# PME3453 Máquinas de fluxo e sistemas fluidodinâmicos



EPUSP / Engenharia Mecânica



#### **Humberto Gissoni**

### Capítulos



- 1. Energia
- 2. Máquinas de transformação de energia
- 3. Cavitação
- 4. Instalações hidrelétricas
- 5. Instalações termelétricas
- 6. Sistemas de recalque

#### Máquinas de transformação de energia



#### PARTE 1

- 2.1. Introdução
- 2.2. Quadro temporal
- 2.3. Tipos de máquinas de transformação de energia
- 2.4. Grandezas associadas às máquinas de fluxo
- 2.5. Análise energética

2.6. Modelo para as máquinas de fluxo

- 2.7. Características das máquinas de fluxo
- 2.8. Parâmetros de definição das máquinas de fluxo

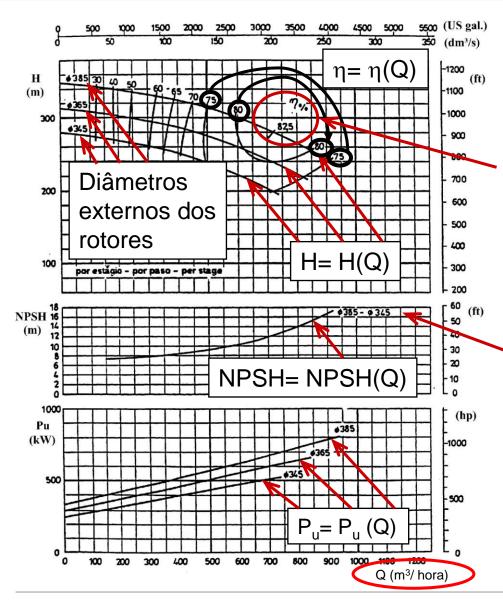
#### Máquinas de transformação de energia



#### PARTE 2

- 2.9. Representação das características das máquinas de fluxo
- 2.10. Máquina de fluxo associada à instalação
- 2.11. Equação fundamental das máquinas de fluxo
- 2.12. Equacionamento complementar
- 2.13. Teoria de semelhança aplicada às máquinas de fluxo





(Curvas para água quando não indicado outro fluido)

$$n = 3550 \text{ rpm}$$

Máximo rendimento

H: altura manométrica total

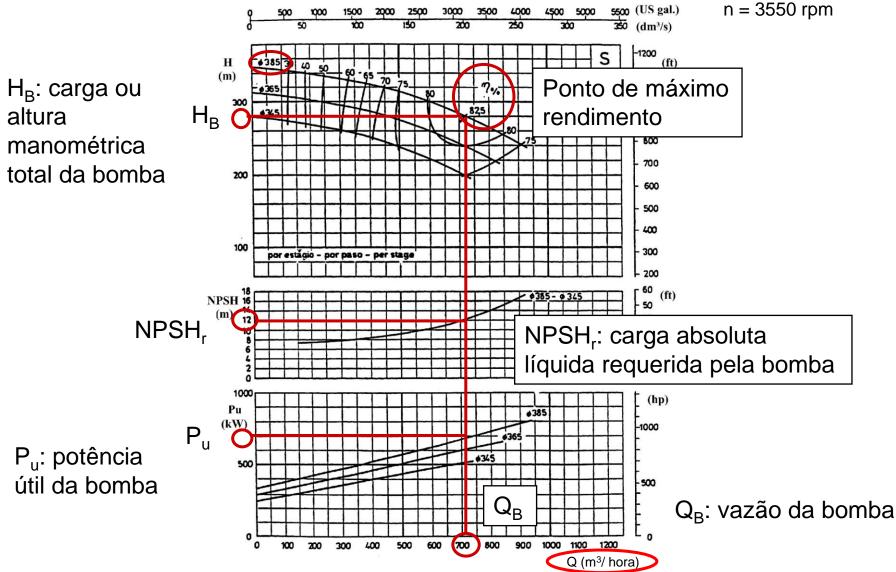
η: rendimento útil

Curva única para todos os rotores

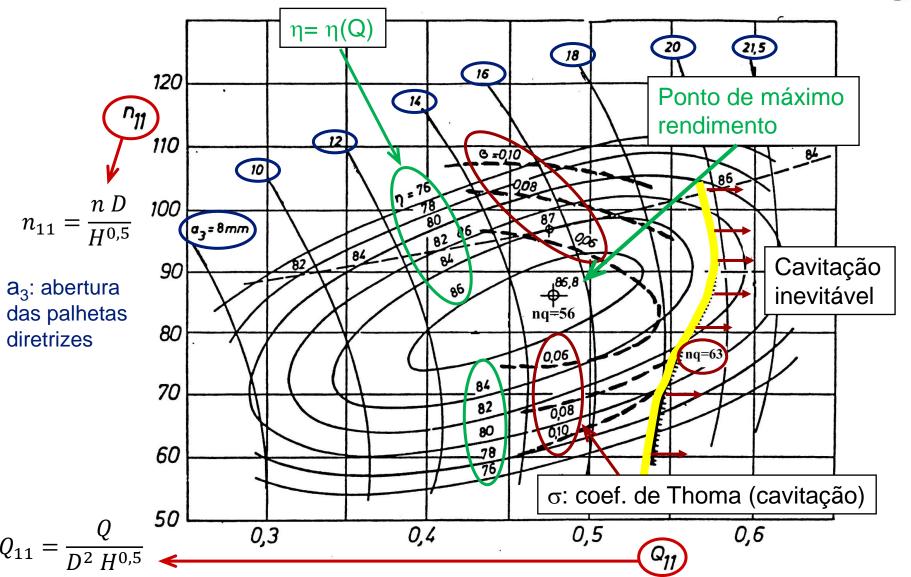
$$P_u = \frac{\gamma \ Q \ H}{\eta_u}$$
  $P_u$ : potência útil  $\eta_u$ : rendimento ú

η<sub>...</sub>: rendimento útil

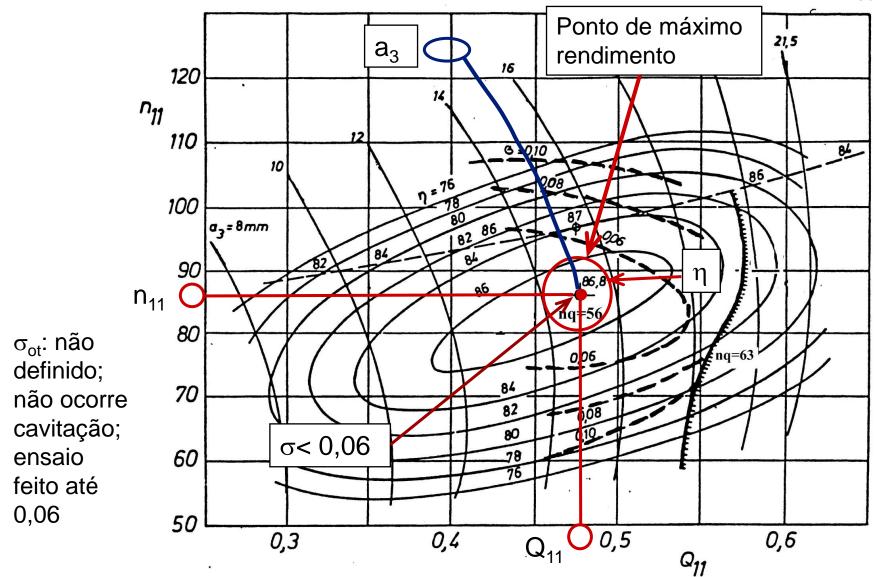




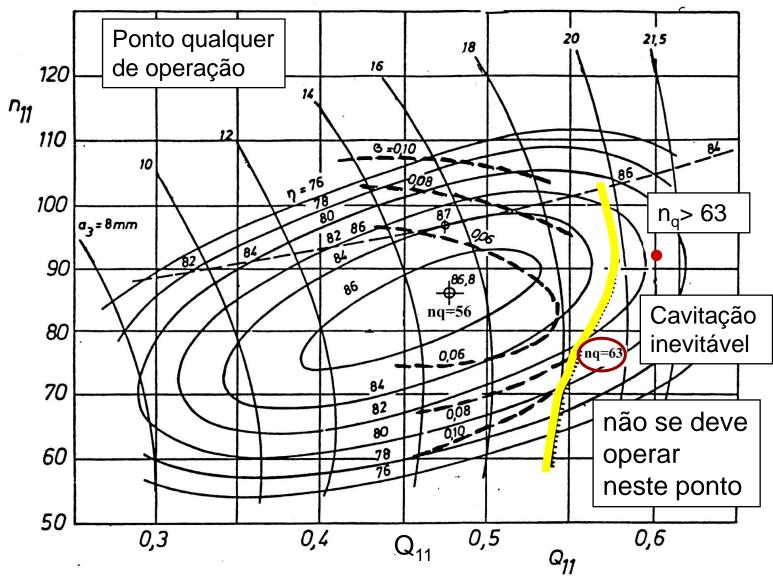










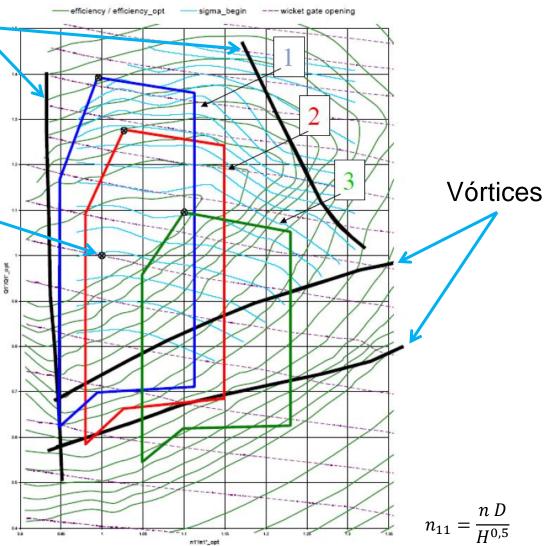




Limites fixos de cavitação

Ponto de máxima eficiência

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{0,5}}$$



$$n_{11} = \frac{h \, D}{H^{0,5}}$$



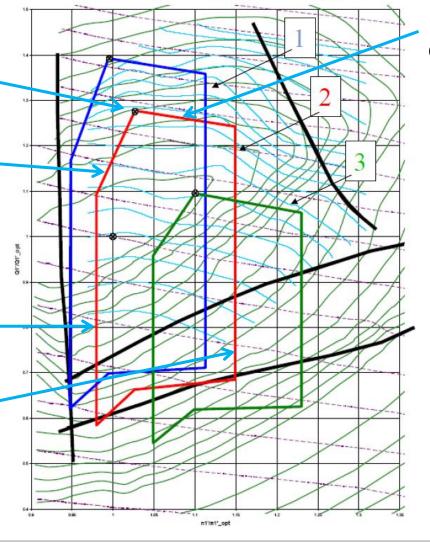


Máxima potência

 $Q_{11} = \frac{Q}{D^2 H^{0,5}}$ 

Queda máxima

Queda mínima

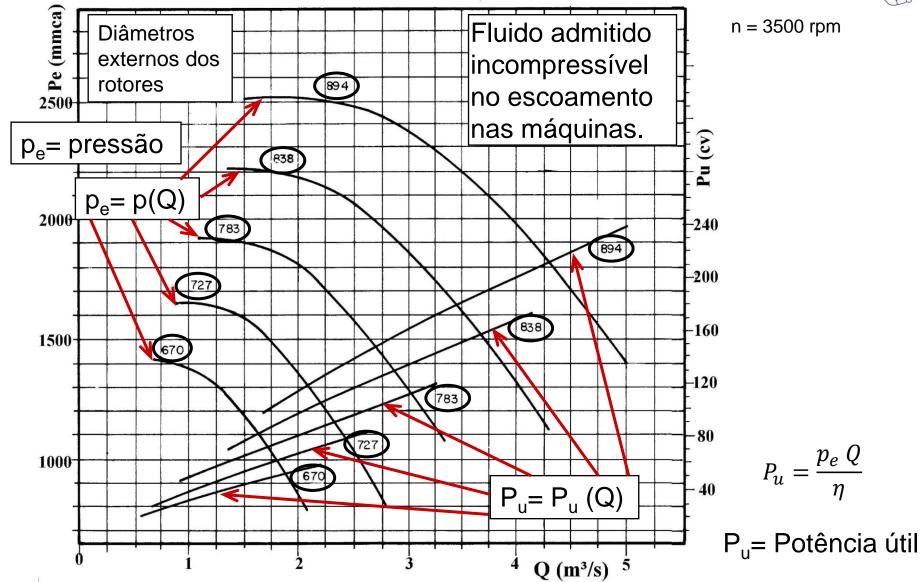


Máx. abertura das palhetas

 $n_{11} = \frac{n \, D}{H^{0,5}}$ 

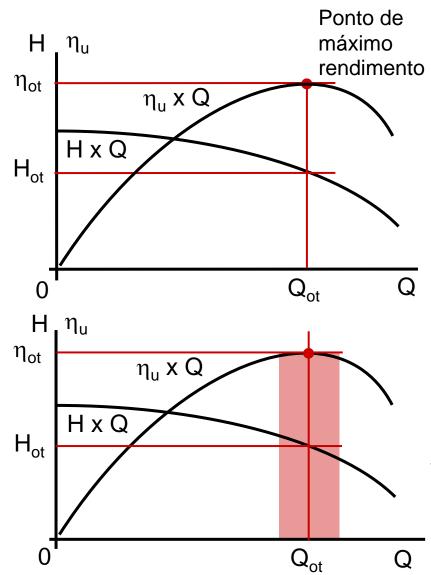
# Características oper. de ventiladores e compressores

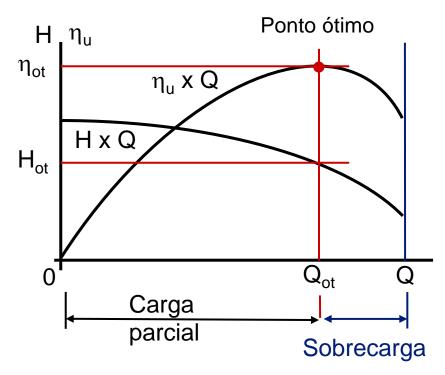




#### Condições de operação de uma bomba





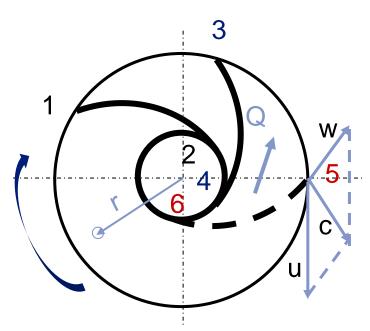


Por serem os rendimentos no interior da faixa muito próximos ao máximo, admite-se que na faixa, o comportamento da máquina seja o mesmo daquele no ponto ótimo.

 $\eta_u$ : rendimento útil

#### Triângulos de velocidade



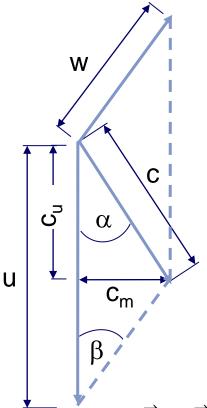


Interessam para o curso apenas os triângulos de velocidade nas faces de pressão e de sucção do rotor

1, 3, 5 : face de pressão do rotor

2, 4, 6 : face de sucção do rotor

1-2, 3-4, 5-6 : pás do rotor



u : velocidade tangencial

w: velocidade relativa

c : velocidade absoluta

c<sub>m</sub>: velocidade meridiana

$$\vec{u} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

$$\vec{c} = \vec{u} + \vec{w}$$

$$\vec{c} = \vec{c}_m + \vec{c}_w$$

$$\dot{m} = \rho \ c_m \ S$$

$$Q = c_m S$$



Seja B uma propriedade qualquer do fluido (energia, quantidade de movimento, etc.) e  $\beta = dB/dm$  a grandeza intensiva correspondente, definida pela quantidade de B por unidade de massa em qualquer porção pequena do fluido.

A quantidade total de *B* no volume de controle é:

$$B_{VC} = \int_{VC} \beta \rho dV$$

E há três fontes de variações em *B* relacionadas com o volume de controle.

$$\frac{d}{dt} \left( \int_{VC} \beta \rho d\mathcal{V} \right)$$
 que corresponde a uma variação de  $\beta$  no interior do volume de controle



 $\int_{SC} \beta \rho c \, cos\theta dS_{saida} \quad \text{\'e o fluxo de saida de } \beta \text{ no volume de controle e} \\ \int_{SC} \beta \rho c \, cos\theta dS_{entrada} \quad \text{\'e o fluxo de entrada de } \beta \text{ no volume de controle.}$ 

E as notações VC e SC correspondem, respectivamente, ao volume de controle e à superfície de controle.

No limite quando  $dt \to 0$ , a variação instantânea de B no sistema é a soma de sua variação no interior do VC, mais o seu fluxo que sai, menos o seu fluxo que entra.

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} \beta \rho dV \right) + \int_{SC} \beta \rho c \cos\theta dS_{saida} - \int_{SC} \beta \rho c \cos\theta dS_{entrada}$$

Obs. c é velocidade do fluido e  $\theta$  o ângulo entre a velocidade e a direção normal à superfície.



Se  $\vec{n}$  é definido como o vetor unitário normal para fora em qualquer local da superfície de controle, então  $\vec{c}.\vec{n}=c_n$  na saída e  $\vec{c}.\vec{n}=-c_n$  na entrada e os termos de fluxo podem ser representados por uma única integral envolvendo  $\vec{c}.\vec{n}$ , levando à forma compacta do teorema de transporte de Reynolds.

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{d}{dt} \left( \int_{VC} \beta \rho dV \right) + \int_{SC} \beta \rho(\vec{c}.\vec{n}) dS$$

Com o volume de controle fixo e não deformável, o termo da derivada temporal pode ser escrito na forma equivalente:

$$\frac{d}{dt}(B_{sist}) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\beta \rho) d\mathcal{V} + \int_{SC} \beta \rho(\vec{c}.\vec{n}) dS$$



As seguintes equações podem ser obtidas a partir do teorema de transporte de Reynolds.

Conservação da quantidade de movimento,  $B = \vec{P}$  e, portanto,  $\beta = \vec{c}$ .

$$\frac{d}{dt}(\vec{P}_{sist}) = \sum_{i} \vec{F}_{e_i} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} (\rho \vec{c}) d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho \vec{c}(\vec{c}, \vec{n}) dS$$

Conservação do momento da quantidade de movimento,  $B=\overrightarrow{L_o}$  e, portanto,  $\beta=\overrightarrow{r}\times\overrightarrow{c}$ .

$$\frac{d}{dt}(\vec{L}_{o,sist}) = \sum_{i} \vec{M}_{e_{oi}} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho(\vec{r} \times \vec{c}) d\mathcal{V} + \int_{SC} \rho(\vec{r} \times \vec{c})(\vec{c}.\vec{n}) dS$$

## Eq. para volumes de controle e referencial não inercial



#### Premissas:

Operação no ponto de máximo rendimento Escoamento em regime permanente  $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} = 0$ 

Quantidade de movimento Momento da quantid

$$\sum_{i} \vec{F}_{e_{i}} = \int_{SC} \rho \vec{c} \left( \vec{c} . \vec{n} \right) dS$$

Momento da quantidade de movimento

$$\sum_{i} \overrightarrow{M_{e_{oi}}} = \int_{SC} \rho \left( \overrightarrow{r} \times \overrightarrow{c} \right) \left( \overrightarrow{c} . \overrightarrow{n} \right) dS$$

$$d\dot{m} = \rho \left( \vec{c} \cdot \vec{n} \right) dS \qquad d\dot{m} > 0$$

$$d\dot{m} < 0$$

Com escoamento para fora do volume de controle

Com escoamento para dentro do volume de controle

Quantidade de movimento

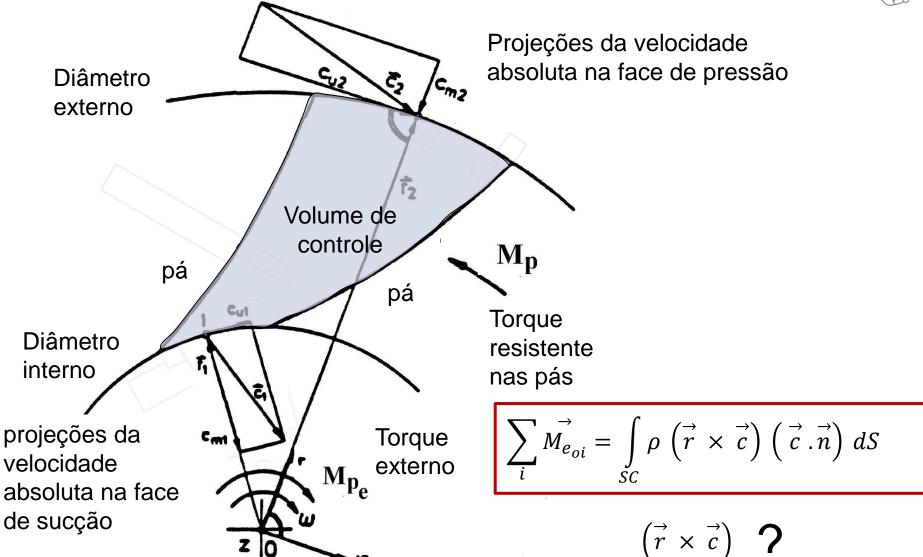
$$\sum_{i} \vec{F_{e_i}} = \int_{SC} \vec{c} \ d\vec{m}$$

Momento da quantidade de movimento

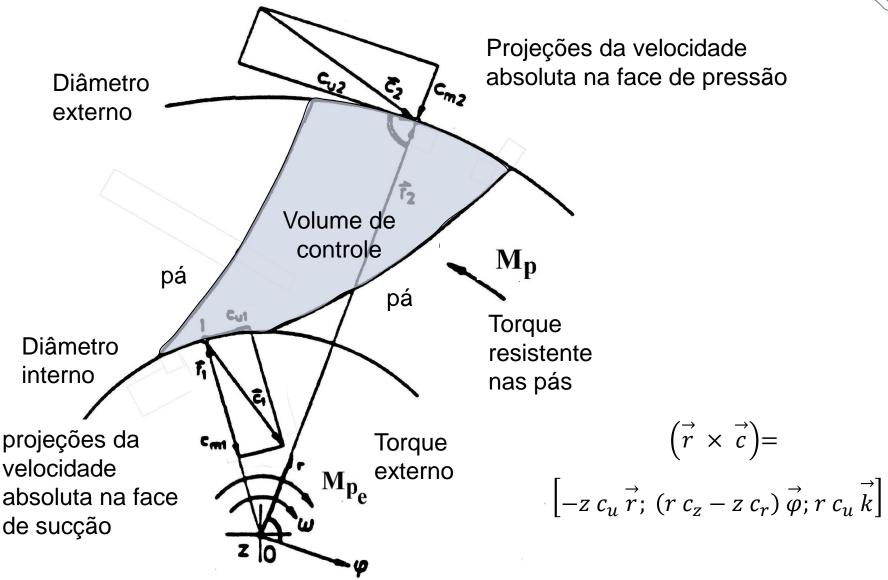
$$\sum_{i} \vec{M_{e_{oi}}} = \int_{SC} (\vec{r} \times \vec{c}) d\vec{m}$$

Mais fácil de aplicar











$$\begin{pmatrix} \vec{r} \times \vec{c} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} -z c_u \vec{r}; & (r c_z - z c_r) \vec{\phi}; r c_u \vec{k} \end{bmatrix}$$

Momentos torçores resistidos pelos mancais

$$r c_u \overset{\rightarrow}{k}$$
 Componente relacionada com a realização de trabalho 
$$\sum_i \overset{\rightarrow}{M_{e_{oi}}} = \sum_i \overset{\rightarrow}{M_{e_{ok}}}$$

$$\sum_{i} \overrightarrow{M_{e_{oi}}} = \sum_{i} \overrightarrow{M_{e_{ok}}}$$

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \int_{SC2} \rho (r_2 c_{u2}) (-c_{m2}) \vec{k} dS_2 + \int_{SC1} \rho (r_1 c_{u1}) (c_{m1}) \vec{k} dS_1$$



$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \int_{SC2} \rho (r_2 c_{u2}) (-c_{m2}) \vec{k} dS_2 + \int_{SC1} \rho (r_1 c_{u1}) (c_{m1}) \vec{k} dS_1$$

Admite-se que as velocidades  $c_{m1}$ ,  $c_{m2}$ ,  $c_{u1}$ ,  $c_{u2}$  e a massa específica  $\rho$  não variem ao longo das superfícies de integração  $S_1$  e  $S_2$ .

A simplificação corresponde à admissão de número infinito de pás e pequena largura, b, do canal do rotor.

$$\left| \sum_{i} \vec{M}_{e_{ok}} \right| = -\rho \, r_2 \, c_{u2} \, c_{m2} \, S_2 + \rho \, r_1 \, c_{u1} \, c_{m1} \, S_1 \qquad \dot{m} = \rho \, c_{m1} \, S_1 = \rho \, c_{m2} \, S_2$$

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \vec{m} \left( -r_2 c_{u2} + r_1 c_{u1} \right) \vec{k}$$

Somatória dos momentos torçores externos

Contribuição do escoamento

#### Momentos torçores externos



#### GERADOS POR FORÇAS DE CONTATO:

- Sobre as superfícies sólidas do VC por meio das tensões normais (pressões) e de cisalhamento, impostas pelo escoamento no interior do rotor.



- Sobre as superfícies permeáveis do VC. Tensões normais não realizam trabalho pois atuam radialmente sobre as superfícies de controle.



Verifica-se experimentalmente que tensões de cisalhamento não realizam trabalho significativo sobre as superfícies de controle.



#### GERADOS POR FORÇAS DE CAMPO

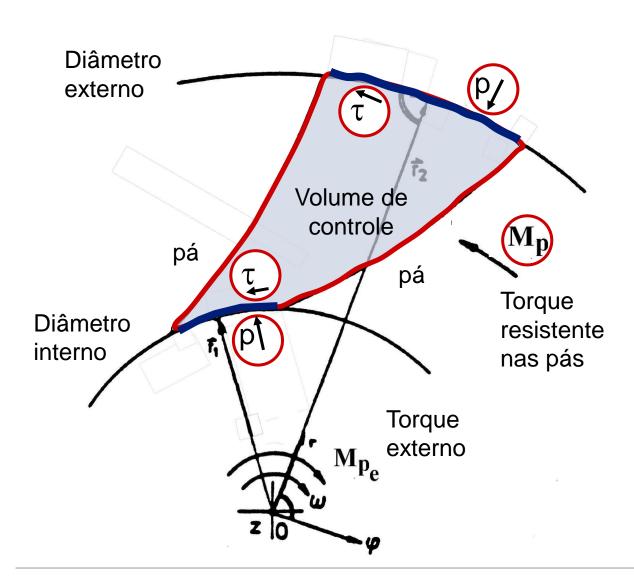
Eixo vertical: força gravitacional não realiza trabalho por atuar // ao eixo de rotação.



Eixo horizontal: média temporal do torque relacionada ao peso do líquido é nula.

### Momentos torçores externos







#### Momentos torçores externos



A análise dos momentos torçores externos indica ser apenas significativo o momento nas pás.



$$\left| \sum_{i} \overrightarrow{M_{e_{ok}}} \right| = \left| \overrightarrow{M_{p}} \right|$$

Convenciona-se positivo o "momento torçor natural à máquina".

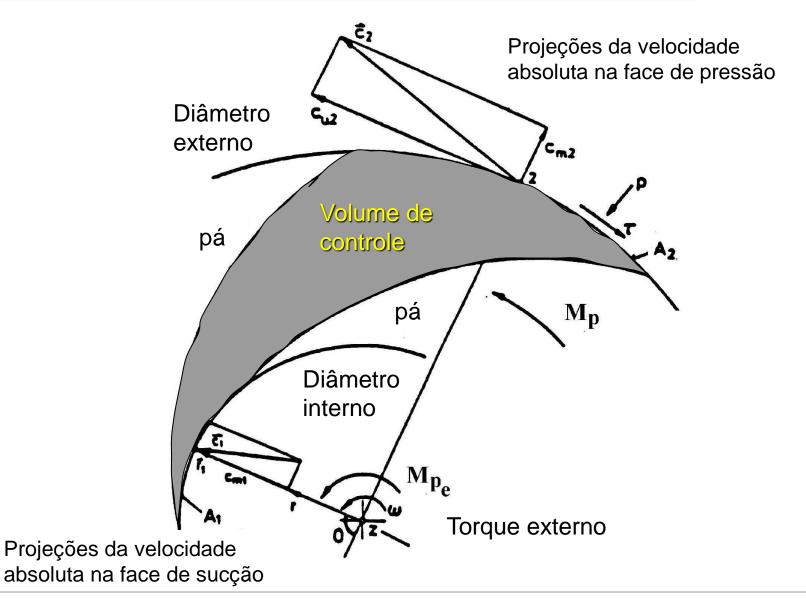
Desta forma o momento torçor em turbinas é interno, negativo, pois exercido pelo fluido em escoamento sobre as pás.

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = -\vec{M}_{p} \qquad -\vec{M}_{p} = \vec{m} (-r_{2} c_{u2} + r_{1} c_{u1}) \vec{k}$$

$$\overrightarrow{M_p} = \overset{\bullet}{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \overset{\rightarrow}{k}$$

# Equação do momento torçor para bombas





# Equação do momento torçor para bombas



Mantêm-se para bombas as mesmas premissas e a mesma indiciação aplicadas para turbinas.

As simplificações impostas correspondem à admissão de número infinito de pás e largura do canal, b, pequena.

O único momento torçor agente, desprezada a influência das tensões de cisalhamento, é o momento nas pás.  $(M_p)$ 

$$\left| \sum_{i} M_{e_{ok}}^{\rightarrow} \right| = \rho \, r_2 \, c_{u2} \, c_{m2} \, S_2 - \rho \, r_1 \, c_{u1} \, c_{m1} \, S_1 \qquad \stackrel{\bullet}{m} = \rho \, c_{m1} \, S_1 = \rho \, c_{m2} \, S_2$$

$$\sum_{i} \vec{M_{e_{ok}}} = \dot{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \vec{k}$$

## Equação do momento torçor para bombas



Convenciona-se positivo o "momento torçor natural à máquina".

Desta forma o momento torçor em bombas é externo, positivo, pois é exercido pelas pás do rotor sobre o fluido em escoamento.

$$\left| \sum_{i} \overrightarrow{M_{e_{ok}}} \right| = \left| \overrightarrow{M_{p}} \right| \qquad \sum_{i} \overrightarrow{M_{e_{ok}}} = \overrightarrow{M_{p}}$$

Bombas

$$\vec{M_p} = \vec{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \vec{k} = \text{Turbinas}$$

## Equação fundamental das máquinas de fluxo



$$\vec{M_p} = \vec{m} (r_2 c_{u2} - r_1 c_{u1}) \vec{k}$$

$$P_p = \left| \overrightarrow{M_p} \right| \omega = \dot{m} \, \omega (r_2 \, c_{u2} - r_1 c_{u1})$$

$$u = \omega r$$

$$P_p = \dot{m} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$$Y_{th} = \frac{P_p}{\dot{m}} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$
 Equação de Euler

A equação de Euler mostra que o trabalho específico teórico nas pás de uma máquina de fluxo, isto é, o trabalho realizado pelo fluido sobre as pás ou pelas pás sobre o fluido, depende apenas de duas velocidades dos triângulos de velocidades, paralelas entre si, nas faces de pressão e sucção.

#### Rendimento hidráulico



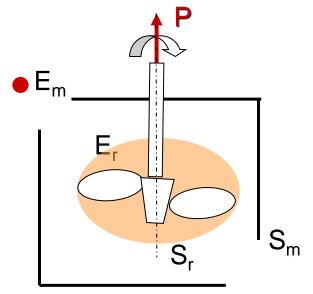
Escoamento no interior do rotor ightarrow perdas ightarrow rendimento hidráulico  $~\eta_h$ 

$$Y_{th} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$$Y_t \eta_h^{\pm 1} = (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$$H_t \eta_h^{\pm 1} = \frac{1}{g} (u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$

$$\eta_h = \left(\frac{Y_t}{Y_f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{H_t}{H_f}\right)^{\pm 1} = \left(\frac{P_t}{P_f}\right)^{\pm 1}$$



t: teórico (nº infinito de pás e largura pequena do canal)

+: turbinas -: bombas

#### Equacionamento complementar



$$0 = \int_{SC} \rho \left( \vec{c} \cdot \vec{n} \right) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV$$

Regime permanente

Fluidos admitidos incompressíveis

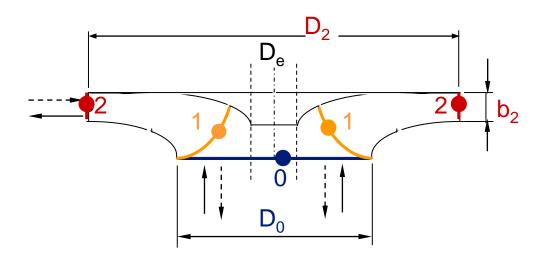
$$Q = cte$$
.

$$0 = \int_{SC} \rho \left(\vec{c} \cdot \vec{n}\right) dS + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \rho dV$$

$$0 = \int_{SC} d\vec{m} + \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} d\vec{m} \quad \text{Quaisquer fluidos}$$

$$\dot{m} = cte$$
.

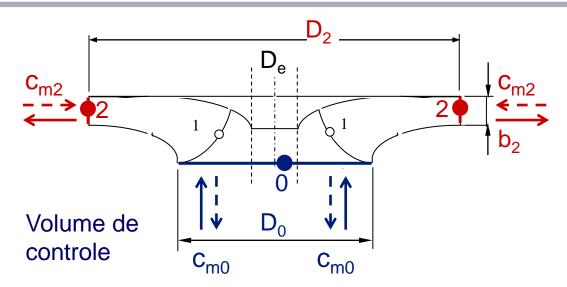
#### Volume de controle



- D<sub>e</sub> Diâmetro do eixo ou da ogiva
- Face de sucção do rotor
- Face de sucção das pás
- 2 Face de pressão do rotor e das pás

#### Equacionamento complementar





Equação da continuidade

Regime permanente

Fluidos admitidos incompressíveis

$$\dot{m} = cte.$$
  $Q = cte.$ 

$$\dot{m} = \rho \ v \ S$$
  $Q = v \ S$ 

#### Face de pressão do rotor e das pás

$$v = c_{m2}$$

$$S = \pi D_2 b_2$$

$$Q = c_{m2}\pi D_2 b_2 \varphi_2$$

 $0.92 \le \varphi_2 \le 1.00$ : introduz redução de área de escoamento devido à espessura das pás.

#### Face de sucção do rotor

$$v = c_{m0} S = \frac{\pi}{4} (D_0^2 - D_e^2)$$

$$Q = c_{m0} \; \frac{\pi}{4} \; (D_0^2 - D_e^2)$$

$$N = \frac{D_e}{D_0}$$
 N : relação de ogiva

$$Q = c_{m0} \; \frac{\pi \; D_0^2}{4} \; (1 - N^2)$$

# Teoria de semelhança aplicada às máquinas de fluxo



#### **Premissas**

- As máquinas a serem relacionadas, modelo e protótipo, devem ser geometricamente semelhantes, ao menos no tocante aos órgãos em contato com o escoamento.
- A transferência de dados entre modelo e protótipo somente poderá relacionar pontos homólogos de funcionamento, isto é, mesmas condições de operação.

Satisfeitas estas duas premissas tem-se que:

MÁQUINAS SEMELHANTES OPERANDO EM PONTOS HOMÓLOGOS TÊM SEUS RESPECTIVOS TRIÂNGULOS DE VELOCIDADE TAMBÉM SEMELHANTES.

# Relações de proporcionalidade



Da semelhança entre os triângulos conclui-se que em máquinas de fluxo semelhantes todas as velocidades são proporcionais a uma delas. Por simplicidade, a velocidade tangencial, u, será escolhida como referência.

 $v_i \propto u$   $v_i$ : velocidade qualquer dos triângulos  $\infty$ : proporcionalidade, diferente de igualdade

De  $u = \omega r \implies u \propto n D$ 

ω: velocidade angular (rad/s)

n: rotação (rpm)

D: diâmetro do rotor na face em estudo (m)

#### Relações de proporcionalidade



Trabalho específico e carga

Da equação de Euler

$$Y_t \propto u \ c_u \ \Rightarrow \ Y_t \propto (n \ D) \ (n \ D) \ \Rightarrow \ Y_t \propto (n \ D)^2$$

$$Y_t = g H_t \implies H_t \propto (n D)^2$$

Vazão em volume e em massa

Da equação da continuidade

$$Q = vS \implies Q \propto (n D) D^2 \implies Q \propto n D^3$$

$$\dot{m} = \rho v S \implies \dot{m} \propto \rho \, n \, D^3$$

Potência fluida

$$P_f = \rho \ g \ Q \ H \implies P_f \propto \rho \ Q \ H \implies$$

$$P_f \propto \rho \ n \ D^3 \ n^2 \ D^2 \quad \Rightarrow \quad P_f \propto \rho \ n^3 \ D^5$$

#### Relações de proporcionalidade



$$H_t \propto (n D)^2 \implies H_m \propto (n D)_m^2 \; ; \quad H_p \propto (n D)_p^2$$
  $Q \propto nD^3 \implies Q_m \propto (n D^3)_m \; ; \quad Q_p \propto (n D^3)_p$ 

Para máquinas semelhantes em operação em pontos homólogos, a relação entre grandezas correspondentes transforma-se em igualdade, pois os fatores de proporcionalidade são iguais.

$$\frac{H_m}{H_p} = \frac{(n \ D)_m^2}{(n \ D)_p^2} \quad ; \quad \frac{Q_m}{Q_p} = \frac{(n \ D^3)_m}{(n \ D^3)_p} \quad ; \quad \frac{Q_m}{(n \ D^3)_m} = \frac{Q_p}{(n \ D^3)_p} = \text{ adimensional}$$

A partir das equações acima são obtidos os adimensionais clássicos das máquinas de fluxo hidráulicas:

$$\pi_1 = \frac{g H_m}{(n D)_m^2} = \frac{g H_p}{(n D)_p^2}$$
 ;  $\pi_2 = \frac{Q_m}{(n D^3)_m} = \frac{Q_p}{(n D^3)_p}$ 

#### Parâmetros de interesse



Para a classificação e para a expressão de características específicas de famílias de máquinas de fluxo podem ser empregadas duas formas de notação:

índice inferior p ou nenhum índice → protótipo

índice inferior m ou superior \* → modelo

Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas

Procura-se parâmetros característicos de máquinas de referência que operam sob condições pré-definidas quando duas das grandezas n\*; Q\*; H\*; D\* e P\* tomam o valor unitário.

# Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas



#### Rotação específica referida à vazão; n<sub>q</sub>

Rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob vazão unitária e carga unitária.

modelo: 
$$n_m$$
;  $Q_m=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $H_m=1.0 \text{ m}$  protótipo: n; Q; H

Aplicadas as relações de proporcionalidade obtém-se:

$$D \propto \frac{H^{0,5}}{n}$$
 ;  $Q \propto n D^3$  e, portanto,  $Q \propto \frac{H^{1,5}}{n^2}$   $n \propto \frac{H^{0,75}}{Q^{0,5}}$ 

As relações aplicam-se a modelo e protótipo, tal que:

$$\left(\frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}}\right)_m = \left(\frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}}\right)_n \qquad \Rightarrow \qquad n_q = \frac{n\sqrt{Q}}{H^{0,75}}$$

# Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas



#### Rotação específica referida à cavitação; n<sub>qc</sub>

Rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob vazão unitária e NPSH unitário.

Modelo:  $n_m$ ;  $Q_m=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $NPSH_m=1.0 \text{ m}$ 

Protótipo: n; Q; NPSH

$$n_{qc} = \frac{n\sqrt{Q}}{NPSH^{0,75}}$$

#### Vazão unitária; Q<sub>11</sub>

Vazão de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob carga unitária e diâmetro unitário.

Modelo:  $Q_m$ ;  $H_m=1.0 \text{ m}$ ;  $D_m=1.0 \text{ m}$ 

Protótipo: D; Q; H

$$Q_{11} = \frac{Q}{H^{0,5} D^2}$$

# Parâmetros dimensionais representativos de famílias de máquinas



#### Rotação unitária; n<sub>11</sub>

Rotação de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob carga unitária e diâmetro unitário.

Modelo: 
$$n_m$$
;  $Q_m=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $D_m=1.0 \text{ m}$ 

Protótipo: D; n; H

$$n_{11} = \frac{n \, D}{H^{0,5}}$$

#### Diâmetro unitário; D<sub>11</sub>

Diâmetro de uma máquina de referência, modelo, geometricamente semelhante a outras e que opera sob carga unitária e vazão unitária.

Modelo: 
$$D_m$$
;  $Q_m=1.0 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $H_m=1.0 \text{ m}$ 

Protótipo: D; Q; H

$$D_{11} = \frac{D (g H)^{0,25}}{O^{0,5}}$$

 $D_m = \frac{D \ H^{0,25}}{O^{0,5}}$ 

#### Diagrama de Cordier



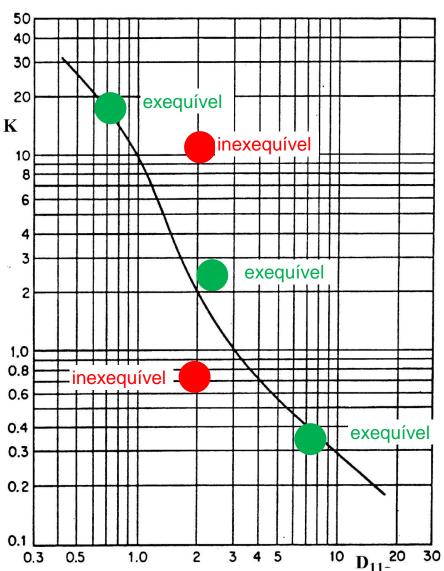
Apresenta o número-tipo, K, como função do diâmetro unitário  $D_{11}$ .

O diagrama foi gerado a partir das características no ponto ótimo de máquinas de fluxo em operação.

$$D_{11} = \frac{D_2 (g H)^{0,25}}{Q^{0,5}} \qquad K = \frac{2 \pi n \sqrt{Q}}{60 (g H)^{0,75}}$$

O diagrama permite identificar a exequibilidade ou obter  $D_2$  aproximado de máquinas de fluxo a partir dos dados operacionais, representados nos parâmetros do gráfico.

A linha contínua corresponde à curva melhor ajustada aos pontos representativos de cada máquina.

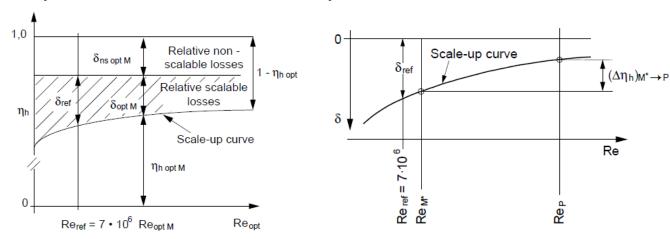


## Relação modelo-protótipo



Devido, entre outras, às condições diferentes de execução, à impossibilidade de garantir semelhança completa e aos efeitos diferentes impostos pela viscosidade, tem-se o rendimento do protótipo sempre superior ao do modelo.

A necessidade de corrigir os valores de rendimento após o ensaio do modelo levou a propostas de expressões empíricas, o exemplo seguinte consta na IEC 60193 – *Hydraulic turbines, storage pumps and pump-turbines* – *Model acceptance tests*.



# Relação modelo-protótipo



$$(\Delta \eta_h)_{M \to P} = \delta_{ref} \left[ \left( \frac{Re_{ref}}{Re_M} \right)^{0.16} - \left( \frac{Re_{ref}}{Re_P} \right)^{0.16} \right]$$

$$\delta_{ref} = \frac{100 - \eta_{h,opt,M}}{\left(\frac{Re_{ref}}{Re_{opt,M}}\right)^{0,16} + \frac{1 - V_{ref}}{V_{ref}}}$$

$$Re_{ref} = 7 \times 10^6$$

 $V_{ref} = 0.7$  (para turbinas Francis)

$$Re = \frac{D. u}{v} \qquad u = \omega \frac{D}{2}$$

 $\eta_h$  = Rendimento

Re = Número de Reynolds

V<sub>ref</sub> = Coeficiente de distribuição das perdas

D = Diâmetro externo das pás na saída

 $\omega$  = Velocidade angular

v = Viscosidade cinemática

Dúvidas?

Obrigado.

