PME3453 Máquinas de fluxo e sistemas fluidodinâmicos



EPUSP / Engenharia Mecânica



Humberto Gissoni

Capítulos

1. Energia

2. Máquinas de transformação de energia

- 3. Cavitação
- 4. Instalações hidrelétricas
- 5. Instalações termelétricas
- 6. Sistemas de recalque





PARTE 1

- 2.1. Introdução
- 2.2. Quadro temporal
- 2.3. Tipos de máquinas de transformação de energia
- 2.4. Grandezas associadas às máquinas de fluxo
- 2.5. Análise energética

2.5.2, 2.5.3 (parciais)

2.6. Modelo para as máquinas de fluxo

2.6.1, 2.6.3

- 2.7. Características das máquinas de fluxo
- 2.8. Parâmetros de definição das máquinas de fluxo



PARTE 2

2.9. Representação das características das máquinas de fluxo
2.10. Máquina de fluxo associada à instalação
2.11. Equação fundamental das máquinas de fluxo
2.12. Equacionamento complementar
2.13. Teoria de semelhança aplicada às máquinas de fluxo



























Características oper. de ventiladores e compressores





Condições de operação de uma bomba





Triângulos de velocidade





u : velocidade tangencial
w : velocidade relativa
c : velocidade absoluta
c_m : velocidade meridiana

 $\dot{m} = \rho c_m S$

 $Q = c_m S$



Seja *B* uma propriedade qualquer do fluido (energia, quantidade de movimento, etc.) e $\beta = dB/dm$ a grandeza intensiva correspondente, definida pela quantidade de *B* por unidade de massa em qualquer porção pequena do fluido.

A quantidade total de *B* no volume de controle é:

$$B_{VC} = \int_{VC} \beta \rho d\mathcal{V}$$

E há três fontes de variações em *B* relacionadas com o volume de controle.

 $\frac{d}{dt} \left(\int_{VC} \beta \rho dV \right)$ que corresponde a uma variação de β no interior do volume de controle



 $\int_{SC} \beta \rho c \, cos\theta dS_{saida} \quad \text{é o fluxo de saida de } \beta \text{ no volume de controle e}$ $\int_{SC} \beta \rho c \, cos\theta dS_{entrada} \quad \text{é o fluxo de entrada de } \beta \text{ no volume de controle.}$

E as notações VC e SC correspondem, respectivamente, ao volume de controle e à superfície de controle.

No limite quando $dt \rightarrow 0$, a variação instantânea de B no sistema é a soma de sua variação no interior do VC, mais o seu fluxo que sai, menos o seu fluxo que entra.

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} \beta \rho d\mathcal{V} \right) + \int_{SC} \beta \rho c \, \cos\theta dS_{saida} - \int_{SC} \beta \rho c \, \cos\theta dS_{entrada}$$

Obs. c é velocidade do fluido e θ o ângulo entre a velocidade e a direção normal à superfície.



Se \vec{n} é definido como o vetor unitário normal para fora em qualquer local da superfície de controle, então $\vec{c}.\vec{n} = c_n$ na saída e $\vec{c}.\vec{n} = -c_n$ na entrada e os termos de fluxo podem ser representados por uma única integral envolvendo $\vec{c}.\vec{n}$, levando à forma compacta do teorema de transporte de Reynolds.

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left(\int_{VC} \beta \rho d\mathcal{V} \right) + \int_{SC} \beta \rho(\vec{c}.\vec{n}) dS$$

Com o volume de controle fixo e não deformável, o termo da derivada temporal pode ser escrito na forma equivalente:

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\beta \rho) d\mathcal{V} + \int_{SC} \beta \rho(\vec{c}.\vec{n}) dS$$



As seguintes equações podem ser obtidas a partir do teorema de transporte de Reynolds.

Conservação da quantidade de movimento, $B = \vec{P}$ e, portanto, $\beta = \vec{c}$.

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_{sist}) = \sum_{i} \vec{F}_{e_{i}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho \vec{c}) d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho \vec{c}(\vec{c}.\vec{n}) dS$$

Conservação do momento da quantidade de movimento, $B = \overrightarrow{L_o}$ e, portanto, $\beta = \vec{r} \times \vec{c}$.

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_{o,sist}) = \sum_{i} \vec{M}_{e_{oi}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho(\vec{r} \times \vec{c}) d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho(\vec{r} \times \vec{c})(\vec{c}.\vec{n}) dS$$

Premissas:

Operação no ponto de máximo rendimento Escoamento em regime permanente \Rightarrow

Quantidade de movimento

$$\sum_{i} \vec{F}_{e_{i}} = \int_{SC} \rho \vec{c} \left(\vec{c} \cdot \vec{n} \right) dS$$

Momento da quantidade de movimento

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{oi}}} = \int_{SC} \rho \left(\vec{r} \times \vec{c} \right) \left(\vec{c} \cdot \vec{n} \right) dS$$

 $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

dm > 0 Com escoamento para fora do volume de controle

dm < 0 Com escoamento para dentro do volume de controle

Quantidade de movimento

$$\sum_{i} \vec{F_{e_i}} = \int_{SC} \vec{c} d\vec{m}$$

 $d\vec{m} = \rho \left(\vec{c} \cdot \vec{n}\right) dS$

Momento da quantidade de movimento

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{oi}}} = \int_{SC} \left(\vec{r} \times \vec{c} \right) d\vec{m}$$

Mais fácil de aplicar



Equação do momento torçor para turbinas





Equação do momento torçor para turbinas







$$(\vec{r} \times \vec{c}) = \begin{bmatrix} -z c_u \vec{r}; (r c_z - z c_r) \vec{\phi}; r c_u \vec{k} \end{bmatrix}$$

Momentos torçores
resistidos pelos mancais

 $r c_u k$ Componente relacionada com a realização de trabalho



$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \int_{SC2} \rho (r_2 c_{u2}) (-c_{m2}) \stackrel{\rightarrow}{\mathbf{k}} dS_2 + \int_{SC1} \rho (r_1 c_{u1}) (c_{m1}) \stackrel{\rightarrow}{\mathbf{k}} dS_1$$



$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \int_{SC2} \rho (r_2 c_{u2}) (-c_{m2}) \vec{k} dS_2 + \int_{SC1} \rho (r_1 c_{u1}) (c_{m1}) \vec{k} dS_1$$

Admite-se que as velocidades c_{m1} , c_{m2} , c_{u1} , c_{u2} e a massa específica ρ não variem ao longo das superfícies de integração S_1 e S_2 .

A simplificação corresponde à admissão de número infinito de pás e pequena largura, b, do canal do rotor.

$$\left|\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}}\right| = -\rho r_2 c_{u2} c_{m2} S_2 + \rho r_1 c_{u1} c_{m1} S_1 \qquad \dot{m} = \rho c_{m1} S_1 = \rho c_{m2} S_2$$

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \dot{m} (-r_2 c_{u2} + r_1 c_{u1}) \vec{k}$$

Somatória dos momentos torçores externos

GERADOS POR FORÇAS DE CONTATO:

 Sobre as superfícies sólidas do VC por meio das tensões normais (pressões) e de cisalhamento, impostas pelo escoamento no interior do rotor.

 Sobre as superfícies permeáveis do VC. Tensões normais não realizam trabalho pois atuam radialmente sobre as superfícies de controle.
 Verifica-se experimentalmente que tensões de cisalhamento não realizam

trabalho significativo sobre as superfícies de controle.

GERADOS POR FORÇAS DE CAMPO

Eixo vertical: força gravitacional não realiza trabalho por atuar // ao eixo de rotação.

Eixo horizontal: média temporal do torque relacionada ao peso do líquido é nula.









Momentos torçores externos







A análise dos momentos torçores externos indica ser apenas significativo o momento nas pás.



Convenciona-se positivo o "momento torçor natural à máquina". Desta forma o momento torçor em turbinas é interno, negativo, pois exercido pelo fluido em escoamento sobre as pás.

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = -\vec{M}_{p} \qquad -\vec{M}_{p} = \vec{m} (-r_{2} c_{u2} + r_{1} c_{u1})\vec{k}$$
$$\vec{M_{p}} = \vec{m} (r_{2} c_{u2} - r_{1} c_{u1})\vec{k}$$



Equação do momento torçor para bombas







Mantêm-se para bombas as mesmas premissas e a mesma indiciação aplicadas para turbinas.

As simplificações impostas correspondem à admissão de número infinito de pás e largura do canal, b, pequena.

O único momento torçor agente, desprezada a influência das tensões de cisalhamento, é o momento nas pás. (M_p)

$$\left|\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}}\right| = \rho r_2 c_{u2} c_{m2} S_2 - \rho r_1 c_{u1} c_{m1} S_1 \qquad \dot{m} = \rho c_{m1} S_1 = \rho c_{m2} S_2$$

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \vec{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \vec{k}$$



Convenciona-se positivo o "momento torçor natural à máquina".

Desta forma o momento torçor em bombas é externo, positivo, pois é exercido pelas pás do rotor sobre o fluido em escoamento.

$$\left|\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}}\right| = \left|\vec{M_{p}}\right| \qquad \sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \vec{M_{p}}$$

Bombas

$$\vec{M_p} = \vec{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \vec{k}$$
 = Turbinas



$$\vec{M_p} = \vec{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \vec{k}$$
$$P_p = \left| \vec{M_p} \right| \omega = \vec{m} \omega (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1})$$

 $u = \omega r$

$$P_p = \dot{m} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$$Y_{th} = \frac{P_p}{\dot{m}} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}) \qquad \text{Equação de Euler}$$

A equação de Euler mostra que o trabalho específico teórico nas pás de uma máquina de fluxo, isto é, o trabalho realizado pelo fluido sobre as pás ou pelas pás sobre o fluido, depende apenas de duas velocidades dos triângulos de velocidades, paralelas entre si, nas faces de pressão e sucção. Escoamento no interior do rotor \rightarrow perdas \rightarrow rendimento hidráulico η_h

$$Y_{th} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$
$$Y_t \eta_h^{\pm 1} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$
$$H_t \eta_h^{\pm 1} = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$
$$\eta_h = \left(\frac{Y_t}{Y_f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{H_t}{H_f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{P_t}{P_f}\right)^{\pm 1}$$



t: teórico (nº infinito de pás e largura pequena do canal)

+: turbinas -: bombas



Equacionamento complementar





Volume de controle



D_e Diâmetro do eixo ou da ogiva
 Face de sucção do rotor
 Face de sucção das pás
 Face de pressão do rotor e das pás

Equacionamento complementar



Face de pressão do rotor e das pás

 $v = c_{m2} \qquad \qquad S = \pi D_2 b_2$

$$Q = c_{m2}\pi D_2 b_2\varphi_2$$

 $0,92 \le \phi_2 \le 1,00$: introduz redução de área de escoamento devido à espessura das pás.



Equação da continuidade Regime permanente Fluidos admitidos incompressíveis

$$\dot{m} = cte.$$
 $Q = cte.$

$$\dot{m} = \rho \, v \, S \qquad Q = \, v \, S$$

Face de sucção do rotor

$$v = c_{m0} \qquad S = \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_e^2)$$
$$Q = c_{m0} \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_e^2)$$
$$N = \frac{D_e}{D_0} \qquad \text{N : relação de ogiva}$$
$$Q = c_{m0} \frac{\pi D_0^2}{4} (1 - N^2)$$



Premissas

- As máquinas a serem relacionadas, modelo e protótipo, devem ser geometricamente semelhantes, ao menos no tocante aos órgãos em contato com o escoamento.
- A transferência de dados entre modelo e protótipo somente poderá relacionar pontos homólogos de funcionamento, isto é, mesmas condições de operação.

Satisfeitas estas duas premissas tem-se que:

MÁQUINAS SEMELHANTES OPERANDO EM PONTOS HOMÓLOGOS TÊM SEUS RESPECTIVOS TRIÂNGULOS DE VELOCIDADE TAMBÉM SEMELHANTES.



Da semelhança entre os triângulos conclui-se que em máquinas de fluxo semelhantes todas as velocidades são proporcionais a uma delas. Por simplicidade, a velocidade tangencial, u, será escolhida como referência.

 v_i : velocidade qualquer dos triângulos

 ∞ : proporcionalidade, diferente de igualdade

De $u = \omega r \implies u \propto n D$

ω: velocidade angular (rad/s)

n: rotação (rpm)

 $v_i \propto u$

D: diâmetro do rotor na face em estudo (m)



Trabalho específico e carga

Da equação de Euler $Y_t \propto u c_u \implies Y_t \propto (n D) (n D) \implies Y_t \propto (n D)^2$ $Y_t = g H_t \implies H_t \propto (n D)^2$

Vazão em volume e em massa	Da equação da continuidade	$Q = vS \implies Q \propto (n D) D^2 \implies Q \propto n D^3$
		$\dot{m} = \rho v S \implies \dot{m} \propto \rho n D^3$

Potência fluida

$$P_f = \rho \ g \ Q \ H \implies P_f \propto \rho \ Q \ H \implies$$
$$P_f \propto \rho \ n \ D^3 \ n^2 \ D^2 \implies P_f \propto \rho \ n^3 \ D^5$$



$$\begin{array}{lll} H_t \propto (n \, D)^2 & \Rightarrow & H_m \propto (n \, D)_m^2 & ; & H_p \propto (n \, D)_p^2 \\ \\ Q \propto n D^3 & \Rightarrow & Q_m \propto (n \, D^3)_m & ; & Q_p \propto (n \, D^3)_p \end{array}$$

Para máquinas semelhantes em operação em pontos homólogos, a relação entre grandezas correspondentes transforma-se em igualdade, pois os fatores de proporcionalidade são iguais.

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{(n D)_m^2}{(n D)_p^2} \quad ; \quad \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{(n D^3)_m}{(n D^3)_p} \quad ; \quad \frac{Q_m}{(n D^3)_m} = \frac{Q_p}{(n D^3)_p} = \text{ adimensional}$$

A partir das equações acima são obtidos os adimensionais clássicos das máquinas de fluxo hidráulicas:

$$\pi_1 = \frac{g H_m}{(n D)_m^2} = \frac{g H_p}{(n D)_p^2} \qquad ; \qquad \pi_2 = \frac{Q_m}{(n D^3)_m} = \frac{Q_p}{(n D^3)_p}$$



Para a classificação e para a expressão de características específicas de famílias de máquinas de fluxo podem ser empregadas duas formas de notação:

índice inferior p ou nenhum índice \rightarrow protótipo

índice inferior m ou superior $* \rightarrow$ modelo

Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas

Procura-se parâmetros característicos de máquinas de referência que operam sob condições pré-definidas quando duas das grandezas n*; Q*; H*; D* e P* tomam o valor unitário.



Rotação específica referida à vazão; n_q

Rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob vazão unitária e carga unitária.

modelo: n_m ; $Q_m=1,0 \text{ m}^3/\text{s}$; $H_m=1,0 \text{ m}$ protótipo: n; Q; H

Aplicadas as relações de proporcionalidade obtém-se:

$$D \propto \frac{H^{0,5}}{n}$$
; $Q \propto n D^3$ e, portanto, $Q \propto \frac{H^{1,5}}{n^2}$ $n \propto \frac{H^{0,75}}{Q^{0,5}}$

As relações aplicam-se a modelo e protótipo, tal que:

$$\left(\frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}}\right)_m = \left(\frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}}\right)_p \qquad \Rightarrow \qquad n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}}$$



Rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob vazão unitária e NPSH unitário. Modelo: n_m; $Q_m = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$; NPSH_m= 1,0 m Protótipo: n; Q; NPSH $n_{qc} = \frac{n \sqrt{Q}}{NPSH^{0,75}}$

Vazão unitária; Q₁₁

Vazão de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob carga unitária e diâmetro unitário. Modelo: Q_m ; $H_m=1,0 m$; $D_m=1,0 m$ $Q_{11} = \frac{Q}{H^{0,5} D^2}$ Protótipo: D; Q; H



Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas

Rotação unitária; n₁₁

Rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob carga unitária e diâmetro unitário. Modelo: n_m; $Q_m = 1,0 \text{ m}^3/\text{s}$; $D_m = 1,0 \text{ m}$ Protótipo: D; n; H

Diâmetro unitário; D₁₁

Diâmetro de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob carga unitária e vazão unitária.

Modelo: D_m ; $Q_m=1,0 \text{ m}^3/\text{s}$; $H_m=1,0 \text{ m}$ Protótipo: D; Q; H

$$D_m = \frac{D \ H^{0,25}}{Q^{0,5}}$$

$$D_{11} = \frac{D \ (g \ H)^{0,25}}{Q^{0,5}}$$





Apresenta o número-tipo, K, como função do diâmetro unitário D_{11} .

O diagrama foi gerado a partir das características no ponto ótimo de máquinas de fluxo em operação.

$$D_{11} = \frac{D_2 (g H)^{0,25}}{Q^{0,5}} \qquad K = \frac{2 \pi n \sqrt{Q}}{60 (g H)^{0,75}}$$

O diagrama permite identificar a exequibilidade ou obter D₂ aproximado de máquinas de fluxo a partir dos dados operacionais, representados nos parâmetros do gráfico.

A linha contínua corresponde à curva melhor ajustada aos pontos representativos de cada máquina.





Devido, entre outras, às condições diferentes de execução, à impossibilidade de garantir semelhança completa e aos efeitos diferentes impostos pela viscosidade, tem-se o rendimento do protótipo sempre superior ao do modelo.

A necessidade de corrigir os valores de rendimento após o ensaio do modelo levou a propostas de expressões empíricas, o exemplo seguinte consta na IEC 60193 – *Hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines* – *Model acceptance tests*.





$$(\Delta \eta_h)_{M \to P} = \delta_{ref} \left[\left(\frac{Re_{ref}}{Re_M} \right)^{0,16} - \left(\frac{Re_{ref}}{Re_P} \right)^{0,16} \right]$$

$$\delta_{ref} = \frac{100 - \eta_{h,opt,M}}{\left(\frac{Re_{ref}}{Re_{opt,M}}\right)^{0,16} + \frac{1 - V_{ref}}{V_{ref}}}$$

 $Re_{ref} = 7 \times 10^6$

 $V_{ref} = 0,7$ (para turbinas Francis)

$$\operatorname{Re} = \frac{D.u}{v} \qquad u = \omega \frac{D}{2}$$

 η_h = Rendimento

Re = Número de Reynolds

V_{ref} = Coeficiente de distribuição das perdas

- D = Diâmetro externo das pás na saída
- ω = Velocidade angular
- v = Viscosidade cinemática

Dúvidas?

Obrigado.

