# IOC5815 - Geophysical Fluid Dynamics I

---

## 1 Lista de Exercícios 4

1. Para um fluido Boussinesq de duas camadas em rotação, utilize o balanço hidrostático e geostrófico para deduzir a relação de Margules:

$$f(\rho_1 u_1 - \rho_2 u_2) = -(\rho_2 - \rho_1) g \frac{\partial \eta_1}{\partial y}$$

$$f(\rho_1 v_1 - \rho_2 v_2) = (\rho_2 - \rho_1) g \frac{\partial \eta_1}{\partial x}$$

let g $' = \dfrac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2}$g otherwise $\rho_1 \cong \rho_2 \cong \rho$. E em seguida, mostre que:

$$(u_1 - u_2) = \frac{g'}{f} \frac{\partial \eta_1}{\partial y}$$

$$(v_1 - v_2) = -\frac{g'}{f} \frac{\partial \eta_1}{\partial x}$$

As convenções para este problema são as mesmas mostradas na Figura 3.5 (V).

2. Do problema anterior, vamos integrar a equação $v$ para encontrar o transporte baroclínico:

$$T = \int_0^{\eta_1} \int_a^b (v_2 - v_1) dx dz$$

e mostrar que $T = \dfrac{g'}{2f}(\eta_{1b}^2 - \eta_{1a}^2)$, i.e., depende apenas dos pontos finais de $\eta_1$, e não da estrutura de $\eta_1$. Observe que na figura em Vallis, z=0 na parte inferior. A ideia deste problema é obter o transporte na camada inferior a $\eta_1$.

3. A conservação da vorticidade potencial dita que:

$$\frac{DQ}{Dt} = 0$$

onde

$$Q = \frac{f + \zeta}{H + \eta}.$$

Demonstre esta equação a partir das equações de águas rasas.

Depois disso, considerando que $\dfrac{\zeta}{f} \ll 1$ e $\dfrac{\eta}{H} \ll 1$, mostre que

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\zeta}{f} - \frac{\eta}{H}\right) = 0$$

que é a forma linearizada da equação da conservação de vorticidade potencial para um fluido homogêneo em rotação.

Em seguida, deduza a equação 3.145 (V) a partir da expressão $Q$ dada acima e mostre que $Q'$ definido como

$$Q' = \frac{\zeta}{H} - \frac{f\eta}{H^2}$$

pode ser chamada de vorticidade potencial da perturbação.

4. Num oceano de profundidade constante H, densidade constante, f constante $\neq 0$, com a gravidade atuando para restaurar o equilíbrio da superfície do mar, considere uma perturbação de pequena amplitude na superfície, com escala horizontal longa em relação à profundidade do oceano ($L \gg H$), imóvel em $t = 0$. Compare dois casos de "ajuste" para $t>0$.

   (a) $L \ll L_D$ (raio de deformação de Rossby)

   (b) $L > L_D$.

   Esboce os resultados para o estado final somente ($t \to \infty$). Descreva brevemente as diferenças físicas de cada caso.

5. Deduza as equações da velocidade da partículas e da altura da superfície do mar de ondas de Kelvin que se propagam ao longo da costa do Chile. Estime a escala de decaimento para essas ondas presas na costa (e-folding).