

Física III 2023 IF – Aula 11

Objetivos de aprendizagem

- Definir e expressar matematicamente o fluxo de um campo vetorial através de uma superfície
- Calcular o fluxo de um campo vetorial através de uma superfície limitada dado o campo e a superfície

A lei de Coulomb

$$d\vec{E} = \frac{dq}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{r}_P - \vec{r}_{dq}}{|\vec{r}_P - \vec{r}_{dq}|^3}$$

Válida para um campo eletrostático.
Permite obter o campo eletrostático a partir de
uma distribuição de cargas imóveis.

Leis de Maxwell

nome da lei	conteúdo
Gauss elétrica	$q \rightarrow \vec{E}$
Faraday	$\partial_t \vec{B} \rightarrow \vec{E}$
Ampère	$i \rightarrow \vec{B}$
Maxwell	$\partial_t \vec{E} \rightarrow \vec{B}$
Gauss magnética	não existe carga magnética

Note que não aparece a lei de Coulomb. Ela é consistente com a Lei de Gauss (elétrica), mas a Lei de Gauss é geral (vale sempre), enquanto que a de Coulomb não permite o cálculo correto do campo elétrico quando há cargas em movimento.

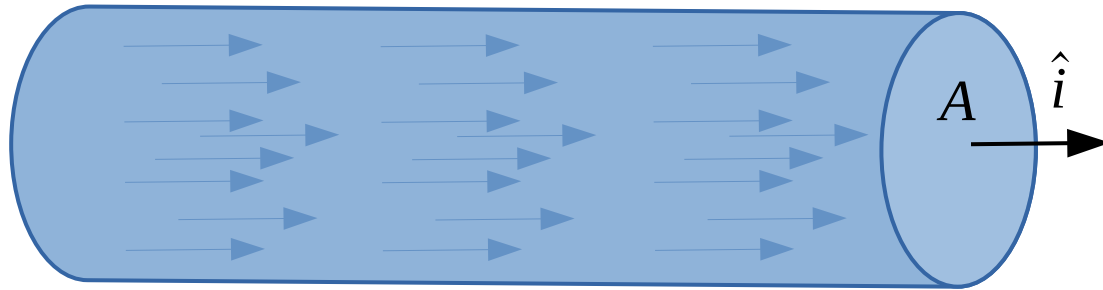
A lei de Gauss e fluxo de E

- A L.G. envolve o conceito de fluxo de um campo vetorial através de uma superfície

$$\Phi_{\vec{F}} = \int \int_S d^2\Phi_{\vec{F}} = \int \int_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$$

- Antes de enunciar a lei vamos nos familiarizar com o conceito de fluxo

Fluxo de um fluido em um tubo



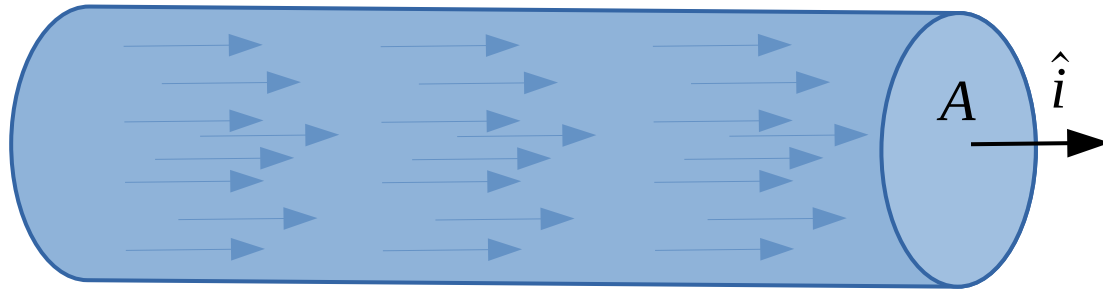
$$\vec{v}(\vec{r}) = v \hat{i}$$

velocidade

$$\Phi [\text{m}^3/\text{s}] = \frac{dV}{dt}$$

Qual é o volume do fluido que atravessa a secção do tubo de área A por unidade de tempo?

Fluxo de um fluido em um tubo



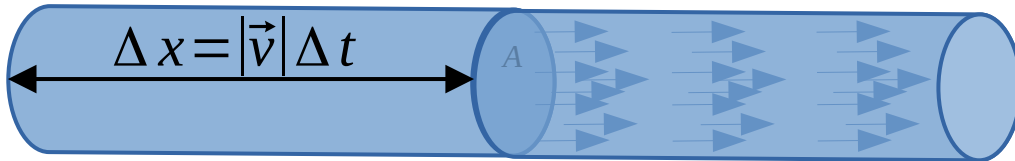
$$\vec{v}(\vec{r}) = v \hat{i}$$

velocidade

$$\Phi [\text{m}^3/\text{s}] = \frac{dV}{dt}$$

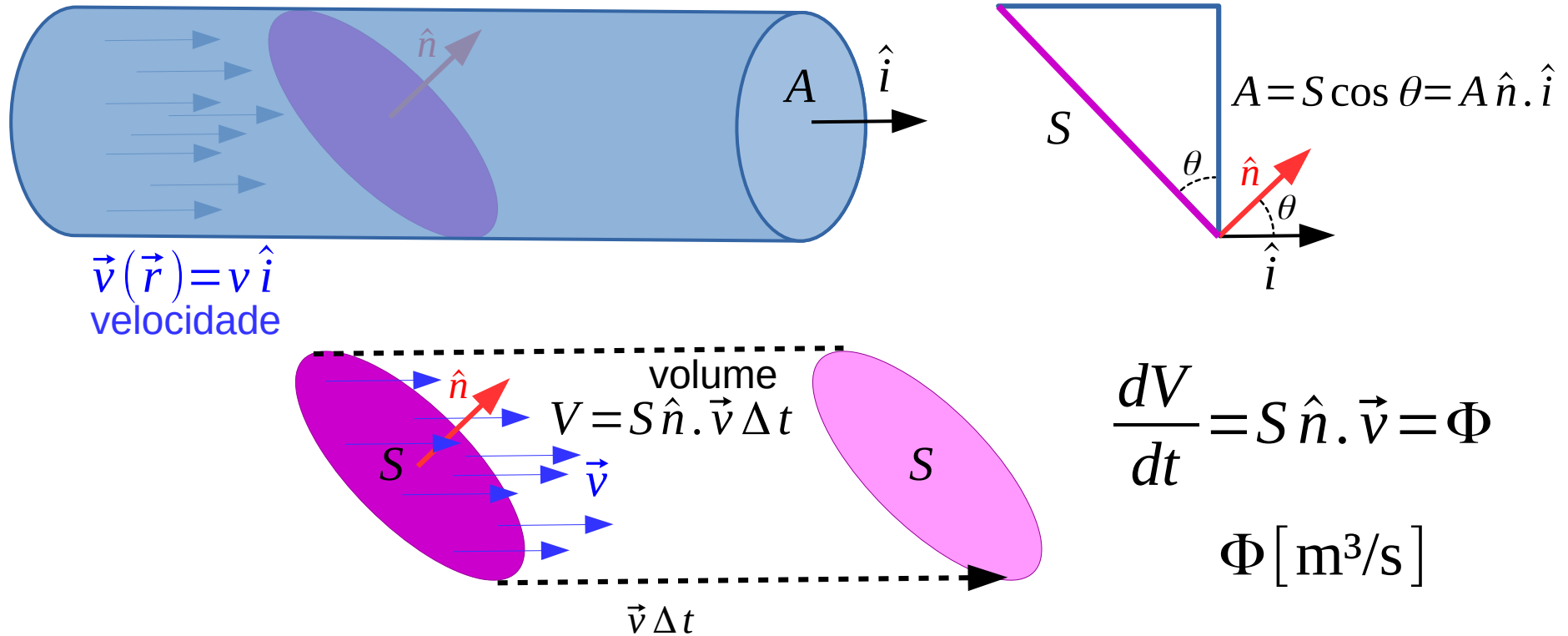
Qual é o volume do fluido que atravessa a seção do tubo de área A por unidade de tempo?

Sendo a velocidade constante e perpendicular à área, é o volume contido em um cilindro de comprimento Δx , dividido pelo intervalo de tempo:

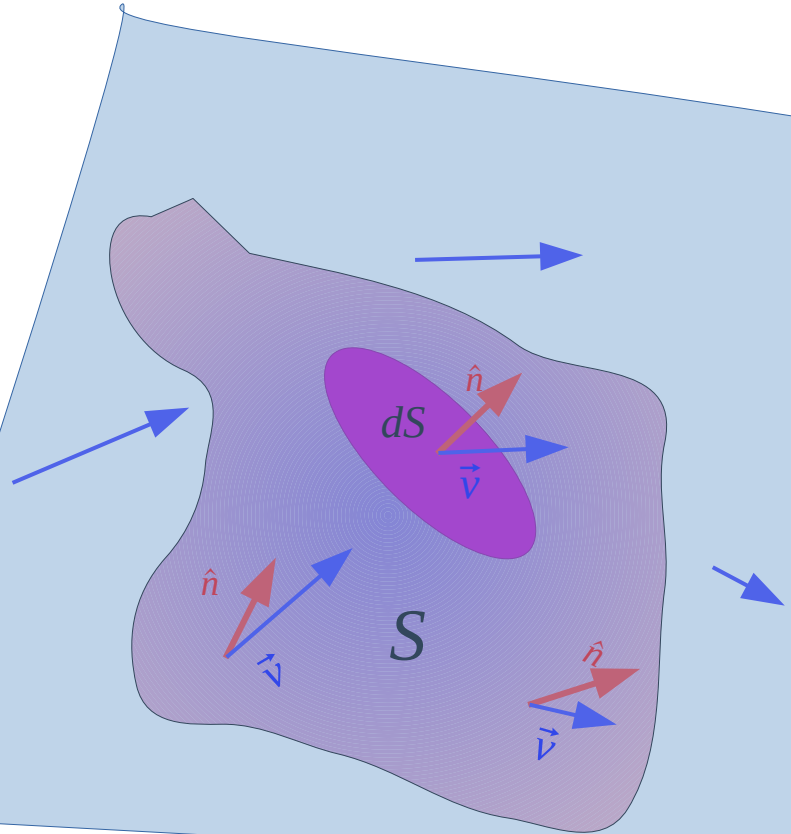


$$\frac{dV}{dt} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A \frac{\Delta x}{\Delta t} = A |\vec{v}| = A \vec{v} \cdot \hat{i}$$

Generalização para seção não ortogonal



Fluxo (em volume por segundo) de um fluido, em geral, através de uma superfície



$$\Phi(S) = \frac{dV}{dt} = \int_S dS \hat{n}(\vec{r}) \cdot \vec{v}(\vec{r})$$

Definição de fluxo

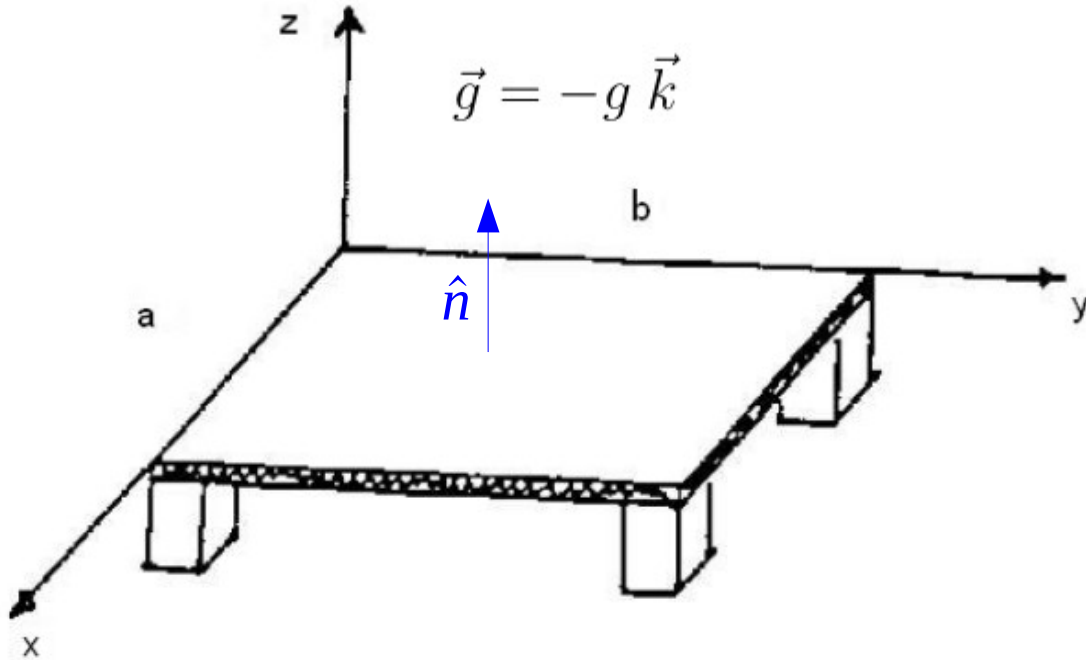
- Em geral, para um campo vetorial qualquer: $\vec{F}(\vec{r})$

$$\Phi_{\vec{F}} = \int \int_S d^2\Phi_{\vec{F}} = \int \int_S \vec{F} \cdot \vec{n} dS$$

Qualquer que seja F , qualquer que seja S , qualquer que seja o significado do fluxo (quaisquer unidades em que seja medido).

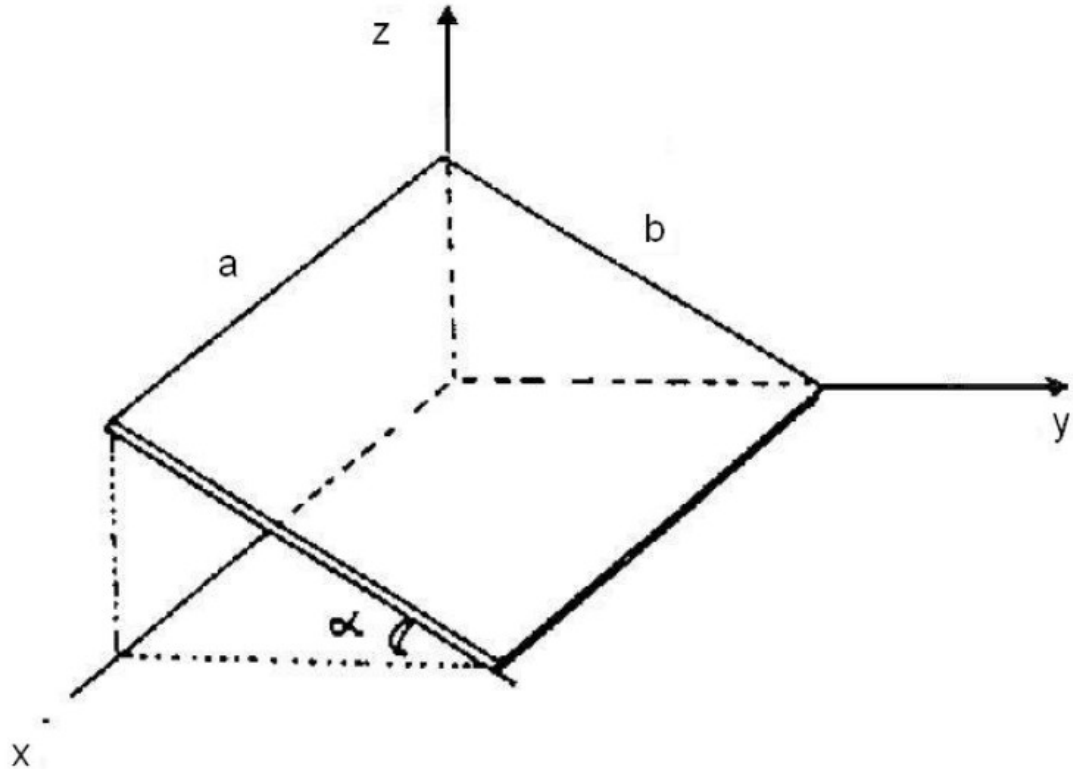
ex. 1: Fluxo do campo gravitacional

- Fluxo através de uma mesa:



ex. 2: Prancheta inclinada

- Fluxo de g ?



exemplo 3:

- Fluxo de:

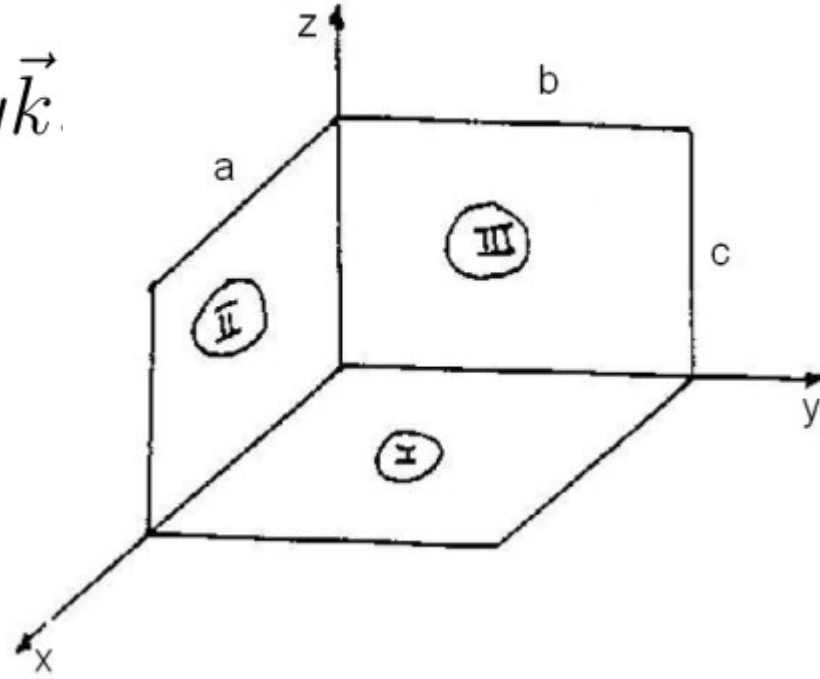
$$\vec{F} = \alpha x \vec{i} + \beta x \vec{j} + \gamma xy \vec{k}$$

- Através da superf.

I+II+III

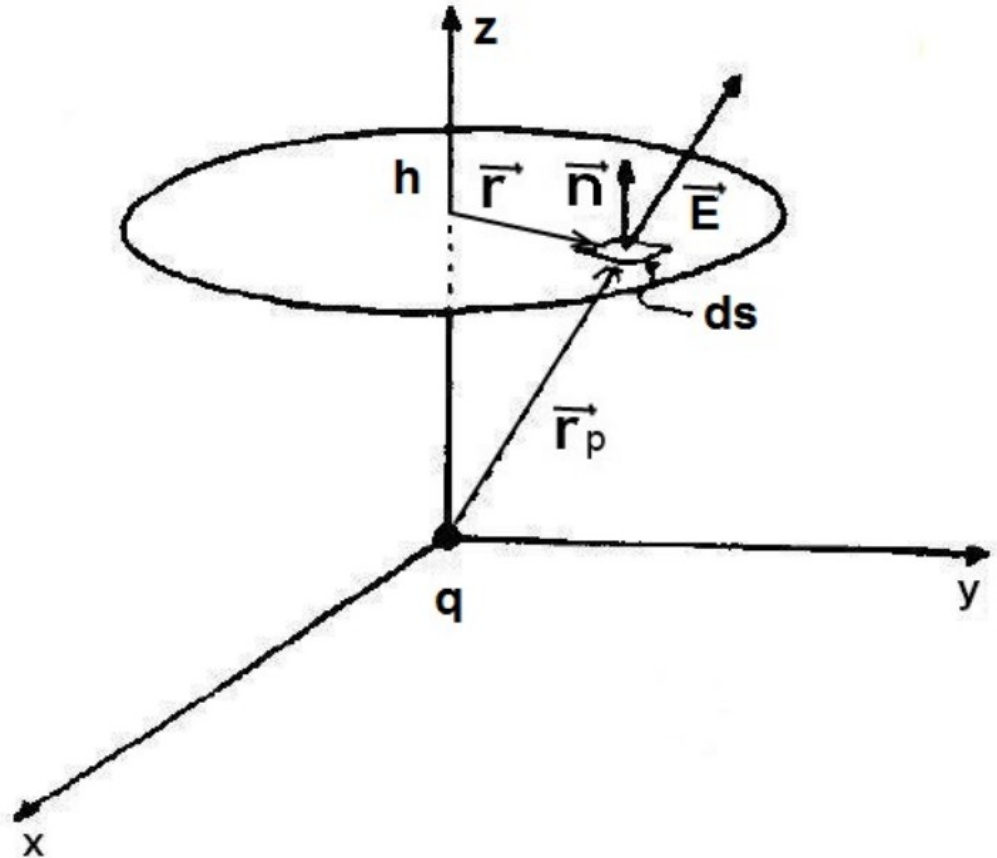
com Normais:

$$\hat{n}_I = \hat{k}, \hat{n}_{II} = \hat{j}, \hat{n}_{III} = \hat{i}$$



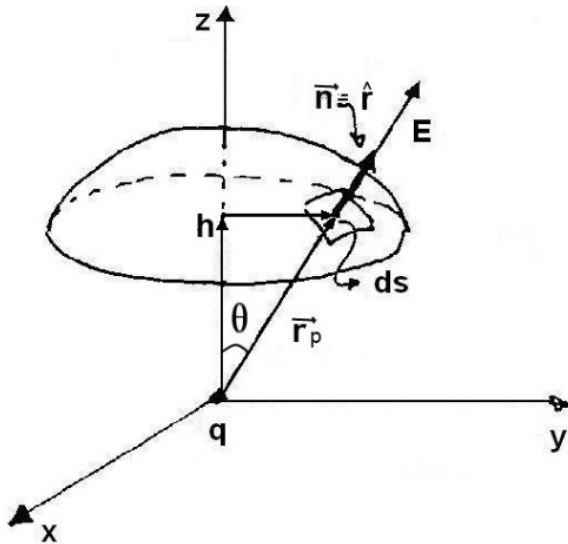
Exemplo 4

- Fluxo do campo elétrico de uma carga puntiforme através de um círculo de raio a à uma distância h cf. figura:



Exemplo 5 (Enquete 9)

Calcule o fluxo do campo elétrico de uma carga q , puntiforme e positiva, situada na origem do sistema de coordenadas sobre uma calota esférica de raio $b = \sqrt{a^2 + h^2}$, limitada pela circunferência de raio a , e centro em $(0,0,h)$ (no plano $z = h$), semelhantemente ao exemplo 4. Use coordenadas esféricas. A figura ilustra um elemento de área na superfície esférica em um ponto genérico p (note que $|\vec{r}_p| = b$).

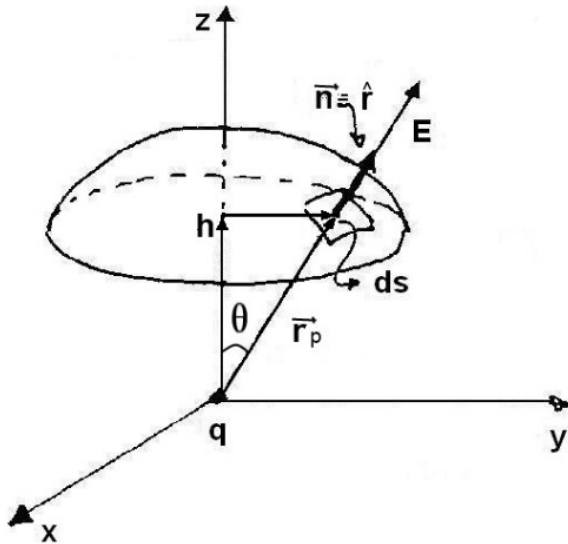


Compare com o resultado do Exemplo 4.

$$\Phi_{\vec{E}} = \frac{q}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right]$$

Exemplo 5 (Enquete 9)

Calcule o fluxo do campo elétrico de uma carga q , puntiforme e positiva, situada na origem do sistema de coordenadas sobre uma calota esférica de raio $b = \sqrt{a^2 + h^2}$, limitada pela circunferência de raio a , e centro em $(0,0,h)$ (no plano $z = h$), semelhantemente ao exemplo 4. Use coordenadas esféricas. A figura ilustra um elemento de área na superfície esférica em um ponto genérico p (note que $|\vec{r}_p| = b$).



Obs.: O resultado deste ex. 5 é o mesmo que o do ex. 4.

$$\Phi_{\vec{E}} = \frac{q}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + (a/h)^2}} \right]$$