

Noções de Probabilidade I

Ciências Contábeis - FEA - Noturno

1º Semestre 2023

Profs. Leonardo T. Rolla e Nikolai Kolev

(baseado em material previamente
desenvolvido pelo Prof. Gilberto Alvarenga Paula)

1 Experimento Aleatório

2 Espaço Amostral

3 Eventos

4 Probabilidade

5 Propriedades

? CARA ? OU ? COROA ?



Exemplos

- qual será a variação do PIB neste ano?
- qual será a inflação acumulada em 2018?
- qual seleção vencerá a Copa do Mundo?
- quem será o(a) próximo(a) presidente(a) do Brasil?

Definição

Experimento aleatório é aquele experimento que, ainda que sendo realizado sob condições fixas, não possui necessariamente resultado determinado.

Exemplos

- lançar uma moeda e observar o resultado
- lançar um dado e observar a face superior
- sortear um estudante da USP e perguntar sobre o hábito de fumar
- sortear um doador de sangue cadastrado e verificar o seu tipo sanguíneo

1 Experimento Aleatório

2 Espaço Amostral

3 Eventos

4 Probabilidade

5 Propriedades

Definição

Espaço amostral é conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotaremos por Ω .

Exemplos

- lançar um dado e observar a face superior
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- tipo sanguíneo de um doador
 $\Omega = \{A, B, O, AB\}$
- hábito de fumar de um estudante
 $\Omega = \{\text{sim}, \text{não}\}$
- tempo de duração de uma lâmpada (em horas)
 $\Omega = \{t : t \geq 0\}$

Para cada um dos experimentos abaixo, descreva o espaço amostral e dê o número de seus elementos.

- Numa linha de produção conta-se o número de peças defeituosas num intervalo de uma hora.
- Um fichário com dez nomes contém três nomes de mulheres. Seleciona-se ficha após ficha, até o último nome de mulher ser selecionado, e anota-se o número de fichas selecionadas.
- Uma amostra de água é retirada de um rio e observa-se a concentração de oxigênio dissolvido na água (mg/ml).

1 Experimento Aleatório

2 Espaço Amostral

3 Eventos

4 Probabilidade

5 Propriedades

Definição

Evento é qualquer subconjunto do espaço amostral.

Notação

- eventos: A, B, C, \dots
- evento impossível: \emptyset (conjunto vazio)
- evento certo: Ω (espaço amostral)

Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior,
 $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Alguns eventos

- A : sair face par $\implies A = \{2, 4, 6\} \subset \Omega$
- B : sair face maior do que 3 $\implies B = \{4, 5, 6\} \subset \Omega$
- C : sair face 1 $\implies C = \{1\} \subset \Omega$

Sejam A e B dois eventos quaisquer de um espaço amostral Ω .

União de Eventos

União dos eventos A e B representa a ocorrência de **peelo menos um** dos eventos, A ou B . Notação: $A \cup B$.

Interseção de Eventos

Interseção dos eventos A e B representa a ocorrência **simultânea** dos eventos A e B . Notação: $A \cap B$.

Diagrama de Venn: Eventos A e B

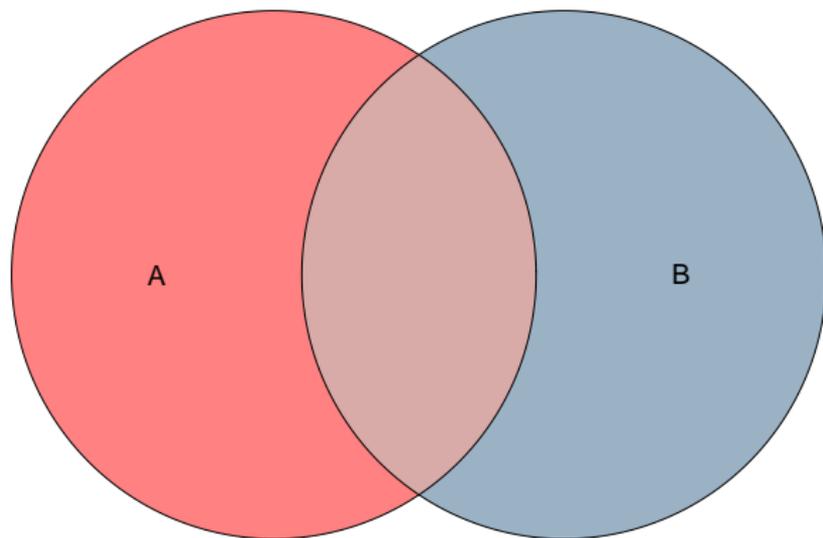
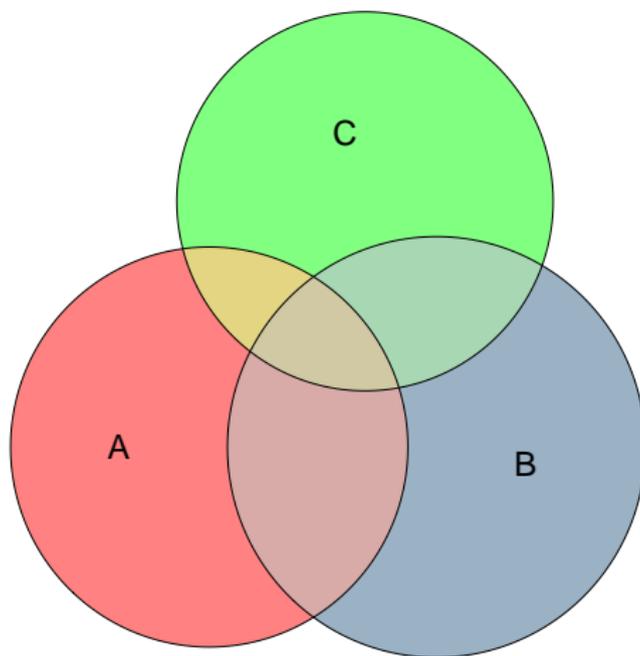
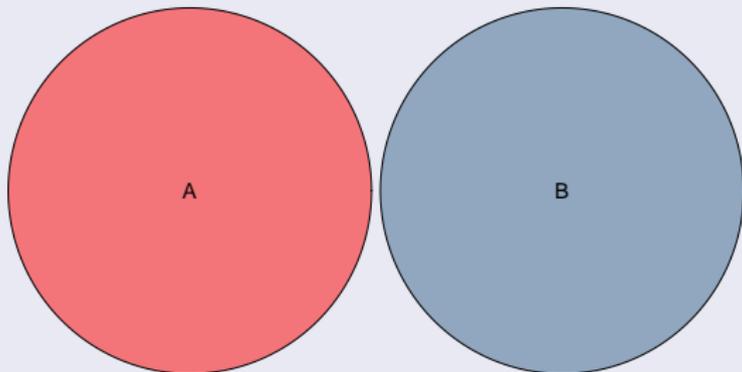


Diagrama de Venn: Eventos A, B e C



Eventos Disjuntos

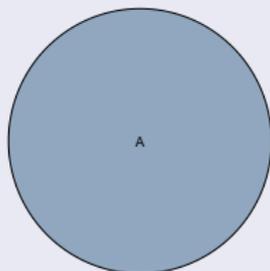
Dois eventos A e B são disjuntos (ou mutuamente exclusivos) se não têm elementos em comum, isto é $A \cap B = \emptyset$.



Eventos Complementares

Dois eventos A e B são complementares se sua interseção é vazia e sua união é o espaço amostral, isto é, $A \cap B = \emptyset$ e $A \cup B = \Omega$.

O complementar do evento A será denotado por A^c . Logo, temos que $A \cup A^c = \Omega$ e $A \cap A^c = \emptyset$.



Exemplo

Lançamento de um dado observando a face superior

$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Eventos: $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ e $C = \{1\}$.

Outros Eventos

- sair uma face par e maior do que 3

$$A \cap B = \{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\}$$

- sair uma face par e face 1

$$A \cap C = \{2, 4, 6\} \cap \{1\} = \emptyset$$

- sair uma face par ou maior do que 3

$$A \cup B = \{2, 4, 6\} \cup \{4, 5, 6\} = \{2, 4, 5, 6\}$$

- sair uma face par ou face 1

$$A \cup C = \{2, 4, 6\} \cup \{1\} = \{1, 2, 4, 6\}$$

- não sair face par

$$A^c = \{1, 3, 5\}$$

Dois dados são lançados. Seja E o evento que a soma dos dados é ímpar; F o evento que pelo menos uma das faces resultantes seja a face 1 e G o evento que a soma é 5.

Descreva os eventos $E \cap F$, $E \cup F$, $F \cap G$, $E \cap F^c$ e $E \cap F \cap G$.

1 Experimento Aleatório

2 Espaço Amostral

3 Eventos

4 Probabilidade

5 Propriedades

Definição

Probabilidade é uma medida da incerteza associada aos resultados do experimento aleatório.

Como atribuir probabilidade?

- frequências relativas de ocorrências de cada resultado
- suposições teóricas
- experiência de um especialista

Através das frequências relativas de ocorrências

- o experimento aleatório é replicado muitas vezes
- registra-se a frequência relativa com que cada resultado ocorre
- para um número grande de replicações, a frequência relativa aproxima a probabilidade

Através de suposições teóricas

Por exemplo, no lançamento de um dado admite-se que o dado é perfeitamente equilibrado. Dessa forma

$$P(\text{face1}) = P(\text{face2}) = \dots = P(\text{face 6}) = \frac{1}{6}.$$

Através da experiência de um especialista

- após o exame clínico, o médico externa a probabilidade do paciente estar com sinusite viral ou bacteriana
- após uma análise de vários indicadores econômicos um analista financeiro externa a probabilidade de um ativo financeiro render mais do que a inflação num determinado período

Equiprobabilidade

Supor que o espaço amostral tem um número finito de elementos $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, \dots, \omega_n\}$. Se A for um evento de m elementos, na situação de **equiprobabilidade**, isto é, quando as probabilidades de todos os resultados do espaço amostral são iguais, tem-se que

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de } A}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{\#A}{\#\Omega} = \frac{m}{n}.$$

Neste caso não é necessário explicitar Ω e A , bastando calcular m e n , também chamados, respectivamente, de **casos favoráveis** e **casos possíveis**.

Descrição

Alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo segundo nível de ensino e tipo de instituição.^a

Nível de Ensino	Tipo de Instituição		Total
	Pública	Privada	
Fundamental	144.548	32.299	176.847
Médio	117.945	29.422	147.367
Superior	5.159	56.124	61.283
Total	267.652	117.845	385.497

^aMEC, INEP e Fundação SEADE

Descrição

Vamos supor que um aluno diplomado em 2002 do município de São Paulo é selecionado, ao acaso.

Espaço Amostral

Ω : conjunto de 385.497 alunos diplomados em 2002 no município de São Paulo.

Eventos

- M: aluno se formou no ensino médio

$$P(M) = \frac{147.367}{385.497} = 0,382$$

- F: aluno se formou no ensino fundamental

$$P(F) = \frac{176.847}{385.497} = 0,459$$

- S: aluno se formou no ensino superior

$$P(S) = \frac{61.283}{385.497} = 0,159$$

- G: aluno se formou em instituição pública

$$P(G) = \frac{267.652}{385.497} = 0,694$$

- $M \cap G$: aluno formado no ensino médio e em instituição pública

$$P(M \cap G) = \frac{117.945}{385.497} = 0,306$$

Exercício

Uma empresa tem 15.800 funcionários classificados quanto ao setor onde trabalham, idade e sexo. Os dados estão na tabela a seguir.

Setor	Sexo	Idade		
		0–25	25–40	40 ou mais
Administrativo	Homem (H)	1100	2300	2000
	Mulher (M)	900	2200	1800
Técnico	Homem (H)	600	1400	1400
	Mulher (M)	200	1100	800

Se um funcionário é escolhido ao acaso, qual é a probabilidade que

- tenha menos de 25 anos;
- seja do sexo feminino;
- tenha mais de 40 anos;
- seja do sexo feminino e com mais de 40 anos.

1 Experimento Aleatório

2 Espaço Amostral

3 Eventos

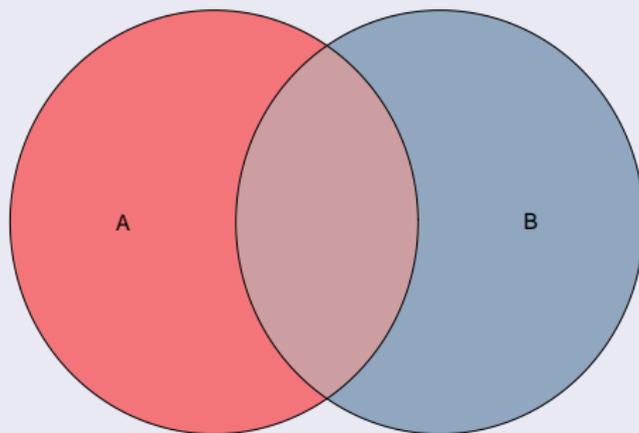
4 Probabilidade

5 Propriedades

Regra fundamental

Sejam A e B dois eventos quaisquer do espaço amostral Ω . Então

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$



Casos Particulares

- se A e B são conjuntos disjuntos ($A \cap B = \emptyset$)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- para qualquer evento A em Ω

$$P(A) = 1 - P(A^c)$$

Exemplo

Considere novamente o evento $M \cup G$: aluno formado no ensino médio **ou** em instituição pública. Então

$$\begin{aligned}P(M \cup G) &= P(M) + P(G) - P(M \cap G) \\ &= 0,382 + 0,694 - 0,306 = 0,770.\end{aligned}$$

No exercício anterior, qual é a probabilidade que o funcionário escolhido

- tenha menos de 25 ou mais de 40 anos;
- seja do sexo feminino ou com mais de 40 anos.