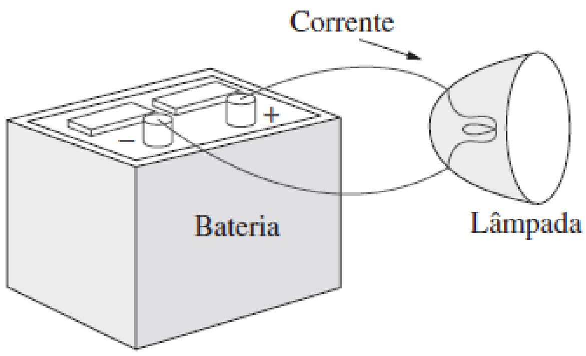
Cap25 – Tabelas e Figuras

CORRENTE, RESISTÊNCIA E FORÇA ELETROMOTRIZ 25

Uma *corrente elétrica* é o movimento de cargas de uma região para outra. Quando esse movimento ocorre ao longo de uma trajetória que forma um circuito fechado, a trajetória denomina-se *circuito elétrico*.

Um circuito elétrico fornece, basicamente, um caminho para transferir *energia* de um local para outro. À medida que as partículas carregadas fluem através do circuito, a energia potencial elétrica é transferida de uma fonte (tal como uma bateria ou um gerador) até um dispositivo no qual essa energia é armazenada ou então convertida em outras formas de energia: em som de um sistema estéreo, em calor de uma torradeira ou em luz de uma lâmpada. Do ponto de vista tecnológico, os circuitos elétricos são úteis porque permitem que a energia seja transportada sem partes móveis (além do movimento das próprias partículas carregadas).



Circuito elétrico simples.

25.1 Corrente

Uma **corrente** é qualquer movimento de cargas de uma região para outra. Nesta seção, discutiremos correntes em materiais condutores.

Em situações nas quais ocorre equilíbrio eletrostático o campo elétrico é

igual a zero em todos os pontos no interior de um condutor, portanto não existe *nenhuma* corrente. Contudo, isso não significa que todas as cargas no interior do condutor estejam em repouso. Em um metal comum, tal como no caso do cobre ou do alumínio, alguns elétrons podem se mover livremente no interior do material condutor. Esses elétrons livres se movem caoticamente em todas as direções,

Entretanto, os elétrons não escapam do material condutor, porque eles são atraídos pelos íons positivos do material. O movimento dos elétrons é caótico; logo, não existe nenhum fluxo *efetivo* de cargas em nenhuma direção fixa e, portanto, não há corrente.

Considere agora o que ocorre quando um campo elétrico $\vec{F}$, estacionário e constante, é estabelecido no interior de um condutor.

Uma partícula carregada (tal como um elétron livre) no interior do material condutor é submetida a uma força estacionária $\vec{F} = q\vec{E}$. Se a referida carga estivesse no *vácuo*, essa força estacionária produziria uma aceleração estacionária na mesma direção da força $\vec{F}$ e, depois de um certo tempo, a carga estaria se deslocando nessa mesma direção com uma velocidade mais elevada. Contudo, quando as partículas carregadas se movem no interior de um *condutor*, elas colidem freqüentemente com os íons grandes do material que permanecem praticamente estáticos. O efeito resultante do campo elétrico $\vec{E}$ é tal que, além do movimento caótico das partículas carregadas, existe também um movimento muito lento, ou movimento de *arraste*, de um grupo de partículas carregadas na direção da força elétrica $\vec{F} = q\vec{E}$ (Figura 25.1). Esse movimento é descrito pela **velocidade de arraste** $\vec{v}_a$ das partículas. Como resultado, existe uma corrente resultante no condutor.

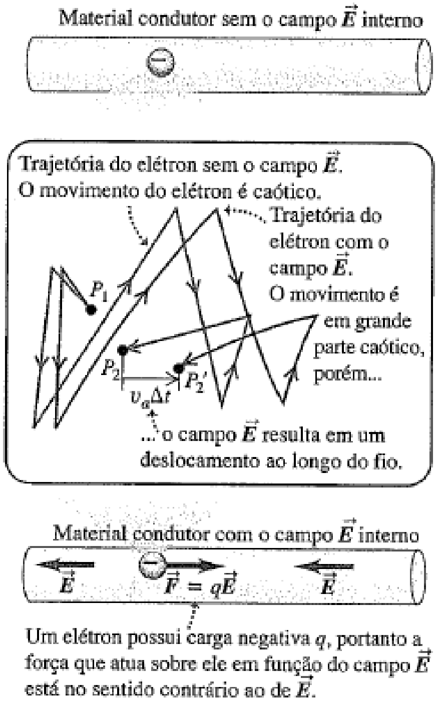


Figura 25.1 Quando não existe nenhum campo elétrico no interior de um material condutor, um elétron pode se mover caoticamente do ponto P_1 até P_2 depois de um intervalo de tempo Δt. Quando um campo elétrico $\vec{E}$ está presente, a força elétrica $\vec{F} = q\vec{E}$ produz uma pequena velocidade de arraste (muito exagerada na figura), que conduz o elétron ao ponto P'_2 por uma distância $v_a\Delta t$ de P_2 no sentido da força.

A direção e o sentido do fluxo da corrente

O arraste das cargas que se movem através de um condutor pode ser interpretado com base no trabalho e na energia. O campo elétrico $\vec{E}$ realiza um trabalho sobre as cargas que se deslocam. A energia cinética resultante é transferida para o material do condutor por meio das colisões com os íons que vibram em torno de suas posições de equilíbrio na rede cristalina do condutor. Essa energia transferida produz um aumento da energia de vibração média dos íons e, portanto, faz aumentar a temperatura do material. Logo, grande parte do trabalho realizado pelo campo elétrico é usada para aquecer o condutor, e *não* para acelerar os elétrons.

Em diferentes materiais que conduzem uma corrente, as cargas das partículas que se movem podem ser positivas ou negativas. Nos metais, as cargas que se movem são sempre elétrons (negativos), enquanto em um gás ionizado (plasma) ou em uma solução iônica as partículas incluem elétrons e íons positivos. Em um material semicondutor, tal como o germânio ou o silício, a condução pode ocorrer pelo movimento de elétrons ou pelo movimento de *vacâncias*, mais conhecidas como *buracos*, que são locais da rede onde não existem elétrons e que funcionam como se fossem cargas positivas.

Na Figura 25.2, indicamos segmentos de dois materiais que transportam uma corrente. Na Figura 25.2a, as

cargas que se deslocam são positivas, a força elétrica possui o mesmo sentido do campo $\vec{E}$ e a velocidade de arraste $\vec{v}_a$ apresenta sentido da esquerda para a direita. Na Figura 25.2b, as cargas são negativas, a força elétrica possui sentido contrário ao de $\vec{E}$ e a velocidade de arraste $\vec{v}_a$ revela sentido da direita para a esquerda. Em ambos os casos, há um fluxo resultante de carga positiva da esquerda para a direita, e as cargas positivas ficam à direita das cargas negativas. *Definimos* a corrente, designada pela letra I, como o movimento de cargas *positivas*. Portanto, descrevemos as correntes como se elas fossem um fluxo de cargas positivas, mesmo em casos nos quais sabemos que a corrente real é produzida pelos elétrons. Portanto, a corrente, tanto no caso da Figura 25.2a quanto no caso da Figura 25.2b, é considerada no sentido da esquerda para a direita. Essa escolha, ou convenção, para o fluxo das cargas denomina-se **corrente convencional**.

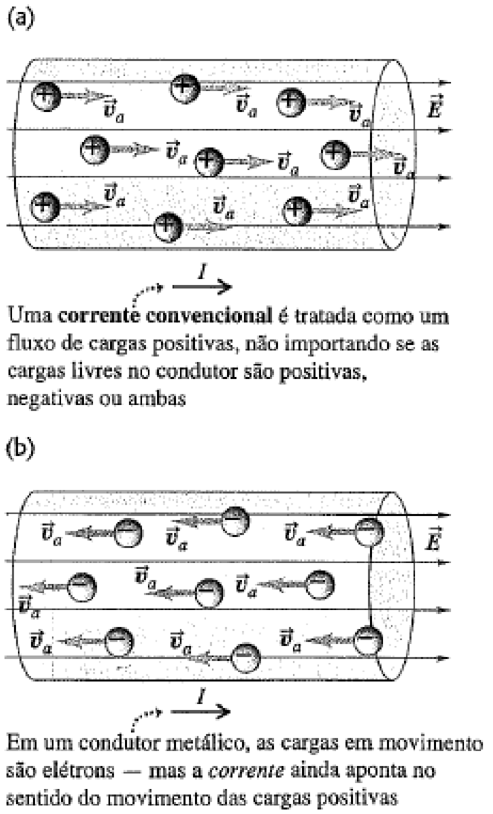


Figura 25.2 A mesma corrente pode ser produzida por (a) cargas positivas que se deslocam no mesmo sentido do campo $\vec{E}$ ou (b) por igual número de cargas negativas se deslocando com a mesma velocidade no sentido contrário ao do campo $\vec{E}$.

Na Figura 25.3, indicamos o segmento de um condutor no qual uma corrente está fluindo. Consideramos as cargas *positivas*, de modo que elas se movem no mesmo sentido da corrente. Definimos a corrente através da área com seção reta A como igual ao *fluxo total das cargas através da área por unidade de tempo*. Logo, se uma carga total dQ flui através de uma área em um intervalo de tempo dt, a corrente I através da área é dada por

$$I = \frac{dQ}{dt} \qquad (25.1)$$

(definição de corrente)

A unidade SI de corrente denomina-se **ampère**; um ampère é definido como *um coulomb por segundo* (1 A = 1 C/s). O nome dessa unidade foi dado em homenagem ao cientista francês André Marie Ampère (1775-1836).

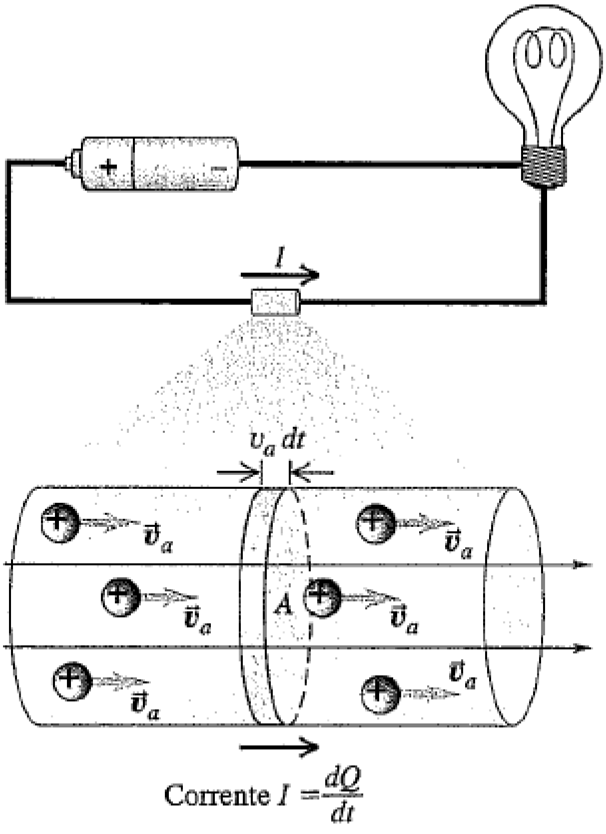


Figura 25.3 A corrente I através da área com seção reta A é a taxa de variação com o tempo da carga transferida através de A. O movimento caótico de cada partícula possui velocidade média igual a zero, e a corrente resultante apresenta o mesmo sentido de $\vec{E}$, sejam positivas as cargas em movimento (como exemplificado neste caso) ou negativas (como na Figura 25.2b).

Corrente, velocidade de arraste e densidade de corrente

Podemos expressar uma corrente com base na velocidade de arraste das cargas que se movem. Vamos considerar novamente a situação indicada na Figura 25.3: um condutor com seção reta de área A e um campo elétrico $\vec{E}$ orientado da esquerda para a direita. Em princípio, suponhamos que as cargas livres do condutor sejam positivas; então a velocidade de arraste possui o mesmo sentido do campo elétrico.

Imagine que existam n partículas carregadas por unidade de volume. A grandeza n denomina-se **concentração** das partículas; sua unidade SI é m^{-3}. Suponha que todas as partículas se movam com a mesma velocidade de arraste com módulo v_a. Em um intervalo de tempo dt, cada partícula se desloca uma distância $v_a\,dt$. As partículas que fluem para fora da extremidade direita do cilindro sombreado de comprimento $v_a\,dt$ durante o tempo dt são as partículas que estavam no interior desse cilindro no início do intervalo dt. O volume do cilindro é dado por $Av_a\,dt$, e o número de partículas em seu interior é $nAv_a\,dt$. Se cada partícula possui uma carga q, a carga dQ que flui para fora da extremidade direita do cilindro durante o tempo dt é dada por

$$dQ = q(nAv_a\,dt) = nqv_aA\,dt$$

e a corrente é

$$I = \frac{dQ}{dt} = nqv_aA$$

A **densidade de corrente** J é definida como a corrente que flui *por unidade de área da seção reta*:

$$J = \frac{I}{A} = nqv_a$$

As unidades de densidade de corrente são ampères por metro quadrado (A/m^2).

Quando as cargas que se movem forem negativas em vez de positivas, como na Figura 25.2b, a velocidade de arraste terá sentido contrário ao de $\vec{E}$. Porém, a *corrente* apresentará ainda o mesmo sentido de $\vec{E}$ em cada ponto do condutor. Portanto, a densidade de corrente J e a corrente I não dependem do sinal da carga e, portanto, nas expressões anteriores para J e para I, podemos substituir a carga q por seu valor absoluto $|q|$:

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_a A \qquad (25.2)$$

(expressão geral da corrente)

$$J = \frac{I}{A} = n|q|v_a \qquad (25.3)$$

(expressão geral da densidade de corrente)

A corrente em um condutor é igual ao produto da concentração das cargas que se movem, vezes o módulo da carga de cada partícula, vezes o módulo da velocidade de arraste, vezes a área da seção reta do condutor.

Podemos também definir um *vetor* densidade de corrente $\vec{J}$ que inclui o sentido da velocidade de arraste:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_a \quad \text{(vetor densidade de corrente)} \qquad (25.4)$$

Não existe *nenhum* sinal de valor absoluto na Equação (25.4). Quando q é positivo, $\vec{v}_a$ tem o mesmo sentido de $\vec{E}$, e, quando q é negativo, $\vec{v}_a$ tem sentido contrário ao de $\vec{E}$; porém, em qualquer dos dois casos, $\vec{J}$ apresenta sempre o mesmo sentido de $\vec{E}$. A Equação (25.3) fornece o *módulo J* do vetor densidade de corrente $\vec{J}$.

No caso geral, um condutor pode conter diferentes tipos de cargas que se movem q_1, q_2, ..., concentrações n_1, n_2, ... e velocidades de arraste v_{a1}, v_{a2}, ...

Em uma solução de cloreto de sódio, a corrente é transportada tanto pelos íons de sódio positivos quanto pelos íons de cloro negativos; a corrente total I é calculada somando-se as correntes produzidas pelos dois tipos de cargas, aplicando-se a Equação (25.2). Analogamente, o vetor densidade de corrente total $\vec{J}$ pode ser calculado usando-se a Equação (25.4) para cada partícula carregada e somando-se os resultados.

25.2 Resistividade

A densidade de corrente $\vec{J}$ em um condutor depende do campo elétrico $\vec{E}$ e das propriedades do material. Essa dependência, em geral, é muito complexa. Porém, para certos materiais, especialmente para os metais, em uma dada temperatura, $\vec{J}$ é quase *diretamente proporcional* a $\vec{E}$, e a razão entre os módulos E e J permanece constante. Essa relação, chamada de lei de Ohm, foi descoberta em 1826 pelo físico alemão Georg Simon Ohm (1787-1854). A palavra 'lei' deveria, na verdade, estar entre aspas, porque a **lei de Ohm,**

fornece

um *modelo idealizado* que descreve muito bem o comportamento de alguns materiais, porém não fornece uma descrição geral para *todos* os materiais. Na discussão seguinte, vamos supor que a lei de Ohm seja válida, embora existam muitas situações para as quais ela não é aplicável.

Definimos a **resistividade** ρ de um material como a razão entre o módulo do campo elétrico e o módulo da densidade de corrente:

$$\rho = \frac{E}{J} \tag{25.5}$$

(definição de resistividade)

Quanto maior for o valor da resistividade, maior será o campo elétrico necessário para produzir uma dada densidade de corrente, ou menor será a densidade de corrente gerada por um dado campo elétrico. É possível observar na Equação (25.5) que as unidades de ρ são $(\mathrm{V/m})/(\mathrm{A/m^2}) = \mathrm{V \cdot m/A}$.

1 V/A denomina-se 1 *ohm* (1 Ω; usamos a letra grega maiúscula Ω, ou 'ômega', para designar 'ohm'). Logo, as unidades SI de ρ são $\Omega \cdot \mathrm{m}$ (ohm vezes metro). Alguns valores da resistividade são indicados na Tabela 25.1. Um condutor perfeito deveria ter resistência igual a zero e um isolante perfeito deveria ter resistência infinita. Os metais e as ligas metálicas são os materiais com menor resistividade e também os melhores condutores. A resistividade de um isolante é cerca de 10^{22} vezes mais elevada do que a resistividade de um condutor.

O inverso da resistividade é a **condutividade**. Suas unidades SI são $(\Omega \cdot \mathrm{m})^{-1}$. Um bom condutor de eletricidade possui condutividade muito maior que um isolante. A condutividade elétrica é análoga à condutividade térmica.

notamos que um bom condutor elétrico, tal como um metal, geralmente é um bom condutor de calor. Um mau condutor elétrico, tal como plástico ou cerâmica, costuma ser um mau condutor de calor. Em um metal, os elétrons livres, que são os portadores de carga na condução elétrica, também são os principais responsáveis pela condução de calor, portanto espera-se que haja uma relação entre a condutividade elétrica e a condutividade térmica.

Tabela 25.1 Valores da resistividade na temperatura ambiente (20 °C)

	Substância	ρ ($\Omega \cdot$ m)		Substância	ρ ($\Omega \cdot$ m)
Condutores			**Semicondutores**		
Metais	Prata	$1{,}47 \times 10^{-8}$		Carbono puro (grafita)	$3{,}5 \times 10^{-5}$
	Cobre	$1{,}72 \times 10^{-8}$		Germânio puro	0,60
	Ouro	$2{,}44 \times 10^{-8}$		Silício puro	2300
	Alumínio	$2{,}75 \times 10^{-8}$	**Isolantes**		
	Tungstênio	$5{,}25 \times 10^{-8}$		Âmbar	5×10^{14}
	Aço	20×10^{-8}		Vidro	$10^{10} - 10^{14}$
	Chumbo	22×10^{-8}		Lucita	$> 10^{13}$
	Mercúrio	95×10^{-8}		Mica	$10^{11} - 10^{15}$
Ligas	Manganina (Cu 84%, Mn 12%, Ni 4%)	44×10^{-8}		Quartzo (fundido)	75×10^{16}
	Constantan (Cu 60%, Ni 40%)	49×10^{-8}		Enxofre	10^{15}
	Nicromo	100×10^{-8}		Tetrafluoretileno	$> 10^{13}$
				Madeira	$10^{8} - 10^{11}$

Um *semicondutor* possui resistividade intermediária entre a metal e a isolante. Esse tipo de material é importante por causa do modo como sua resistividade varia com a temperatura e com as impurezas.

Um material que obedece razoavelmente à lei de Ohm denomina-se condutor *ôhmico* ou condutor *linear*. Para esse tipo de material, a uma dada temperatura, ρ é uma *constante* que não depende do valor de E. Muitos materiais exibem um comportamento substancialmente diferente do indicado pela lei de Ohm; eles são chamados de materiais *não-ôhmicos* ou *não-lineares*. Para esses materiais, J depende de E de modo mais complexo.

Resistividade e temperatura

A resistividade de um condutor *metálico* quase sempre cresce com o aumento da temperatura, como indica a Figura 25.6a. À medida que a temperatura aumenta, os íons do condutor vibram com uma amplitude mais elevada, aumentando a probabilidade das colisões dos elétrons com os íons, como se vê na Figura 25.1. Isso dificulta o arraste dos elétrons através do condutor e, portanto, faz diminuir a corrente. Havendo um intervalo de temperatura pequeno (até cerca de 100 °C), a resistividade de um metal pode ser aproximadamente representada pela equação

$$\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)] \tag{25.6}$$

(resistividade em função da temperatura)

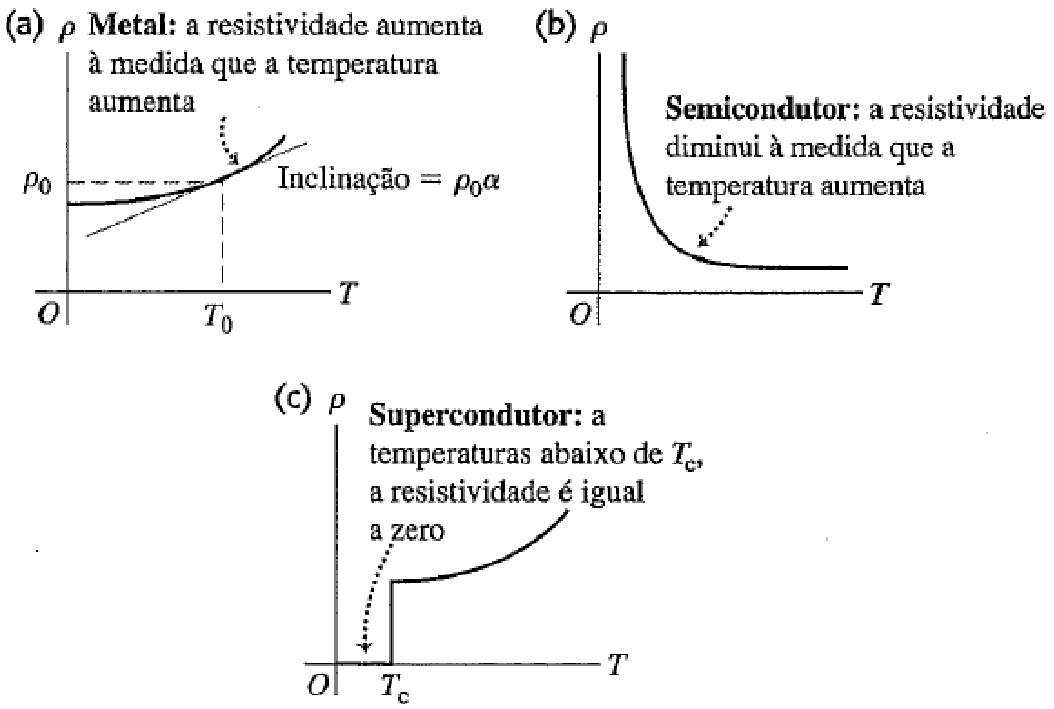


Figura 25.6 Variação da resistividade ρ em função da temperatura absoluta T para (a) um metal normal, (b) um semicondutor e (c) um supercondutor. Em (a), a aproximação linear de ρ em função de T é indicada por um segmento de linha reta; a aproximação concorda com o valor da função para $T = T_0$ quando $\rho = \rho_0$.

em que ρ_0 é a resistividade para uma temperatura de referência T_0 (geralmente considerada como 0 °C ou 20 °C) e $\rho(T)$ é a resistividade para uma temperatura T, que pode ser maior ou menor que T_0. O fator α denomina-se **coeficiente de temperatura da resistividade**. Alguns valores típicos desse coeficiente são indicados na Tabela 25.2. A resistividade da liga de manganina é praticamente independente da temperatura.

Tabela 25.2 Coeficientes de temperatura da resistividade (valores aproximados nas vizinhanças da temperatura ambiente)

Material	$\alpha[(°C)^{-1}]$	Material	$\alpha[(°C)^{-1}]$
Alumínio	0,0039	Chumbo	0,0043
Latão	0,0020	Manganina	0,00000
Carbono (grafita)	−0,0005	Mercúrio	0,00088
Constantan	0,00001	Nicromo	0,0004
Cobre	0,00393	Prata	0,0038
Ferro	0,0050	Tungstênio	0,0045

A resistividade da grafita (um material não-metálico) *diminui* quando a temperatura aumenta, visto que em temperaturas elevadas muito mais elétrons ficam 'mais fracamente ligados' aos átomos e adquirem maior mobilidade; portanto, o coeficiente de temperatura da resistividade da grafita é negativo. O mesmo tipo de comportamento ocorre para os materiais semicondutores (Figura 25.6b).

Alguns materiais, incluindo metais, ligas metálicas e óxidos, apresentam um fenômeno chamado de *supercondutividade*. À medida que a temperatura diminui, a resistividade cai, no início, lentamente, como em qualquer metal. Porém, para uma certa temperatura crítica T_c, ocorre uma transição de fase, e a resistividade diminui bruscamente, como indica a Figura 25.6c.

25.3 Resistência

Para um condutor com resistividade ρ, a densidade de corrente $\vec{J}$ em um ponto que possui um campo elétrico $\vec{E}$ é dada pela Equação (25.5), que pode ser escrita na forma

$$\vec{E} = \rho\vec{J} \qquad (25.7)$$

Quando a lei de Ohm é válida, ρ permanece constante e não depende do módulo do campo elétrico; logo, $\vec{E}$ é diretamente proporcional a $\vec{J}$. Contudo, geralmente estamos mais interessados em saber o valor da corrente total em um condutor que o valor de $\vec{J}$; e mais interessados em saber o valor da diferença de potencial nas extremidades do condutor que o valor de $\vec{E}$. A razão disso é que as medidas de corrente e de diferença de potencial são mais fáceis de serem estabelecidas do que as medidas de $\vec{J}$ e de $\vec{E}$.

Suponha que nosso condutor seja um fio de comprimento L e seção reta uniforme com área A, como indicado na Figura 25.7. Seja V a diferença de potencial entre a extremidade com potencial maior e a extremidade com potencial menor, de modo que V seja positivo. A corrente flui sempre no *sentido* da extremidade com potencial maior para a de potencial menor. Isso ocorre porque a corrente em um condutor flui no sentido do vetor $\vec{E}$, qualquer que seja o sinal das cargas que se movem (Figura 25.2), e porque o vetor $\vec{E}$ aponta no sentido da *diminuição* do potencial elétrico À medida que a corrente flui através da diferença de potencial, ocorre perda de energia potencial elétrica; essa energia é transferida aos íons do material do condutor durante as colisões.

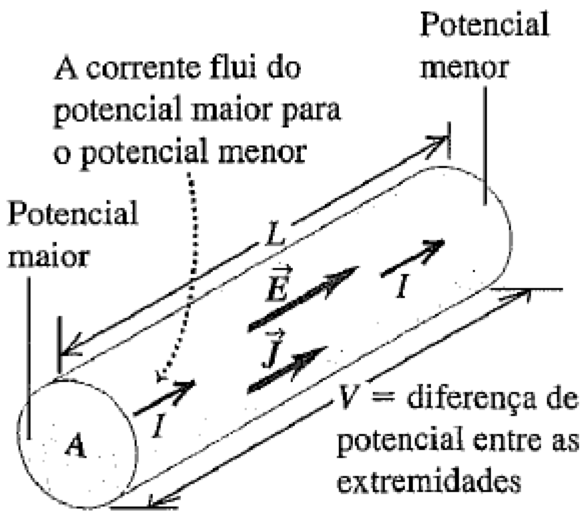


Figura 25.7 Um condutor com seção reta uniforme. A densidade de corrente é uniforme em qualquer seção reta, e o campo elétrico é constante ao longo do comprimento.

Podemos também relacionar o *valor* da corrente I à diferença de potencial nas extremidades do condutor. Supondo que os módulos da densidade de corrente $\vec{J}$ e do campo elétrico $\vec{E}$ sejam uniformes através do condutor, a corrente total I é dada por $I = JA$, e a diferença de potencial V entre as extremidades é dada por $V = EL$. Explicitando nessas equações E e J e substituindo esses valores na Equação (25.7), obtemos

$$\frac{V}{L} = \frac{\rho I}{A} \quad \text{ou} \quad V = \frac{\rho L}{A} I \qquad (25.8)$$

O resultado anterior mostra que, quando ρ é constante, a corrente total I é proporcional à diferença de potencial V.

A razão entre V e I para um dado condutor denomina-se **resistência** R:

$$R = \frac{V}{I} \tag{25.9}$$

Comparando a definição de R à Equação (25.8), vemos que a resistência R de um dado condutor está relacionada à resistividade ρ do material do condutor, obedecendo à equação

$$R = \frac{\rho L}{A} \tag{25.10}$$

(relação entre resistência e resistividade)

Quando ρ for constante, como no caso dos materiais ôhmicos, então R também será constante. A equação

$$V = IR \tag{25.11}$$

(relação entre voltagem, corrente e resistência)

é geralmente chamada de lei de Ohm, contudo é importante entender que o verdadeiro significado da lei de Ohm consiste na indicação de uma proporcionalidade direta (para alguns materiais) de V com I ou de J com E. A Equação (25.9) ou (25.11) *define* a resistência R para *qualquer* condutor que obedeça ou não à lei de Ohm, porém somente no caso de R ser constante é que essa relação é chamada corretamente de lei de Ohm.

Interpretação de resistência

A Equação (25.10) mostra que a resistência de um fio ou de outro condutor com seção reta uniforme é diretamente proporcional ao comprimento do fio e inversamente proporcional à área de sua seção reta. Ela também é proporcional à resistividade do material com o qual o condutor é feito.

A unidade SI de resistência é o **ohm**, que é igual a um volt por ampère ($1\ \Omega = 1\ V/A$). O *quiloohm* ($1\ k\Omega = 10^3\ \Omega$) e o *megaohm* ($1\ M\Omega = 10^6\ \Omega$) também são unidades comumente usadas.

Como a resistividade de um material varia com a temperatura, a resistência de um condutor específico também varia com a temperatura. Para intervalos de temperatura não muito elevados, essa variação é dada aproximadamente por uma relação linear, análoga à Equação (25.6):

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \qquad (25.12)$$

Na equação anterior, $R(T)$ é a resistência a uma temperatura T, e R_0 é a resistência a uma temperatura T_0, geralmente tomada como 0 °C ou 20 °C. O *coeficiente de temperatura da resistência* α que aparece na Equação (25.6) é constante, desde que as dimensões de L e de A na Equação (25.10) não variem apreciavelmente com a temperatura; isso ocorre efetivamente para a maior parte dos materiais condutores

Dentro dos limites de validade da Equação (25.12), a *variação* da resistência resultante de uma variação de temperatura $T - T_0$ é dada por $R_0\alpha(T - T_0)$.

Um **resistor** é um elemento que possui um dado valor de resistência em suas extremidades.

Os resistores individuais usados em circuitos eletrônicos geralmente são cilindros com dimensões de alguns milímetros de diâmetro e de comprimento; e possuem fios que saem de suas extremidades. A resistência pode ser marcada sobre o resistor,

usando-se um código de cores mediante a convenção indicada na Tabela 25.3. As duas primeiras faixas (começando com a faixa mais próxima de uma das extremidades) indicam dígitos, e a terceira faixa mostra o fator de multiplicação em potência de 10, como indica a Figura 25.9. Por exemplo, a combinação de cores verde–violeta–vermelho teria uma resistência igual a $57 \times 10^2\ \Omega$ ou 5,7 kΩ. A quarta faixa, quando existe, indica a precisão do valor; quando não há nenhuma faixa, a precisão é de ±20%; para uma faixa prateada a precisão é de ±10% e para uma faixa dourada a precisão é de ±5%.

Tabela 25.3 Código de cores para obter o valor da resistência de um resistor

Cor	Valor do dígito	Valor do multiplicador
Preta	0	1
Marrom	1	10
Vermelha	2	10^2
Laranja	3	10^3
Amarela	4	10^4
Verde	5	10^5
Azul	6	10^6
Violeta	7	10^7
Cinza	8	10^8
Branca	9	10^9

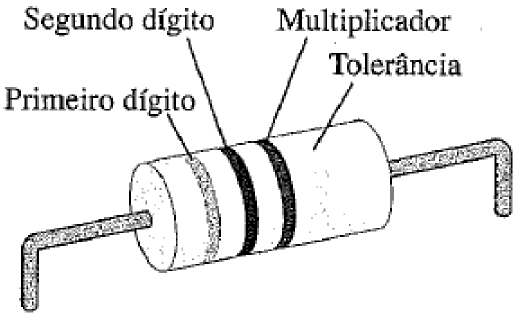


Figura 25.9 Este resistor possui uma resistência de 5,7 kΩ, com uma precisão (tolerância) de ± 10%.

Para um resistor que obedece à lei de Ohm, um gráfico da corrente em função da diferença de potencial (voltagem) é uma linha reta (Figura 25.10a). A inclinação da reta é igual a $1/R$. Quando o sinal da diferença de potencial varia, o sinal da corrente também varia. Na Figura 25.7, isso equivale a inverter a polaridade das extremidades do condutor, de modo que o campo elétrico, a corrente e a densidade de corrente invertem os sentidos. Nos dispositivos que não obedecem à lei de Ohm, a corrente pode não ser proporcional à voltagem e ela pode não ser invertida com a inversão da voltagem. A Figura 25.10b indica o comportamento de um *diodo* semicondutor,

Quando o potencial V do anodo (um dos dois terminais do diodo) é positivo em relação ao do catodo (o outro terminal), I aumenta exponencialmente em relação ao aumento de V; para potenciais negativos, a corrente é extremamente pequena. Logo, uma diferença de potencial positiva V produz uma corrente que flui no sentido positivo; porém, uma diferença de potencial negativa não produz praticamente nenhuma corrente. Portanto, um diodo funciona como se fosse uma válvula que só deixa a corrente passar em um dado sentido pelo circuito.

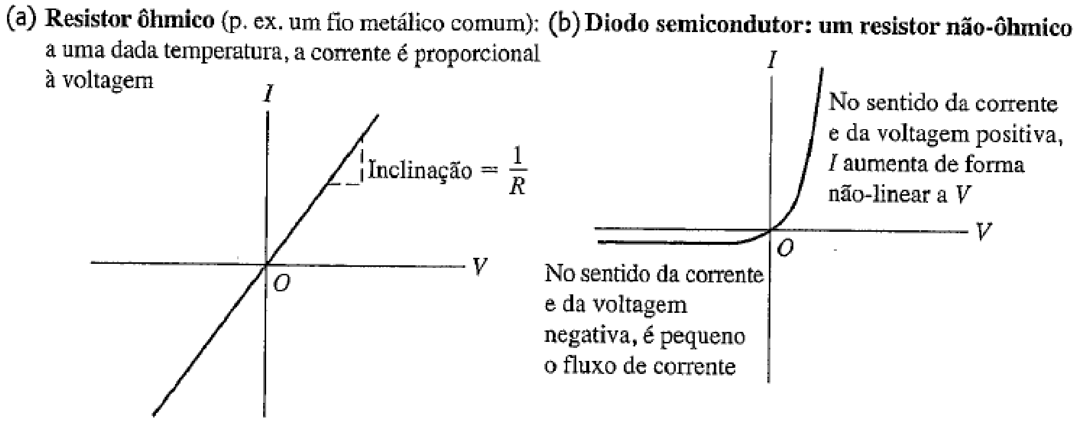


Figura 25.10 Relações corrente–voltagem para dois dispositivos. Somente para um resistor que obedece à lei de Ohm, como em (a), é que I é proporcional a V.

RESISTÊNCIA, DIFERENÇA DE POTENCIAL E CAMPO ELÉTRICO EM UM FIO O fio de cobre calibre 18

possui seção reta com área $8{,}20 \times 10^{-7}$ m^2 e diâmetro igual a 1,02 mm. Ele conduz uma corrente $I = 1{,}67$ A. Calcule (a) o módulo do campo elétrico no fio; (b) a diferença de potencial entre dois pontos do fio separados por uma distância igual a 50,0 m; (c) a resistência de um segmento do fio de comprimento igual a 50,0 m.

conhecemos os valores da área de seção reta A e a corrente I. As incógnitas do problema são o módulo do campo elétrico E, a diferença de potencial V e a resistência R.

o módulo da densidade de corrente $J = I/A$ e a resistividade ρ são dados na Tabela 25.1. Achamos o módulo do campo elétrico pela Equação (25.5), $E = \rho J$. Uma vez determinado E, a diferença de potencial é simplesmente o produto de E e o comprimento do fio. Determinamos a resistência pela Equação (25.11).

(a) como indicado na Tabela 25.1, a resistividade do cobre é igual a $1{,}72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$. Logo, usando a Equação (25.5),

$$E = \rho J = \frac{\rho I}{A} = \frac{(1{,}72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m})(1{,}67\ \mathrm{A})}{8{,}20 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}^2}$$
$$= 0{,}0350\ \mathrm{V/m}$$

(b) A diferença de potencial é dada por

$$V = EL = (0{,}0350\ \mathrm{V/m})(50{,}0\ \mathrm{m}) = 1{,}75\ \mathrm{V}$$

(c) De acordo com a Equação (25.11), a resistência de 50,0 m do fio é

$$R = \frac{V}{I} = \frac{1{,}75\ \mathrm{V}}{1{,}67\ \mathrm{A}} = 1{,}05\ \Omega$$

podemos também obter o resultado anterior diretamente da Equação (25.10):

$$R = \frac{\rho L}{A} = \frac{(1{,}72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m})(50{,}0\ \mathrm{m})}{8{,}20 \times 10^{-7}\ \mathrm{m}^2} = 1{,}05\ \Omega$$

Ressaltamos que a resistência do fio é *definida* como a razão da voltagem pela corrente. Se o fio for fabricado com material não-ôhmico, R será diferente para diferentes valores de V, mas será sempre dado por $R = V/I$. A resistência também é sempre dada por $R = \rho L/A$; se o material for não-ôhmico, ρ não será constante e dependerá de E (ou seja, de $V = EL$).

DEPENDÊNCIA DA RESISTÊNCIA EM RELAÇÃO À TEMPERATURA Suponha que a resistência do fio seja igual a 1,05 Ω para uma temperatura igual a 20 °C. Calcule a resistência a 0 °C e a 100 °C.

este exemplo trata de como a resistência (a incógnita) depende da temperatura. Como indica a Tabela 25.2, essa dependência da temperatura difere de acordo com as substâncias.

as incógnitas deste problema são os valores da resistência do fio R sob duas temperaturas, $T = 0$ °C e $T = 100$ °C. Para determinar esses valores, usamos a Equação (25.12). Note que nos é dada a resistência $R_0 = 1{,}05\ \Omega$ a uma temperatura de referência $T_0 = 20$ °C, e sabemos que o fio é de cobre.

de acordo com a Tabela 25.2, o coeficiente de temperatura da resistividade do cobre é $\alpha = 0{,}00393\ (\mathrm{C}°)^{-1}$. Pela Equação (25.12), a resistência para $T = 0$ °C é

$$
\begin{aligned}
R &= R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \\
&= (1{,}05\ \Omega)\{1 + [0{,}00393\ (\mathrm{C}°)^{-1}][0\,°\mathrm{C} - 20\,°\mathrm{C}]\} \\
&= 0{,}97\ \Omega
\end{aligned}
$$

Para $T = 100$ °C

$$
\begin{aligned}
R &= (1{,}05\ \Omega)\{1 + [0{,}00393\ (\mathrm{C}°)^{-1}][100\,°\mathrm{C} - 20\,°\mathrm{C}]\} \\
&= 1{,}38\ \Omega
\end{aligned}
$$

a resistência a 100 °C é maior que a 0 °C por um fator de (1,38 Ω)/(0,97 Ω) = 1,42. Em outras palavras, aumentar a temperatura do fio de cobre comum de 0 °C para 100 °C aumenta a sua resistência em 42%. Pela Equação (25.11), $V = IR$, o que significa que 42% a mais de voltagem V é necessária para produzir a mesma corrente I a 100 °C e a 0 °C.

CÁLCULO DA RESISTÊNCIA O cilindro oco indicado na Figura 25.11 possui comprimento L, raio interno a e raio externo b. Ele é feito com um material cuja resistividade é igual a ρ. Existe uma diferença de potencial entre a superfície interna e a superfície externa do cilindro (cada uma das quais é uma superfície equipotencial), de modo que a corrente escoa radialmente entre as paredes do cilindro. Qual é a resistência para esse escoamento radial?

a Figura 25.11 mostra que a corrente flui radialmente do interior para o exterior do condutor, *não* ao longo do comprimento do condutor, Portanto, devemos usar os conceitos desta seção para deduzir uma nova fórmula para a resistência (a incógnita), adequada para o fluxo de corrente radial.

não podemos usar diretamente a Equação (25.10) porque a seção reta através da qual a carga se escoa *não* é constante; ela varia de $2\pi aL$ na superfície interna até $2\pi bL$ na superfície externa. Em vez disso, vamos considerar uma casca cilíndrica de raio r e espessura dr. A seguir, combinamos as resistências das cascas entre os raios interno e externo do cilindro.

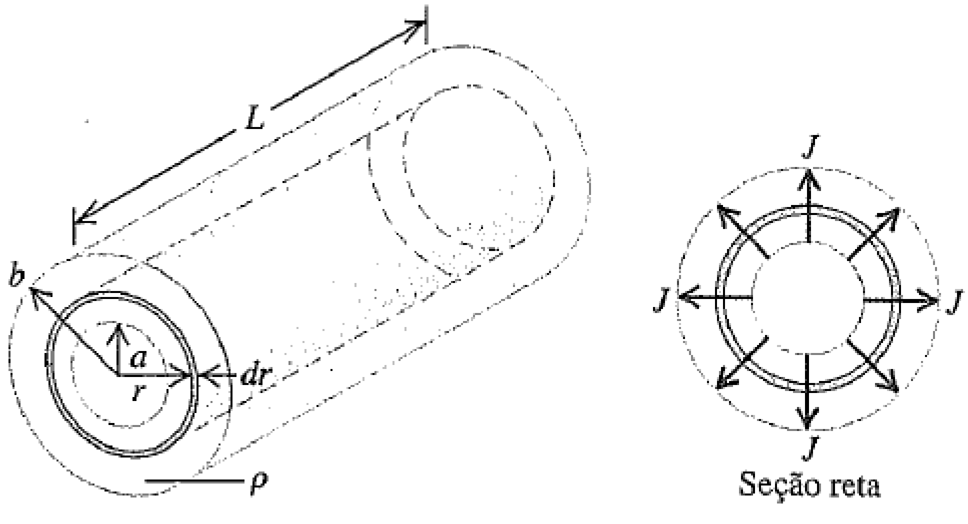


Figura 25.11 Cálculo da resistência para um escoamento radial.

a área A para a casca é $2\pi rL$, a área de superfície que a corrente encontra ao fluir para fora. O comprimento da trajetória da corrente através da casca é igual a dr. A resistência dR dessa casca cilíndrica, entre a superfície interna e a superfície externa, corresponde à resistência de um condutor de comprimento dr e área $2\pi rL$, ou seja

$$dR = \frac{\rho\, dr}{2\pi rL}$$

A corrente passa sucessivamente através de todas essas cascas cilíndricas entre a superfície de raio interno a e a superfície de raio externo b. De acordo com a Equação (25.11), a diferença de potencial através de uma casca cilíndrica é dada por $dV = I\, dR$, e a diferença de potencial total entre a superfície interna e a externa é a soma das diferenças de potenciais de todas as cascas. A corrente total é a mesma através de todas as cascas, de modo que a resistência total é a soma das resistências de todas as cascas. Se a área $2\pi rL$ fosse constante, poderíamos simplesmente integrar dr de $r = a$ para $r = b$, a fim de obter o comprimento total da trajetória da corrente. Mas a área aumenta à medida que a corrente passa pelas cascas do raio maior, por isso é necessário integrar a expressão de dR escrita anteriormente. A resistência total é, portanto, dada por

$$R = \int dR = \frac{\rho}{2\pi L}\int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{\rho}{2\pi L}\ln\frac{b}{a}$$

25.4 Força eletromotriz e circuitos

Para que um condutor possua uma corrente estacionária, ele deve ser parte de uma trajetória fechada ou **circuito completo**. Explicaremos a seguir a razão disso. Quando um campo elétrico $\vec{E}_1$ é aplicado no interior de um condutor isolado com resistividade ρ, que *não* seja parte de um circuito completo, uma corrente começa a fluir com uma densidade de corrente $\vec{J} = \vec{E}_1/\rho$ (Figura 25.12a). Em decorrência disso, uma carga positiva se acumula rapidamente em uma das extremidades e uma carga negativa se acumula na outra extremidade (Figura 25.12b). Por sua vez, essas cargas produzem um campo elétrico $\vec{E}_2$ em sentido oposto ao de $\vec{E}_1$, fazendo diminuir o campo elétrico e, portanto, a corrente. Em uma fração de segundo acumulam-se cargas nas extremidades do condutor de tal modo que o campo elétrico resultante $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \mathbf{0}$ no interior do condutor. Então, também $\vec{J} = \mathbf{0}$ e a corrente pára de fluir (Figura 25.12c). Logo, é impossível haver uma corrente estacionária em tal circuito *incompleto*.

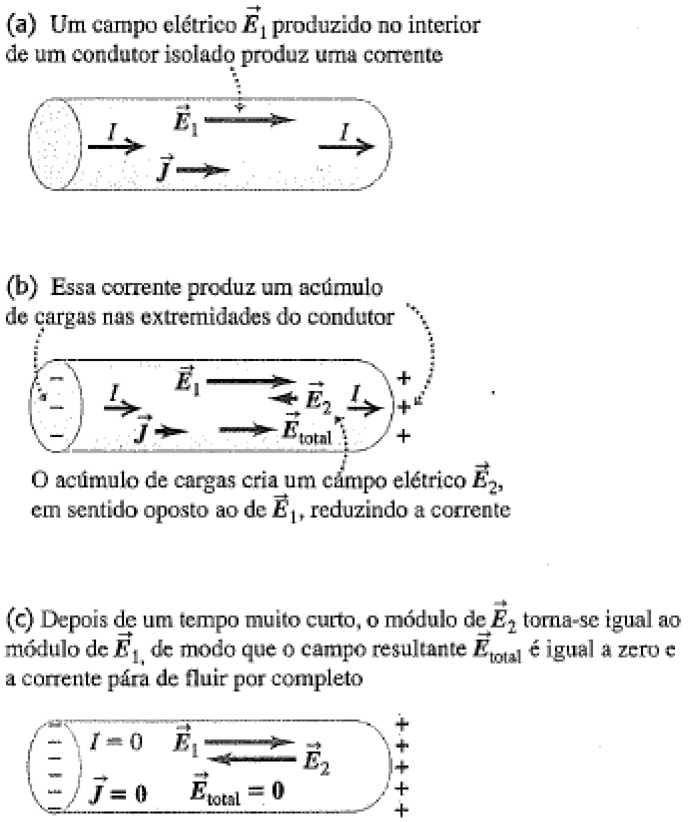


Figura 25.12 Quando um campo elétrico é aplicado no interior de um condutor que *não* faz parte de um circuito completo, uma corrente começa a fluir somente por um período muito curto de tempo.

Para sabermos como manter uma corrente estacionária em um circuito *completo*, lembremos um fato básico sobre a diferença de potencial: quando uma carga q percorre um circuito completo e retorna ao seu ponto de partida, a energia potencial no final da trajetória é igual à energia potencial no início da trajetória.

existe sempre *diminuição* da energia potencial quando as cargas se movem através de um material condutor normal com resistência. Portanto, deve existir alguma parte do circuito na qual a energia potencial *aumenta*.

Força eletromotriz

O agente que faz a corrente fluir do potencial mais baixo para o mais elevado denomina-se **força eletromotriz (fem)**. Esse termo não é muito adequado, pois a fem *não* é uma força, mas sim uma grandeza com dimensão de energia por unidade de carga, tal como o potencial. A unidade SI de fem é a mesma de potencial, o volt (1 V = 1 J/C).

Para designar uma fem, usaremos o símbolo $\mathcal{E}$.

Todo circuito completo por onde passa uma corrente estacionária deve possuir algum dispositivo que forneça uma fem. Tal dispositivo denomina-se **fonte de fem**.

Uma fonte de fem *ideal* mantém uma diferença de potencial constante através de seus terminais, independentemente de a corrente passar ou não através do dispositivo.

A Figura 25.14 mostra um diagrama esquemático de uma fonte de fem ideal que mantém uma diferença de potencial constante entre os condutores a e b, chamados de *terminais* da fonte. O terminal a, marcado pelo sinal +, é mantido a um potencial mais *elevado* do que o potencial do terminal b, marcado pelo sinal –. Associado à diferença de potencial, existe um campo elétrico $\vec{E}$ na região em torno dos terminais, tanto no interior quanto no exterior da fonte. O campo elétrico no interior do dispositivo é orientado de a para b, como indicado. Uma carga q no interior da fonte sofre a ação de uma força elétrica $\vec{F}_e = q\vec{E}$. Porém, a fonte também fornece uma influência adicional, que vamos representar como uma força não-eletrostática $\vec{F}_n$. Essa força, agindo no interior do dispositivo, arrasta cargas 'para cima' em sentido contrário ao da força elétrica $\vec{F}_e$. Logo, $\vec{F}_n$ é responsável pela manutenção da diferença de potencial entre os terminais.

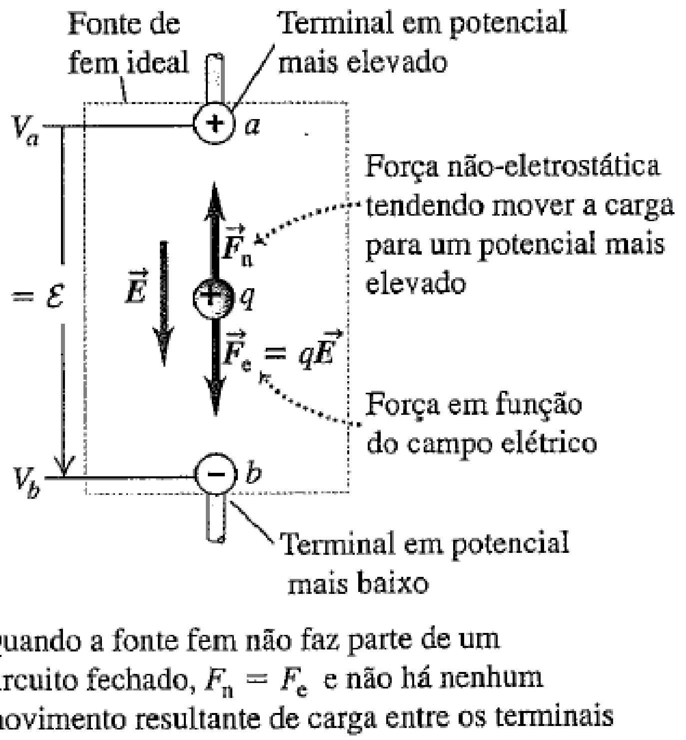


Figura 25.14 Diagrama esquemático de uma fonte de fem para a situação de um 'circuito aberto'. A força elétrica $\vec{F}_e = q\vec{E}$ e a força não-eletrostática $\vec{F}_n$ são indicadas para uma carga positiva q.

Caso não existisse a força $\vec{F}_n$, as cargas se escoariam entre os terminais até que a diferença de potencial se tornasse igual a zero.

Quando uma carga positiva q se move de b para a no interior de uma fonte, a força não-eletrostática $\vec{F}_n$ realiza um trabalho positivo $W_n = q\mathcal{E}$ sobre a carga. Esse deslocamento é *oposto* ao da força eletrostática $\vec{F}_e$, de modo que a energia potencial associada à carga *cresce* de qV_{ab}, em que $V_{ab} = V_a - V_b$ é o potencial de a (positivo) em relação ao ponto b. Para uma fonte de fem ideal que descrevemos, $\vec{F}_e$ e $\vec{F}_n$ possuem o mesmo módulo e a mesma direção, porém sentidos contrários, de modo que o trabalho realizado sobre a carga q é igual a zero; ocorre um aumento de energia potencial, porém *nenhuma* variação da energia cinética da carga.

O aumento da energia potencial é exatamente igual ao trabalho não-eletrostático W_n, de modo que $q\mathcal{E} = qV_{ab}$, ou seja,

$$V_{ab} = \mathcal{E} \qquad (25.13)$$

(fonte de fem ideal)

Vamos agora fazer um circuito completo, conectando um fio com resistência R aos terminais de uma fonte de tensão (Figura 25.15). A diferença de potencial entre os terminais a e b cria um campo elétrico no interior do fio; isso produz uma corrente que flui de a para b no circuito externo, do potencial mais elevado para o mais baixo.

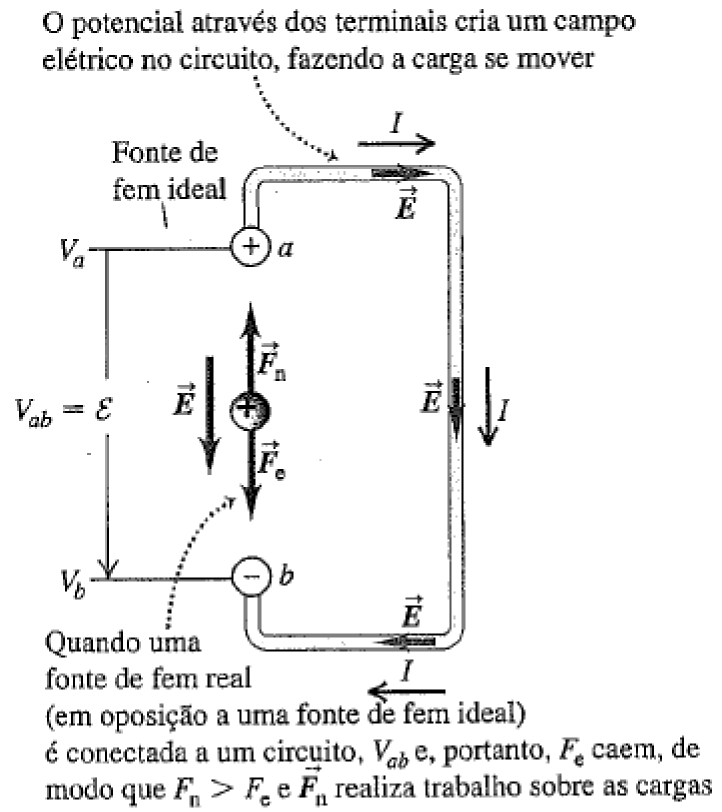


Figura 25.15 Diagrama esquemático de uma fonte de fem ideal em um circuito completo. A força do campo elétrico $\vec{F}_e = q\vec{E}$ e a força não-eletrostática $\vec{F}_n$ são indicadas para uma carga positiva q. A corrente flui de a para b no circuito externo e de b para a no interior da fonte.

De acordo com a Equação (25.11), a diferença de potencial entre as extremidades do fio indicado na Figura 25.15 é dada por $V_{ab} = IR$. Combinando com a Equação (25.13), obtemos

$$\mathcal{E} = V_{ab} = IR \qquad (25.14)$$

(fonte de fem ideal)

Ou seja, quando uma carga positiva q flui em torno do circuito, o *aumento* de potencial $\mathcal{E}$ através da fonte ideal é igual à *queda* de potencial $V_{ab} = IR$ quando a corrente passa pelo restante do circuito. Conhecendo-se os valores de $\mathcal{E}$ e de R, pela relação anterior podemos determinar a corrente no circuito.

Resistência interna

Uma fonte de fem real em um circuito não se comporta exatamente da maneira que descrevemos; a diferença de potencial entre os terminais de uma fonte real *não* é igual à fem, como indica a Equação (25.14). A razão disso é que a carga que se move no interior do material de qualquer fonte real encontra uma *resistência* chamada de **resistência interna** da fonte, designada pela letra r. Quando essa resistência segue a lei de Ohm, r deve ser constante e independente da corrente I. À medida que a corrente se desloca através de r, ela sofre uma queda de potencial igual a Ir. Logo, quando uma corrente flui através de uma fonte do terminal negativo b até o terminal positivo a, a diferença de potencial V_{ab} entre os terminais é dada por

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir \qquad (25.15)$$

(voltagem no terminal,
fonte com resistência interna)

A diferença de potencial V_{ab}, chamada de **voltagem nos terminais**, é menor que a fem $\mathcal{E}$ em virtude do termo Ir, que representa a queda de potencial através da resistência interna r. Expresso de outra maneira, o aumento da energia potencial qV_{ab}, que ocorre quando a carga q se desloca de b até a no interior da fonte, é menor do que o trabalho $q\mathcal{E}$ realizado pela força não-eletrostática $\vec{F}_n$, visto que certa energia potencial se perde quando a carga atravessa a resistência interna.

A voltagem nos terminais de uma fonte de fem real possui valor igual ao da fem somente quando nenhuma corrente flui através da fonte

A corrente que passa no circuito externo conectado aos terminais a e b da fonte é ainda determinada pela relação $V_{ab} = IR$ que, combinada com a Equação (25.15), fornece

$$\mathcal{E} - Ir = IR \quad \text{ou} \quad I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} \tag{25.16}$$

(corrente, fonte com resistência interna)

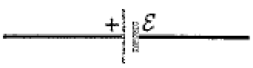
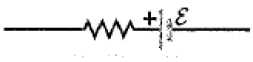
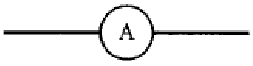
Ou seja, a corrente é obtida dividindo-se o valor da fem da fonte pela resistência *total* do circuito ($R + r$).

Símbolos usados nos diagramas de circuitos

Uma etapa importante na análise de qualquer circuito consiste em desenhar um *diagrama do circuito* esquemático. A Tabela 25.4 mostra os símbolos geralmente empregados nesses diagramas.

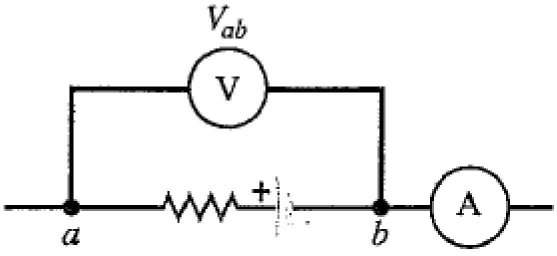
A Tabela 25.4 inclui dois *instrumentos de medida* usados nas medidas das propriedades dos circuitos.

Tabela 25.4 Símbolos usados nos diagramas de circuitos

	Condutor com resistência desprezível
	Resistor
	Fonte de fem (a linha vertical mais longa indica o terminal positivo, geralmente o potencial mais elevado)
 ou 	Fonte de fem com resistência interna r (a resistência interna r pode ser colocada em qualquer lado)
	Voltímetro (mede uma diferença de potencialentre seus terminais)
	Amperímetro (mede uma corrente que passa através dele)

Um **voltímetro,**
mede a diferença de potencial entre os pontos nos quais seus terminais são conectados; um voltímetro ideal possui resistência interna infinita e, quando mede uma diferença de potencial, nenhuma corrente é desviada para ele. Um amperímetro mede a corrente que passa através dele; um **amperímetro** ideal possui resistência igual a zero e não apresenta nenhuma diferença de potencial entre seus terminais.

UMA FONTE EM UM CIRCUITO ABERTO A Figura 25.17 mostra uma fonte de tensão (uma bateria) com fem $\mathcal{E}$ igual a 12 V e resistência interna r de 2 Ω.



$r = 2\ \Omega, \mathcal{E} = 12\ \text{V}$

Figura 25.17 Uma fonte de fem em um circuito aberto.

Os fios do lado esquerdo do ponto a e do lado direito do amperímetro A não estão conectados a nada. Qual é a leitura indicada pelo voltímetro ideal V e pelo amperímetro ideal A?

Não existe nenhuma corrente porque o circuito está aberto e não forma um circuito fechado. (Não existe nenhuma corrente passando no voltímetro ideal porque ele possui uma resistência infinita.) Logo, o amperímetro A indica a leitura $I = 0$. Como não existe nenhuma corrente passando na bateria, não existe nenhuma diferença de potencial através de sua resistência interna. De acordo com a Equação (25.15), como $I = 0$, a diferença de potencial V_{ab} através dos terminais da bateria é igual à sua fem. Logo, o voltímetro indica uma leitura $V_{ab} = \mathcal{E} = 12$ V. A voltagem de uma fonte de tensão real é igual ao valor de sua fem *somente* quando não existe nenhuma corrente passando na fonte,

UMA FONTE EM UM CIRCUITO COMPLETO Usando a bateria do Exemplo Conceitual adicionamos um resistor de 4 Ω para formarmos o circuito completo indicado na Figura 25.18. Qual é então a leitura indicada pelo voltímetro e pelo amperímetro?

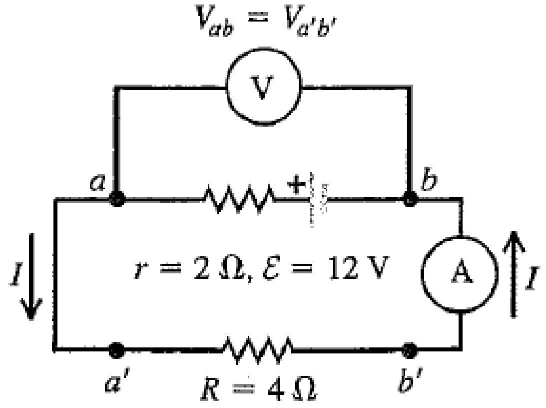


Figura 25.18 Uma fonte de fem em um circuito completo.

a primeira incógnita deste problema é a corrente I que passa pelo circuito *aa'b'b* (igual à leitura do amperímetro). A segunda é a diferença de potencial V_{ab} (igual à leitura do voltímetro).

determinamos I usando a Equação (25.16). Para determinar V_{ab}, note que podemos considerá-lo como a diferença de potencial através da fonte ou como a diferença de potencial em torno do circuito através do resistor externo.

o amperímetro ideal possui resistência igual a zero, portanto a resistência externa à fonte é $R = 4\ \Omega$. A corrente que passa através do circuito *aa'b'b* é determinada pela Equação (25.16):

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r} = \frac{12\ \mathrm{V}}{4\ \Omega + 2\ \Omega} = 2\ \mathrm{A}$$

O amperímetro A indica $I = 2$ A.

Os fios condutores ideais possuem resistência nula, assim como o amperímetro ideal A. Portanto, não existe nenhuma diferença de potencial entre os pontos a e a' nem entre os pontos b e b', ou seja, $V_{ab} = V_{a'b'}$. Podemos determinar V_{ab} tomando os pontos a e b como os terminais do resistor ou como os terminais da fonte de tensão. Considerando-os terminais do resistor, usamos a lei de Ohm ($V = IR$):

$$V_{a'b'} = IR = (2\ \mathrm{A})(4\ \Omega) = 8\ \mathrm{V}$$

Considerando-os terminais na fonte de tensão, obtemos

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 12\text{ V} - (2\text{ A})(2\,\Omega) = 8\text{ V}$$

Em qualquer dos dois casos, concluímos que o voltímetro indica uma leitura $V_{ab} = 8$ V.

quando a corrente flui através da fonte, a voltagem nos terminais da fonte V_{ab} é menor do que a voltagem em fem. Quanto menor a resistência interna r, menor é a diferença entre V_{ab} e $\mathcal{E}$.

UMA FONTE EM CURTO-CIRCUITO Usando a mesma bateria substituímos o resistor de 4 Ω por um condutor de resistência igual a zero. Quais são agora as leituras?

as incógnitas são I e V_{ab},

A única diferença é que neste caso a resistência externa é $R = 0$.

a Figura 25.20 indica o novo circuito. Agora a resistência entre os pontos a e b é igual a zero (através do circuito inferior na Figura 25.20). Logo, a diferença de potencial entre esses pontos deve ser igual a zero, o que podemos usar para solucionar este problema.

devemos ter $V_{ab} = IR = I(0) = 0$, qualquer que seja o valor da corrente. Portanto, podemos calcular a corrente usando a Equação (25.15):

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir = 0$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{r} = \frac{12\text{ V}}{2\,\Omega} = 6\text{ A}$$

O voltímetro indica uma leitura $V_{ab} = 0$ e o amperímetro indica uma leitura $I = 6$ A.

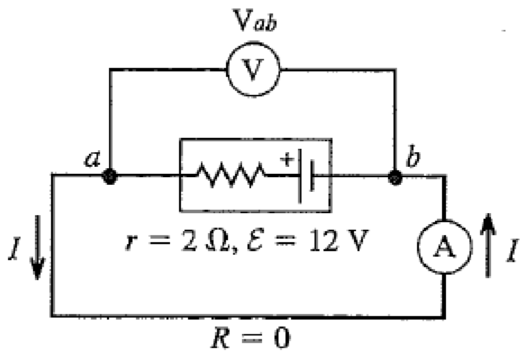


Figura 25.20 Nosso esquema para esse problema.

Uma fonte *não* fornece sempre a mesma corrente em todas as situações; a corrente depende da resistência interna r e da resistência do circuito externo. A ligação indicada neste exemplo denomina-se *curto-circuito*. Os terminais da bateria são ligados diretamente por um fio sem nenhuma resistência externa. A corrente em curto-circuito é igual à fem $\mathcal{E}$ dividida pela resistência interna r.

Variações de potencial em torno de um circuito

É igual a zero a variação total da energia potencial de uma carga q que percorre a malha de um circuito completo. Logo, a variação total do *potencial* na malha também é igual a zero; em outras palavras, a soma algébrica de todas as forças eletromotrizes e das diferenças de potencial ao longo de qualquer malha deve ser igual a zero. Podemos afirmar isso reescrevendo a Equação (25.16) na forma

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

Um ganho de energia potencial é associado a uma fem $\mathcal{E}$ e quedas de energia potencial Ir e IR são associadas, respectivamente, à resistência interna da fonte e à resistência do circuito externo.

25.5 Energia e potência em circuitos elétricos

Vamos agora examinar algumas relações de potência e de energia em circuitos elétricos. A caixa na Figura 25.22 representa um elemento de um circuito que possui uma diferença de potencial $V_a - V_b = V_{ab}$ entre seus terminais, e através dele passa uma corrente I no sentido de a para b. Esse elemento poderia ser um resistor, uma bateria ou qualquer outro dispositivo;

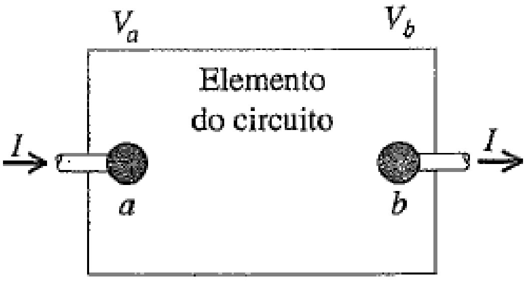


Figura 25.22 A potência P fornecida ao segmento do circuito compreendido entre os pontos a e b é dada por $P = (V_a - V_b)I = V_{ab}I$.

Quando uma quantidade de carga q passa através do elemento do circuito, há uma variação na energia potencial que equivale a qV_{ab}. Por exemplo, se $q > 0$ e $V_{ab} = V_a - V_b$

for positivo, a energia potencial diminui à medida que a carga 'cai' do potencial V_a para o potencial inferior V_b. As cargas em movimento não ganham energia *cinética*, porque a taxa de escoamento da carga (ou seja, a corrente) para fora do elemento do circuito deve ser igual à taxa de escoamento da carga para dentro do elemento. Em vez disso, a grandeza qV_{ab} representa a energia elétrica transferida para o elemento do circuito.

Pode acontecer que o potencial do ponto b seja mais elevado que o potencial de a; então V_{ab} é negativo e existe uma transferência de energia líquida *para fora* do elemento do circuito. O elemento está, assim, atuando como uma fonte que fornece energia para o circuito ao qual ela está conectada.

Portanto, qV_{ab} pode representar tanto a energia que é fornecida ao elemento do circuito quanto a energia que é extraída desse elemento.

Nos circuitos elétricos estamos principalmente interessados na *taxa* em que a energia é fornecida ou extraída de um elemento do circuito. Quando a corrente através do elemento é I, então em um intervalo de tempo dt uma quantidade de carga $dQ = I\ dt$ passa pelo elemento. A variação na energia potencial para essa quantidade de carga é $V_{ab}\, dQ = V_{ab} I\, dt$. Dividindo essa expressão por dt, obtemos a *taxa* em que a energia é transferida, seja para dentro, seja para fora do elemento do circuito. A taxa de tempo da transferência de energia é a *potência*, designada pela letra P, portanto escrevemos

$$P = V_{ab} I \tag{25.17}$$

(taxa em que a energia é fornecida para um elemento de circuito ou extraída dele)

A unidade de V_{ab} é o volt, ou um joule por coulomb, e a unidade de I é o ampère, ou um coulomb por segundo. Portanto, a unidade de $P = V_{ab}I$ é o watt, como era de se esperar:

$$(1\ \text{J/C})(1\ \text{C/s}) = 1\ \text{J/s} = 1\ \text{W}$$

Vamos considerar a seguir alguns casos especiais.

Potência dissipada por uma resistência pura

Quando o elemento do circuito indicado na Figura 25.22 for um resistor, a diferença de potencial será dada por $V_{ab} = IR$. De acordo com a Equação (25.17), a potência elétrica que o circuito fornece ao resistor é

$$P = V_{ab}I = I^2R = \frac{{V_{ab}}^2}{R} \tag{25.18}$$

(potência fornecida a um resistor)

Para esse caso, o potencial no ponto a (onde a corrente entra no resistor) é sempre maior que o potencial no ponto b (onde a corrente sai). A corrente entra através do potencial mais elevado do dispositivo, e a Equação (25.18) representa a taxa de transferência de energia potencial elétrica *para dentro* do elemento do circuito.

Qual é o destino dessa energia? As cargas que se movem colidem com os átomos do resistor e transferem parte da energia para esses átomos, fazendo aumentar a energia interna do material. Ou a temperatura do resistor aumentará ou haverá um fluxo de calor para fora dele, ou ambas as hipóteses ocorrerão. Em qualquer uma dessas hipóteses, dizemos que a energia foi *dissipada* no resistor com uma taxa igual a I^2R. Todo resistor possui uma *potência máxima,* especificando qual é a maior potência que ele pode consumir sem se danificar.

Potência fornecida por uma fonte

O retângulo superior indicado na Figura 25.23a representa uma fonte com força eletromotriz $\mathcal{E}$ e resistência interna r ligada por condutores ideais (sem resistência) a um circuito externo representado pelo retângulo inferior. Esse esquema poderia representar uma bateria de automóvel ligada a um farol (Figura 25.23b). O ponto a possui um potencial maior que o potencial do ponto b; logo, $V_a > V_b$ e V_{ab} é positivo. Note que a corrente I está *saindo* da fonte pelo potencial mais elevado (em vez de entrar). A energia está sendo fornecida para o circuito externo, e a taxa com a qual ela é fornecida ao circuito é dada pela Equação (25.17):

$$P = V_{ab}I$$

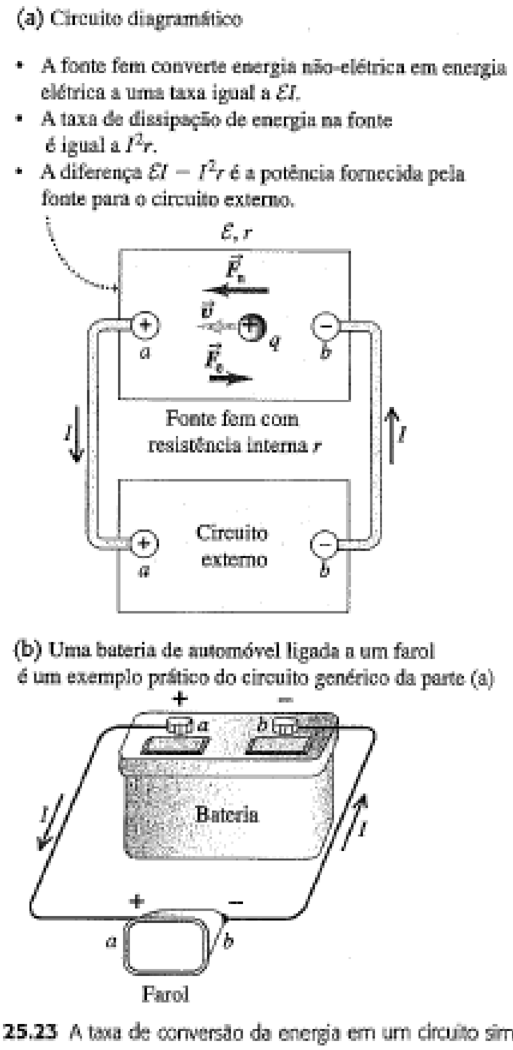


Figura 25.23 A taxa de conversão da energia em um circuito simples.

Para uma fonte com força eletromotriz $\mathcal{E}$ e resistência interna r, podemos usar a Equação (25.15):

$$V_{ab} = \mathcal{E} - Ir$$

Multiplicando ambos os membros por I, encontramos

$$P = V_{ab}I = \mathcal{E}I - I^2r \tag{25.19}$$

Qual é o significado dos termos $\mathcal{E}I$ e I^2r?

definimos a força eletromotriz $\mathcal{E}$ como sendo o trabalho por unidade de carga realizado sobre as cargas pelas forças não-eletrostáticas que empurram as cargas 'para cima', do ponto b até o ponto a na fonte. No intervalo de tempo dt, uma carga $dQ = I\,dt$ flui através da fonte; o trabalho realizado sobre ela pela força não-eletrostática é dado por $\mathcal{E}\ dQ = \mathcal{E}I\,dt$. Portanto, $\mathcal{E}I$ é a *taxa* com a qual o trabalho é realizado sobre as cargas que circulam por qualquer

agente que produza as forças não-eletrostáticas na fonte. Esse termo representa a taxa de conversão de energia não-elétrica em energia elétrica no interior da fonte. O termo I^2r é a taxa com a qual a energia elétrica está sendo *dissipada* na resistência interna da fonte. A diferença $\mathcal{E}I - I^2r$ é a potência elétrica *líquida* da fonte, ou seja, a taxa com a qual a energia elétrica é fornecida pela fonte para o circuito externo.

Potência absorvida por uma fonte

Suponha que o retângulo inferior indicado na Figura 25.23a represente outra fonte com fem *maior*, porém com sentido contrário ao da fem da fonte superior. A Figura 25.24 mostra um exemplo prático dessa situação — uma bateria de automóvel (o elemento do circuito superior) sendo carregada pelo alternador do automóvel (o elemento do circuito inferior). A corrente I possui sentido *oposto* ao indicado na Figura 25.23; a fonte inferior está injetando cargas na fonte superior. Devido à inversão da corrente, em vez da Equação (25.15), temos a seguinte relação para a fonte superior:

$$V_{ab} = \mathcal{E} + Ir$$

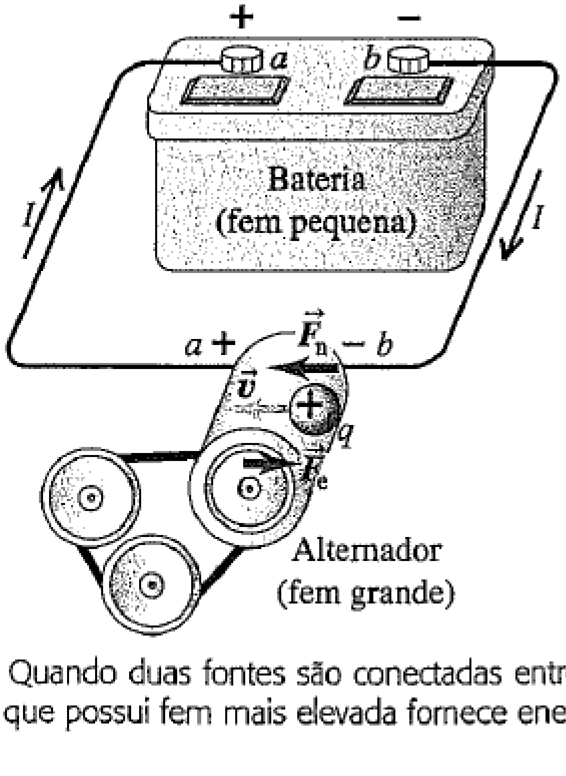


Figura 25.24 Quando duas fontes são conectadas entre si em um único circuito, a fonte que possui fem mais elevada fornece energia para a outra.

e em vez da Equação (25.19), temos

$$P = V_{ab}I = \mathcal{E}I + I^2R \qquad (25.20)$$

Agora, em vez de o trabalho ser realizado *pela* força não-elétrica da fonte superior, ele está sendo realizado *sobre* o agente que produz a força não-eletrostática da fonte. Ocorre na fonte superior uma conversão de energia elétrica em energia não-elétrica com uma taxa igual a $\mathcal{E}I$. O termo I^2r na Equação (25.20) é novamente a taxa com a qual a energia elétrica está sendo dissipada na resistência interna da fonte superior, e a soma $\mathcal{E}I + I^2r$ é a potência elétrica *absorvida* pela fonte superior.

POTÊNCIA FORNECIDA E CONSUMIDA EM UM CIRCUITO COMPLETO Considerando a mesma situação analisada calcule a taxa de conversão da energia (química para elétrica) e a taxa de dissipação de energia na bateria e a potência líquida fornecida da bateria.

as incógnitas do problema são a potência fornecida pela fonte de fem, a potência consumida pela resistência interna e a potência líquida fornecida da fonte.

a Figura 25.25 mostra o circuito. Usamos a Equação (25.17) para determinar a potência consumida ou a potência fornecida de um elemento do circuito; e a Equação (25.19) para determinar a potência líquida fornecida da fonte.

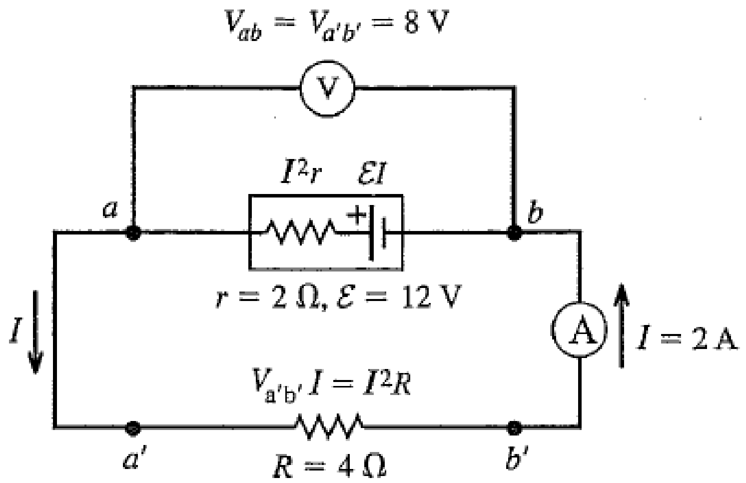


Figura 25.25 Nosso esquema para esse problema.

a corrente no circuito é $I = 2$ A. A taxa de conversão da energia na bateria é

$$\mathcal{E}I = (12\text{ V})(2\text{ A}) = 24\text{ W}$$

A taxa de dissipação da energia na bateria é

$$I^2r = (2\text{ A})^2(2\ \Omega) = 8\text{ W}$$

A potência elétrica *fornecida* pela fonte é dada pela diferença entre os valores anteriores: $\mathcal{E}I - I^2r = 16$ W.

a potência fornecida é dada pelo produto da voltagem nos terminais da bateria $V_{ab} = 8$ V
vezes a corrente:

$$V_{ab}I = (8\text{ V})(2\text{ A}) = 16\text{ W}$$

A potência fornecida ao resistor é

$$V_{a'b'}I = (8\text{ V})(2\text{ A}) = 16\text{ W}$$

Esse resultado é igual à taxa de dissipação da energia elétrica no resistor:

$$I^2R = (2\text{ A})^2(4\ \Omega) = 16\text{ W}$$

Note que nossos resultados também estão de acordo com a Equação (25.19), a qual afirma que $V_{ab}I = \mathcal{E}I - I^2R$; o membro esquerdo dessa equação é igual a 16 W, e o membro direito é igual a 24 W − 8 W = 16 W. Isso comprova a consistência das diversas potências envolvidas.

POTÊNCIA EM UM CURTO-CIRCUITO Para o mesmo curto-circuito da bateria analisada calcule a taxa de conversão da energia ocorrida na bateria, a taxa de dissipação da energia na bateria e a potência líquida fornecida pela bateria.

as incógnitas são novamente as potências consumidas e as potências fornecidas, associadas à bateria.

a Figura 25.26 mostra o circuito. Trata-se novamente da mesma situação mas agora a resistência externa R é igual a zero.

encontramos que a corrente nesta situação é $I = 6$ A. A taxa de conversão da energia (química em elétrica) na bateria é dada por

$$\mathcal{E}I = (12\text{ V})(6\text{ A}) = 72\text{ W}$$

A taxa de dissipação da energia na bateria é dada por

$$I^2r = (6\text{ A})^2(2\,\Omega) = 72\text{ W}$$

A potência líquida fornecida pela fonte, dada por $V_{ab}I$, é igual a zero porque a voltagem nos terminais da bateria V_{ab} é igual a zero.

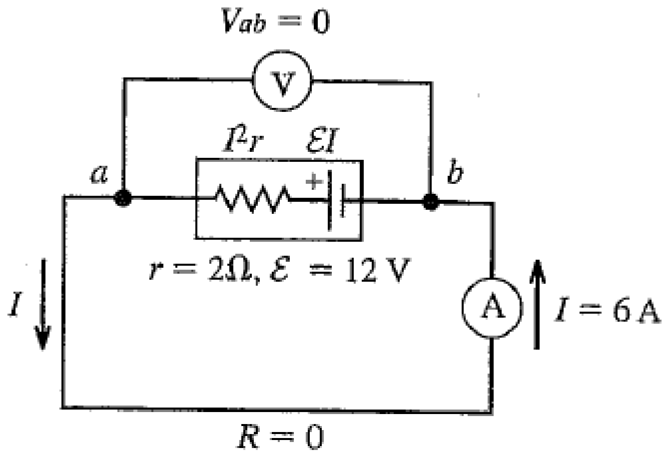


Figura 25.26 Nosso esquema para esse problema.

com fios ideais e um amperímetro ideal, de modo que $R = 0$, a energia convertida é *completamente* dissipada no interior da fonte. Por isso, quando ocorre um curto-circuito, a bateria se deteriora rapidamente e pode até explodir.

*25.6 Teoria da condução em metais

No modelo mais simples da condução elétrica em um metal, cada átomo da rede cristalina fornece um ou mais elétrons de sua camada eletrônica externa. Esses elétrons podem então se mover livremente através do cristal, colidindo com os íons positivos estacionários em intervalos de tempo.

Quando não existe nenhum campo elétrico aplicado, os elétrons descrevem trajetórias retilíneas entre as colisões; as direções de suas velocidades são caóticas e, na média, eles praticamente permanecem na mesma posição (Figura 25.27a). Contudo, quando um campo elétrico está presente, as trajetórias se encurvam ligeiramente, em virtude da atuação das forças elétricas. A Figura 25.27b mostra algumas trajetórias seguidas por um elétron sobre o qual

atua um campo elétrico orientado da direita para a esquerda.

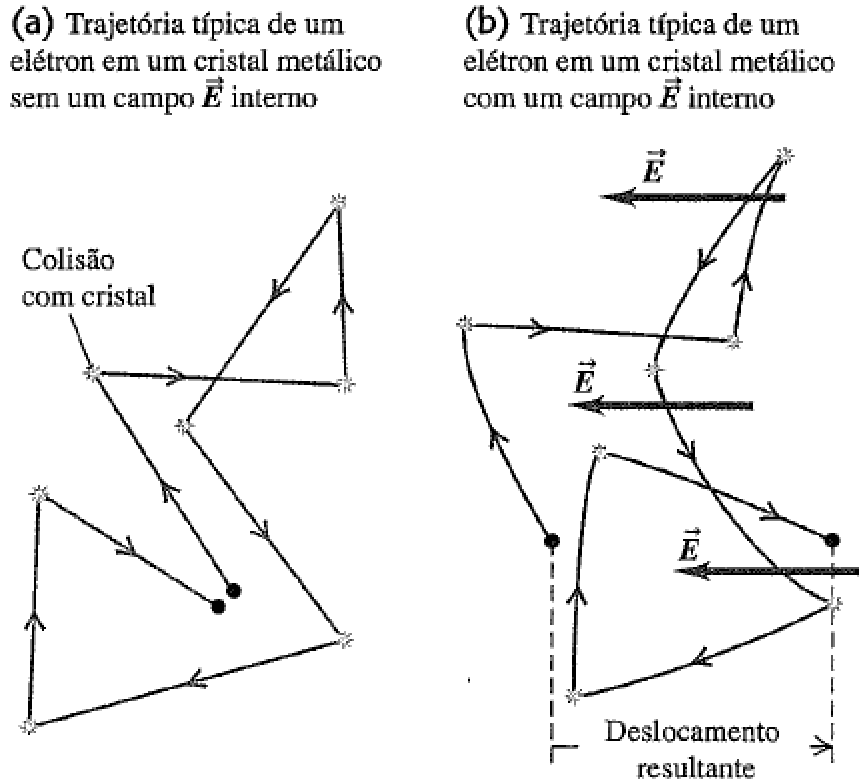


Figura 25.27 Movimento caótico de um elétron em um cristal metálico (a) com um campo elétrico nulo e (b) com um arraste produzido pelas forças elétricas. As curvaturas das trajetórias estão muito exageradas.

O tempo médio entre duas colisões sucessivas denomina-se **tempo livre médio**, designado por τ. Na Figura 25.28, indicamos uma analogia mecânica para o movimento do elétron.

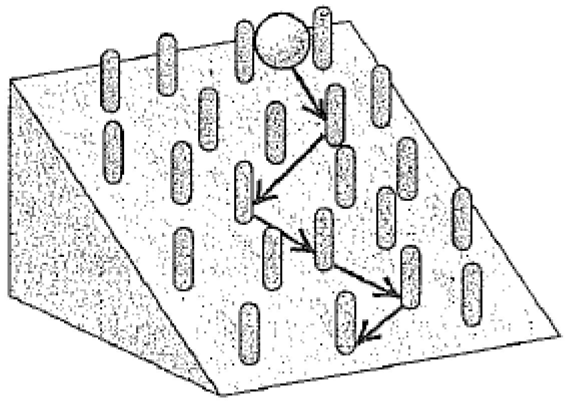


Figura 25.28 O movimento de uma bola rolando para baixo de um plano inclinado e mudando de direção em virtude das colisões com os obstáculos fornece uma analogia mecânica com o movimento dos elétrons em um condutor metálico quando existe um campo elétrico aplicado.

A partir desse modelo, torna-se possível deduzir uma expressão para a resistividade ρ, definida pela Equação (25.5):

$$\rho = \frac{E}{J} \tag{25.21}$$

em que E é o módulo do campo elétrico e J é o módulo da densidade de corrente. O vetor densidade de corrente $\vec{J}$, por sua vez, é dado pela Equação (25.4):

$$\vec{J} = nq\vec{v}_a \tag{25.22}$$

em que n é o número de elétrons livres por unidade de volume, q é a carga de cada elétron e $\vec{v}_a$ é a velocidade média de arraste.

Precisamos relacionar a velocidade de arraste $\vec{v}_a$ com o campo elétrico $\vec{E}$. O valor de $\vec{v}_a$ é determinado por uma condição estacionária, na qual, na média, a velocidade que as cargas *ganham* quando são aceleradas pela ação do campo $\vec{E}$ é exatamente igual à velocidade que elas *perdem* durante as colisões.

Para esclarecermos esse processo, vamos examinar os dois efeitos separadamente. Suponha que antes de $t = 0$ não exista nenhum campo elétrico. O movimento dos elétrons é completamente caótico. Um elétron típico possui uma velocidade $\vec{v}_0$ no instante $t = 0$, e a média dos valores de $\vec{v}_0$ tomada considerando-se muitos elétrons (ou seja, a velocidade inicial de um elétron médio) é igual a zero, $(\vec{v}_0)_{méd} = \mathbf{0}$. A seguir, no instante $t = 0$, aplicamos um campo elétrico $\vec{E}$. O campo exerce uma força $\vec{F} = q\vec{E}$ sobre cada carga, produzindo uma aceleração $\vec{a}$ na direção da força dada por

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{q\vec{E}}{m}$$

em que m é a massa do elétron. *Cada* elétron possui tal aceleração.

Esperamos um tempo τ, o tempo médio entre duas colisões, e 'iniciamos' as colisões. Um elétron que possuía a velocidade $\vec{v}_0$ para $t = 0$, no instante $t = \tau$ possui uma velocidade

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}\tau$$

A velocidade *média* $\vec{v}_{méd}$ do elétron nesse instante é dada pela soma das médias dos termos do membro direito da relação anterior. Como observamos, a média da velocidade $\vec{v}_0$ do elétron é igual a zero; logo,

$$\vec{v}_{méd} = \vec{a}\tau = \frac{q\tau}{m}\vec{E} \qquad (25.23)$$

Depois do instante $t = \tau$, a tendência à diminuição da velocidade média dos elétrons (provocada por colisões caóticas) torna-se exatamente igual à tendência de aumento dessa velocidade pelo campo $\vec{E}$. A velocidade média de um elétron, dada pela Equação (25.23), se mantém constante no tempo e deve ser igual à velocidade de arraste $\vec{v}_a$:

$$\vec{v}_a = \frac{q\tau}{m}\vec{E}$$

Então, substituindo a expressão da velocidade de arraste $\vec{v}_a$ na Equação (25.22), temos:

$$\vec{J} = nq\vec{v}_a = \frac{nq^2\tau}{m}\vec{E}$$

Comparando o resultado anterior com a Equação (25.21), que pode ser escrita na forma $\vec{J} = \vec{E}/\rho$, e substituindo $q = -e$, vemos que a resistividade ρ é dada por

$$\rho = \frac{m}{ne^2\tau} \tag{25.24}$$

Quando n e τ não dependem de $\vec{E}$, então a resistividade não depende de $\vec{E}$ e o material condutor obedece à lei de Ohm.

TEMPO LIVRE MÉDIO NO COBRE Calcule o tempo livre médio entre as colisões no cobre para a temperatura ambiente.

podemos determinar uma expressão para o tempo livre médio τ em termos de n, ρ, e e m, rearranjando a Equação

(25.24). para o cobre $n = 8{,}5 \times 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3}$ e $\rho = 1{,}72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$. Além disso, $e = 1{,}60 \times 10^{-19}$ C e $m = 9{,}11 \times 10^{-31}$ kg para os elétrons.

Reagrupando a Equação (25.24), obtemos

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{m}{ne^2\rho}\\ &= \frac{9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}}{(8{,}5 \times 10^{28}\ \mathrm{m}^{-3})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})^2(1{,}72 \times 10^{-8}\ \Omega \cdot \mathrm{m})}\\ &= 2{,}4 \times 10^{-14}\ \mathrm{s}\end{aligned}$$

tomando o inverso desse tempo, verificamos que cada elétron realiza a média de aproximadamente 4×10^{13} colisões a cada segundo!