

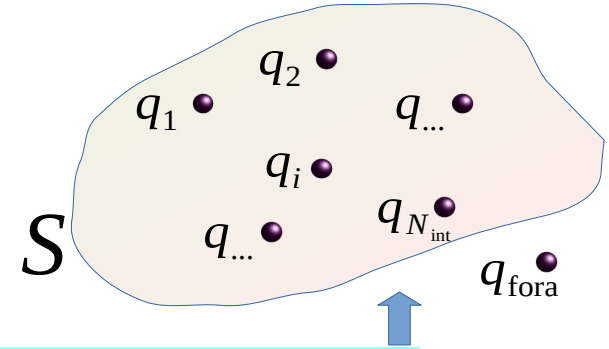
Física III 2023 (IF) – Aula 13

Objetivos de aprendizagem

- Obter a Lei de Coulomb a partir da Lei de Gauss
- Obter o campo elétrico de uma distribuição de cargas esfericamente simétrica

Lei de Gauss

$$\Phi_E = \frac{Q_{\text{int.}}}{\epsilon_0}$$

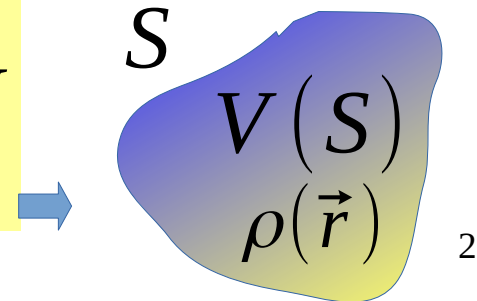


- Distribuição discreta

$$\oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^{N_{\text{int}}} q_i$$

- Forma integral

$$\oint_S \vec{E}(\vec{r}) \cdot \hat{n} dS = \frac{1}{\epsilon_0} \int_{V(S)} \rho(\vec{r}) dV$$

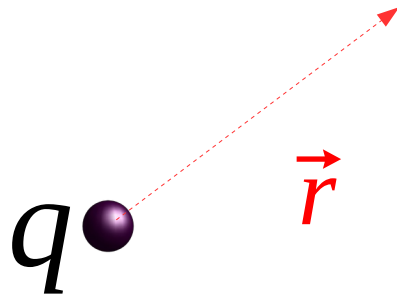


exemplo 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico, em um ponto qualquer do espaço, criado por uma carga puntiforme q (na origem do sistema de coordenadas), usando a lei de Gauss.

Note-se que:

- 1) A carga ocupa só um pontinho.
- 2) A grandeza *carga elétrica* q é um escalar
- 3) A carga está em repouso

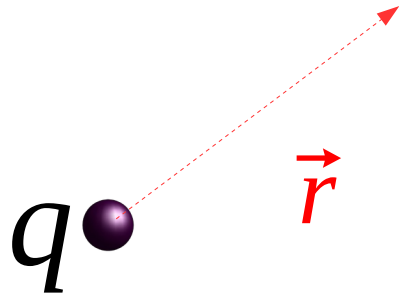


Como pode ser um campo vetorial dessa carga em coordenadas esféricas?

$$\vec{E}(\vec{r}) = \vec{E}(r, \theta, \phi) = \dots$$

exemplo 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico, em um ponto qualquer do espaço, criado por uma carga puntiforme q (na origem do sistema de coordenadas), usando a lei de Gauss.



Simetria esférica:

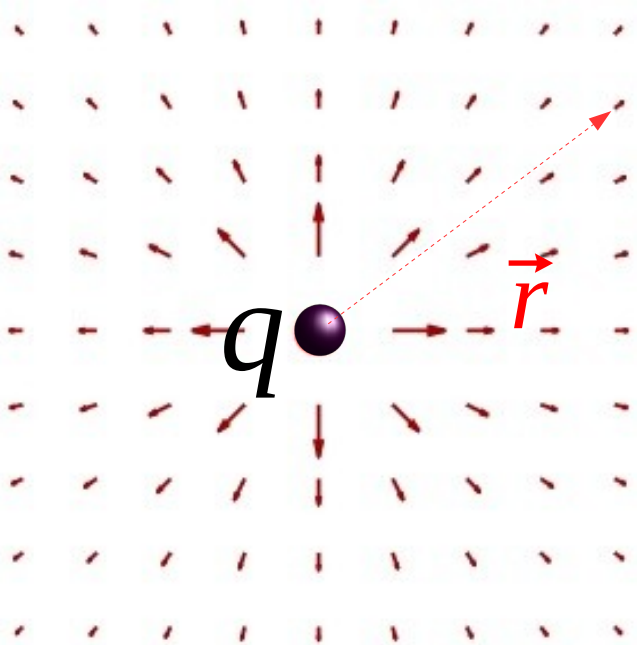
- 1-Campo é radial
- 2-Independente dos ângulos polar e azimutal
- 3-Intensidade pode depender da magnitude do raio

} simetrias

Desenhar contra-exemplos...

exemplo 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico, em um ponto qualquer do espaço, criado por uma carga puntiforme q (na origem do sistema de coordenadas), usando a lei de Gauss.



Simetria esférica:

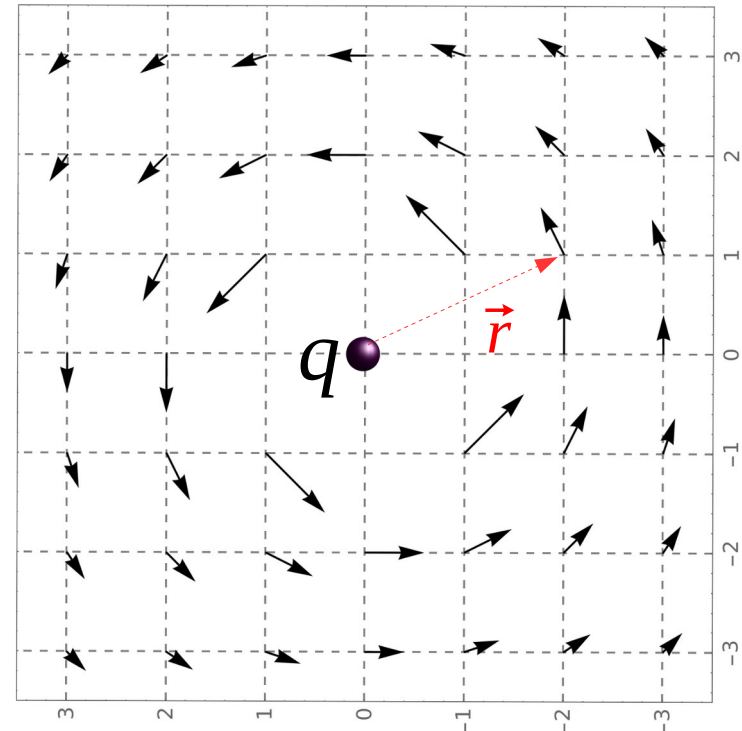
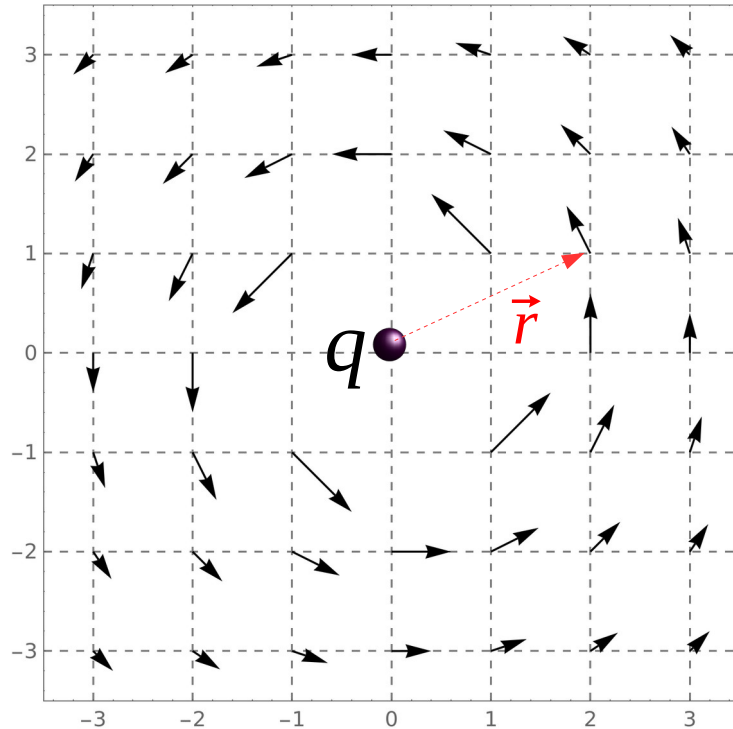
- 1-Campo é radial
- 2-Independente dos ângulos polar e azimuthal
- 3-Intensidade pode depender da magnitude do raio

simetrias

Desenhar contra-exemplos...

exemplo 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Operação de simetria

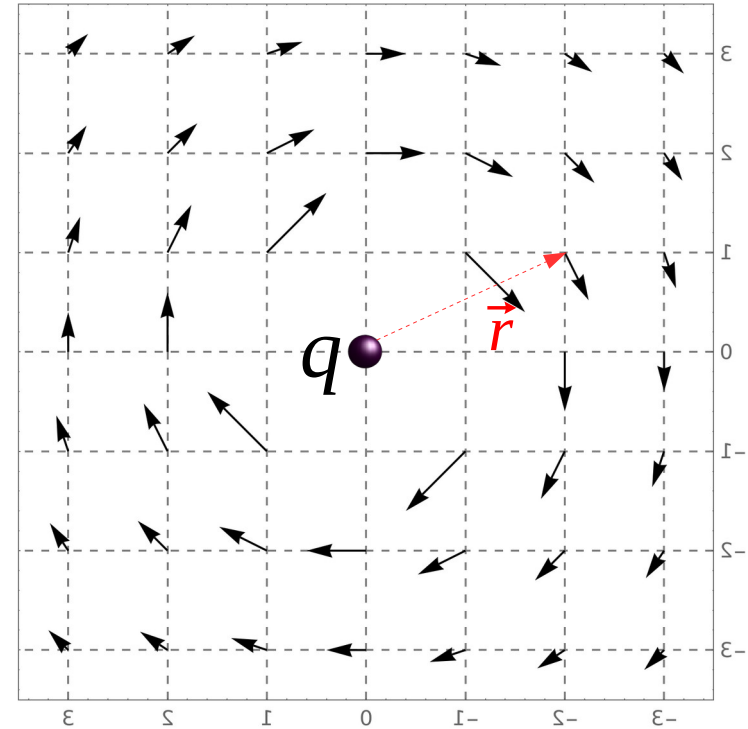
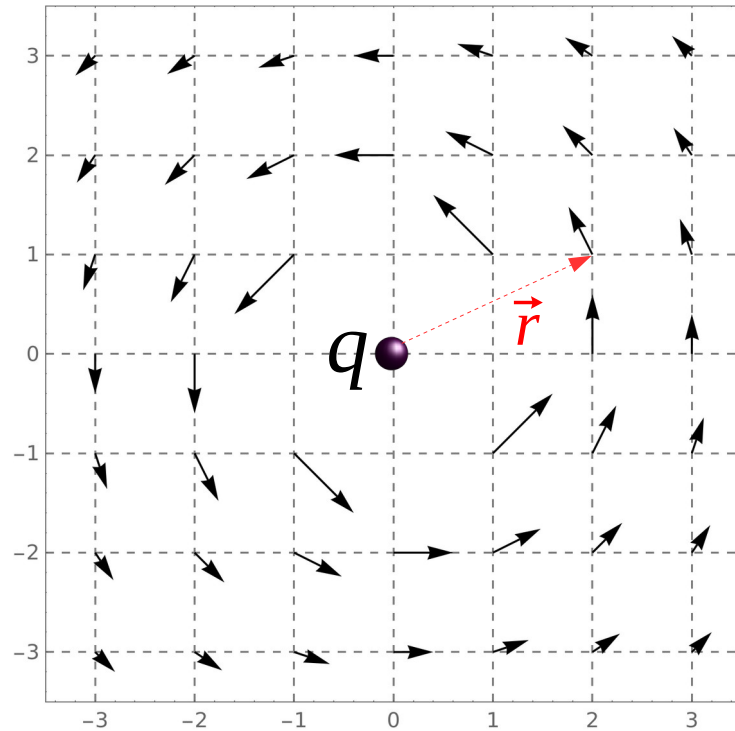


Rotação de 90 graus em torno
do eixo perpendicular ao plano



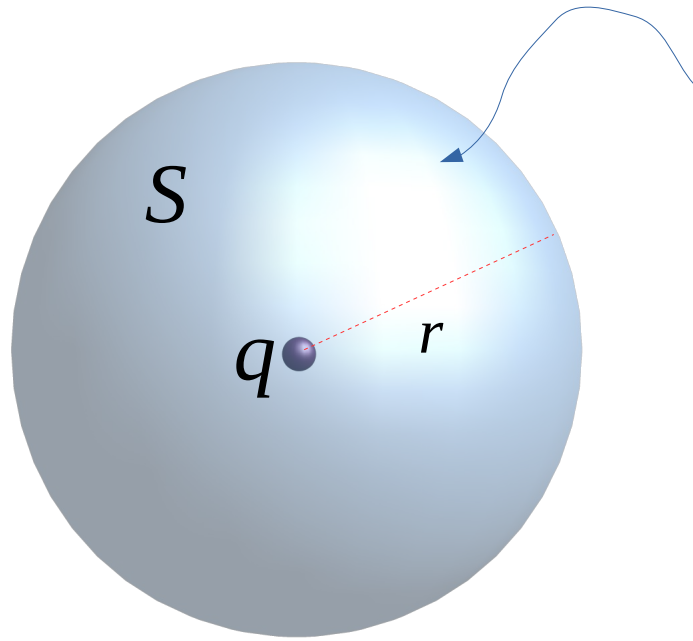
exemplo 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Operação de simetria



Rotação de 180 graus em torno
do eixo vertical ($//$ ao plano) **X**

exemplo 1 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14



Def. de fluxo de E

$$\Phi_E = \int_{S(r)} \vec{E} \cdot \hat{n} da$$

S: superfície esférica

$$\hat{n} = \hat{r} \quad da = d\Omega r^2$$

$$\Phi_E = \int_{S(r)} E(r) \hat{r} \cdot \hat{n} da = \int_{S(r)} E(r) r^2 d\Omega = 4\pi E(r) r^2$$

Simetria esférica:

- 1-Campo é radial
- 2-Independente dos ângulos polar e azimuthal
- 3-Intensidade depende do raio:

simetrias

$$\vec{E} = E_r(r) \hat{r}$$

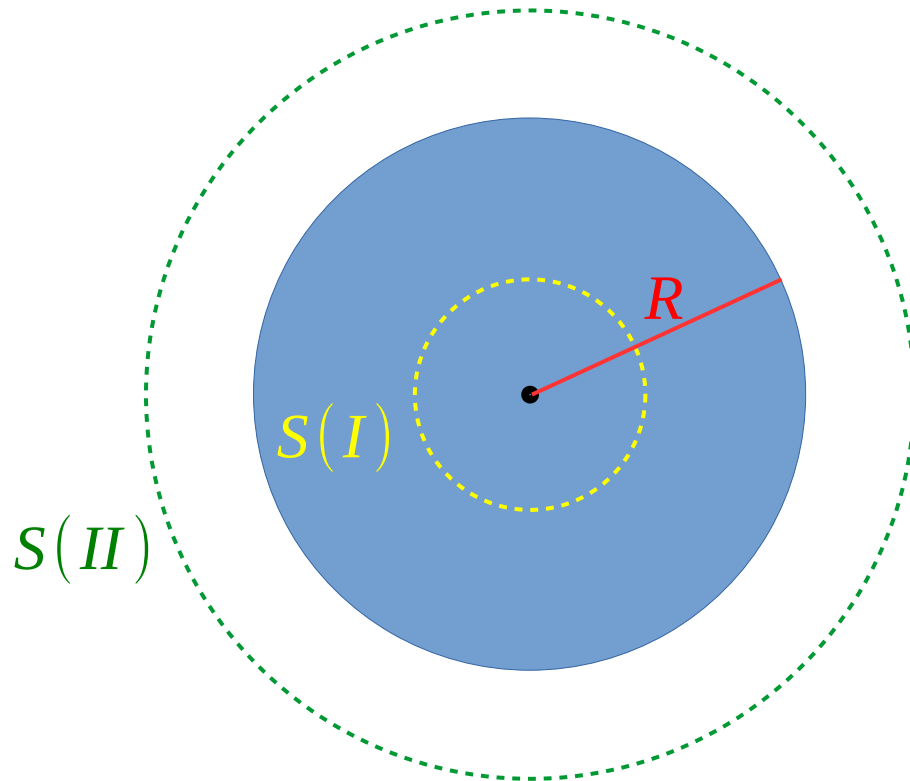
L. Gauss

$$\Phi_E = \underbrace{4\pi r^2}_{\text{Área da esfera}} E(r) = \frac{q}{\epsilon_0} \Rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r} \quad \text{Lei de Coulomb}$$

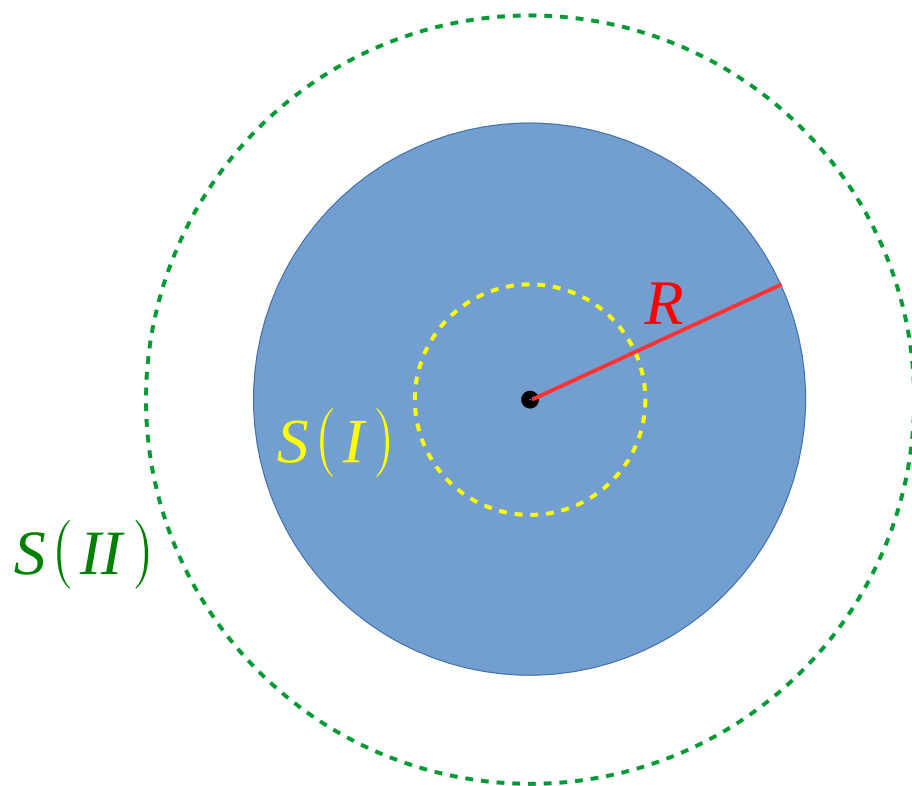
exemplo 3 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico em todo o espaço criado por uma distribuição de carga esférica de raio R (com centro em O), com densidade de carga elétrica ρ constante.



exemplo 3 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico em todo o espaço criado por uma distribuição de carga esférica de raio R (com centro em O), com densidade de carga elétrica ρ constante.



Duas regiões do espaço:

$$\text{I) } 0 < r \leq R \quad q(r) = \rho V(r) = \rho \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$\text{II) } r > R \quad q(r) = \text{const.} = \rho \frac{4\pi}{3} R^3$$

exemplo 4 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico em todo o espaço criado por uma distribuição de carga esférica de raio R , com densidade $\rho = \rho_0(1 - \alpha \frac{r}{R})$, sendo ρ_0 e α constantes positivas, e r a distância ao centro da esfera.

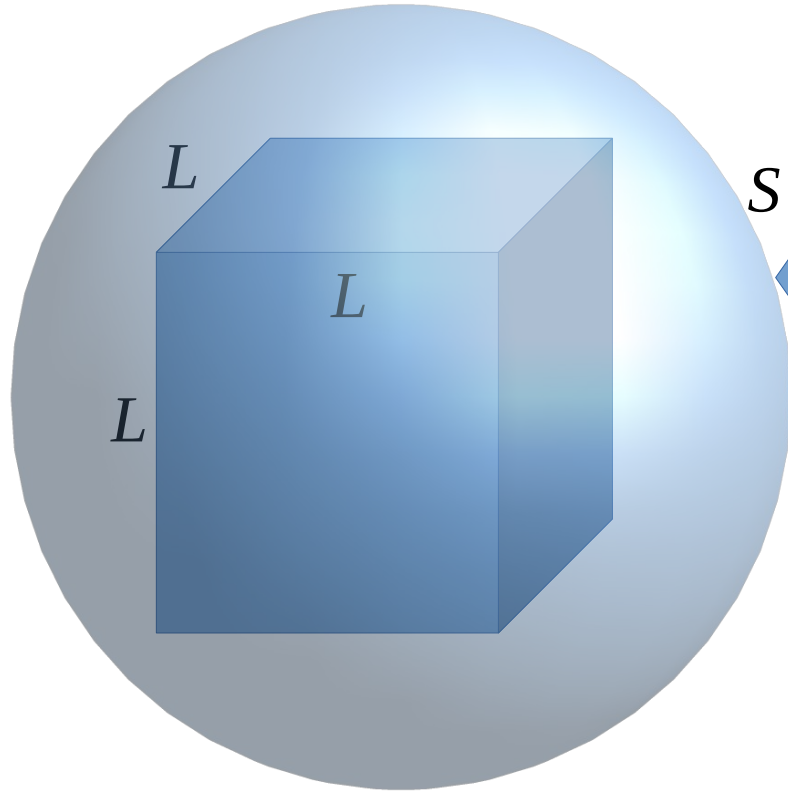
exemplo 4 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico em todo o espaço criado por uma distribuição de carga esférica de raio R , com densidade $\rho = \rho_0(1 - \alpha \frac{r}{R})$, sendo ρ_0 e α constantes positivas, e r a distância ao centro da esfera.

$$\text{I) } 0 < r \leq R \quad q_{\text{int}} = q(r) = \int_{V(r)} \rho(r') dV' = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$$

$$\text{II) } r > R \quad q_{\text{int}} = q(R) = \text{const.}$$

Exemplo 5 Cubo uniformemente carregado



$$\int_S \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{\rho L^3}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \dots ?$$

exemplo 4 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico em todo o espaço criado por uma distribuição de carga esférica de raio R , com densidade $\rho = \rho_0(1 - \alpha \frac{r}{R})$, sendo ρ_0 e α constantes positivas, e r a distância ao centro da esfera.

(Enquetes)

exemplo 4 da Apostila de Física 3 IF-2017 Cap. 14

Calcule o campo elétrico em todo o espaço criado por uma distribuição de carga esférica de raio R , com densidade $\rho = \rho_0(1 - \alpha \frac{r}{R})$, sendo ρ_0 e α constantes positivas, e r a distância ao centro da esfera.

$$\text{I) } 0 < r \leq R \quad q_{\text{int}} = q(r) = \int_{V(r)} \rho(r') dV' = 4\pi \int_0^r \rho(r') r'^2 dr'$$

$$\text{II) } r > R \quad q_{\text{int}} = q(R) = \text{const.}$$

Questão – variação do exemplo 4

- O que aconteceria se a densidade de carga da esfera de raio R dependesse não somente do raio r , mas dos ângulos polar e azimutal?

A) O fluxo através da superfície de Gauss continuaria a ser dado pelo produto da magnitude do campo elétrico pela área da esfera de raio r

$$\Phi(r) = E(r) 4 \pi r^2$$

B) A carga contida no interior da superfície de Gauss continuaria a ser dada pela integral de volume da densidade de carga no interior da esfera de raio r

$$q(r) = \int_{V(S(r))} \rho(\vec{r}) dV$$

C) A carga contida no interior da superfície de Gauss continuaria a ser dada pelo produto do volume da esfera de raio r pela densidade de carga

$$q(r) = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho(\vec{r})$$

D) A carga contida no interior da superfície de Gauss continuaria a ser dada pela integral de volume da densidade de carga no interior da esfera de raio R

$$q(r) = \int_{V(S(R))} \rho(\vec{r}) dV$$