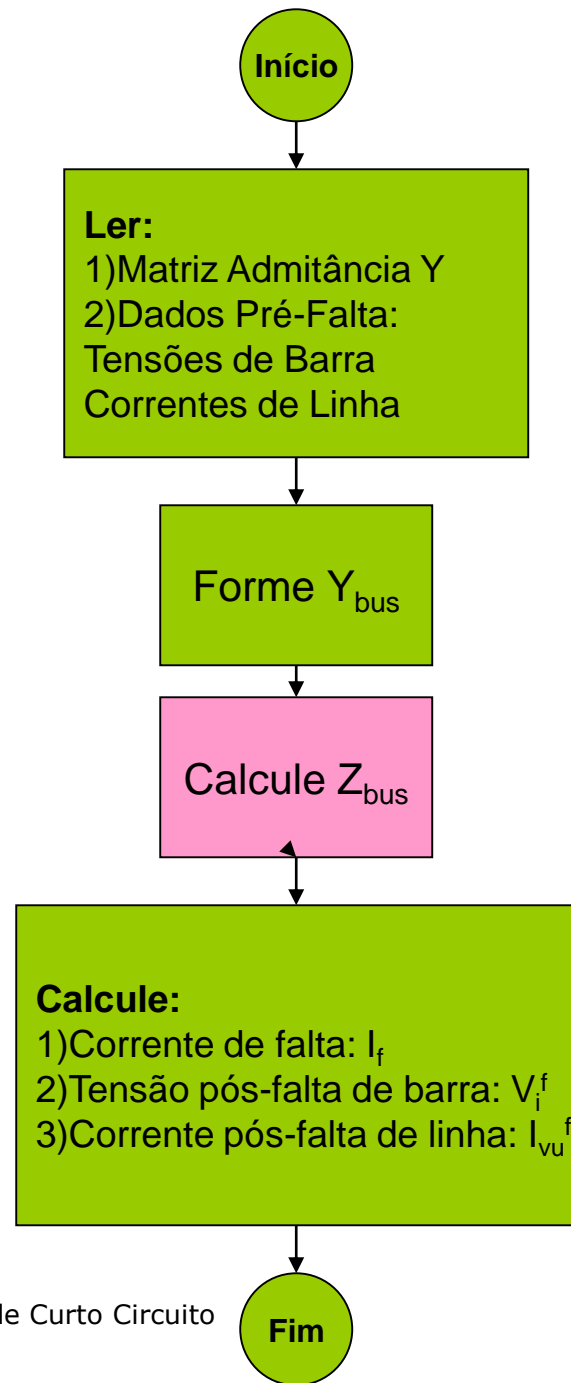
$$I_{vu}^f = \frac{V_v^f - V_u^f}{Z_{vu}} \quad (10)$$

As tensões  $V_v^f$ ,  $V_u^f \rightarrow$  previamente calculados.

$Z_{vu} \rightarrow$  não é retirada de  $Z_{bus}$ .



➤ **Fluxograma**  
**para análise de CC:**



## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

### ➤ Matriz Admitância

As matrizes  $Y_{bus}$  e/ou  $Z_{bus}$  constituem, evidentemente, modelos das porções passivas do sistema com  $n$  barras, *em forma sistemática*. Das Eqs. (7.34) tiramos as seguintes regras simples para determinar os elementos da matriz:

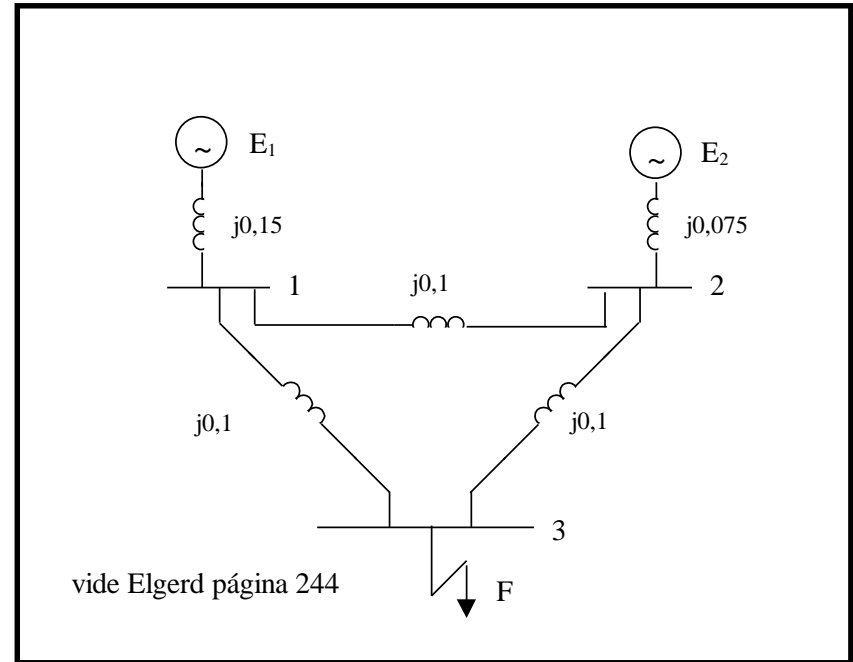
*Os elementos diagonais  $y_{ii}$  são obtidos pela soma algébrica de todas as admitâncias incidentes no nó  $i$ .*

*Os elementos fora da diagonal,  $y_{ij} = y_{ji}$  são obtidos das admitâncias que ligam os nós  $i$  e  $j$ , com sinal negativo.*

O par de matrizes  $Y_{bus}$  e  $Z_{bus}$  representam uma das formas de modelo de rede. É de grande valor teórico, pedagógico e também prático, que nos aprofundemos um pouco mais no assunto matrizes de rede e por isso incluímos a análise que segue.

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

### ➤ Exemplo Anterior



### ➤ Matriz Admitância

$$Y_{11} = \frac{1}{j0,15} + \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j26,67$$

$$Y_{22} = \frac{1}{j0,0755} + \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j33,33$$

$$Y_{33} = \frac{1}{j0,1} + \frac{1}{j0,1} = -j20,0$$

$$Y_{12} = Y_{21} = \frac{-1}{j0,1} = j10,0$$

$$Y_{23} = Y_{32} = \frac{-1}{j0,1} = j10,0$$

$$Y_{13} = Y_{31} = \frac{-1}{j0,1} = j10,0$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

$$Y_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -j26,67 & j10 & j10 \\ j10 & -j33,33 & j10 \\ j10 & j10 & -j20 \end{bmatrix}$$

➤ **Invertendo:**

$$Z_{\text{bus}} = \begin{bmatrix} j0,073 & j0,0386 & j0,0558 \\ j0,0386 & j0,0558 & j0,0472 \\ j0,0558 & j0,0472 & j0,1014 \end{bmatrix}$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

### PROBLEMA!!!

- **Inversão da Matriz A ( $A \cdot A^{-1} = I$ )**

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} A^+$$

**|A| = determinante de A**  
**A<sup>+</sup> = matriz adjunta**

- **Tensões pós-falta e correntes de falta:**

$$V_i^f = V_i^o - \frac{Z_{iq}}{Z_{qq}} V_q^o$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

### ➤ Barra 3 em CC

$$V_1^f = 1,0 - \frac{Z_{13}}{Z_{33}} \cdot 1,0 = 1,0 - \frac{j0,0558}{j0,1014} \cdot 1 = 0,450 pu$$

$$V_2^f = 1,0 - \frac{Z_{23}}{Z_{33}} \cdot 1,0 = 1,0 - \frac{j0,0472}{j0,1014} \cdot 1 = 0,535 pu$$

$$V_3^f = 0$$

$$I_f = \frac{V_q^o}{Z_{qq}} \Rightarrow I_f = \frac{1,0}{j0,1014} = -j9,86 pu$$

## 3.6 - Cálculos Sistemáticos de C.C.

---

**Barra 1 em curto-circuito:**

$$I_f = \frac{1,0}{Z_{11}} = \frac{1}{j0,073} = -j13,7 \text{ pu}$$

$$V_1^f = 0$$

$$V_2^f = 1,0 - \frac{Z_{21}}{Z_{11}} \cdot 1,0 = 1 - \frac{j0,0386}{j0,073} \cdot 1 = 0,471 \text{ pu}$$

$$V_3^f = 1,0 - \frac{Z_{31}}{Z_{11}} \cdot 1,0 = 1 - \frac{j0,0558}{j0,073} \cdot 1 = 0,236 \text{ pu}$$

## Exercício

O circuito mostrado na figura 2.27 está fornecendo 60.000 KVA na tensão de 12,5 KV com fator de potência 0,8 em atraso, a um grande sistema metropolitano que pode ser representado por uma barra infinita. O gerador tem valores nominais de 60.000 KVA, 12,7 KV,  $X''_d = 0,20$  pu. Cada transformador trifásico tem valores nominais de 75000 KVA, 13,8 $\Delta$ -69Y KV,  $X = 8\%$ . A reatância da linha de transmissão é de 10 ohms.

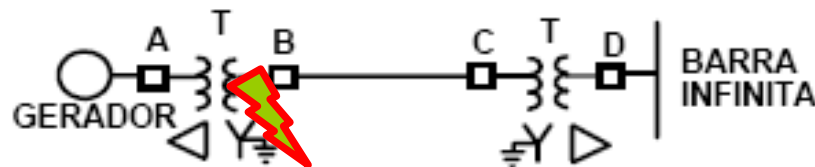


Figura 2.27 -

Uma falta trifásica ocorre no ponto P. Determine a corrente nos disjuntores A e B para a falta especificada. Determine a corrente inicial na falta. Use os valores nominais do transformador com base no circuito do gerador.



# Obrigado pela atenção!

---

**Prof<sup>o</sup> Tit. Denis Vinicius Coury**

E-mail: [coury@sc.usp.br](mailto:coury@sc.usp.br)

**Monitor: Leonardo Lessa**

Email: [\*leonardo.s.lessa@gmail.com\*](mailto:leonardo.s.lessa@gmail.com)

**Universidade de São Paulo - USP**

**Escola de Engenharia de São Carlos - EESC**

**Depto de Engenharia Elétrica e de Computação- SEL**

**Laboratório de Sistemas de Energia Elétrica - LSEE**