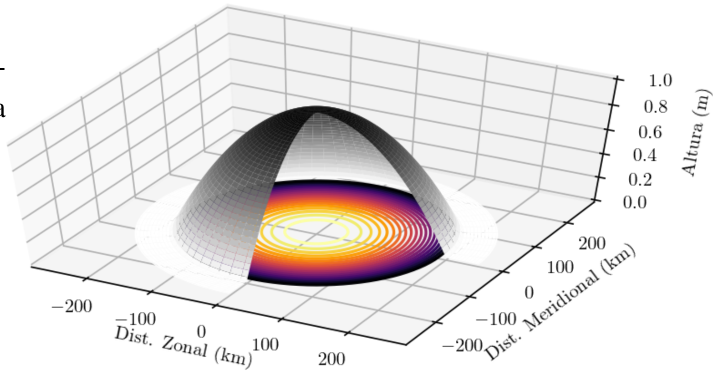
Exercício TPS 1

1. A componente zonal da equação de Navier-Stokes pode ser escrita assim: $\frac{Du}{Dt} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + fv - 2\Omega\cos(\theta)w + A_x\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + A_y\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + A_z\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$, onde os A_i representam a viscosidade turbulenta. O argumento de Reynolds para estimar o valor dos A_i foi de que a escala dos termos **viscosos** deve ser similar à escala dos termos **não-lineares**. Use este argumento (i.e.: análise de escala) para mostrar que $A_z << A_x$. $\boxed{10}$

2. Mostre que num modelo geostrófico com fluido homogêneo as isolinhas de ψ, η e p' não se cruzam. $\boxed{15}$

3. A ideia central deste problema é entender porque algumas estruturas se propagam sozinhas no oceano. Considere um vórtice cuja anomalia da altura η tem perfil parabólico, como o da Figura. η é razoavelmente bem representado, num dado instante, pela superfície em tons de cinza descrita por: $\eta(r < R) = 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2$; e $\eta(r >= R) = 0$. Os contornos internos são linhas de corrente circulares. Para simplificar o problema, assuma o seguinte:



- R constante, i.e.: simetria radial;
- profundidade H constante, i.e.: fundo plano;
- densidade ρ_0 constante, i.e.: fluido homogêneo;
- vortic. planetária $f = 2\Omega \sin\theta$;
- centro do vórtice em $\theta = 30°$S.

(a) Assumindo equilíbrio geostrófico, obtenha $u_r(\eta)$ e $v_\theta(\eta)$. $\boxed{10}$
Roteiro: Substitua η e derive para obter $v_\theta(r)$.

(b) Esse vórtice é (aproximadamente) irrotacional ou de corpo sólido? $\boxed{5}$

(c) Calcule w_z. $\boxed{5}$

(d) Para que direção o vórtice se propaga? $\boxed{15}$
Roteiro: Calcule o fluxo zonal de massa nas metades norte F_{xN} e sul F_{xS} do vórtice. Fluxo de massa é a integral do momentum na área da seção, por exemplo, $F_{xN} = \int_0^R \int_H^0 \rho_0 v_\theta \, dz dr$. Para facilitar as contas vamos assumir que o centro de massa na região Norte (Sul) fica sobre 29°S (31°S) sendo[1] $\sin(-29°) = -0.485$ e $\sin(-31°) = -0.515$.

[1] Dica: Não substitua os valores, estes números estão aqui para te ajudar a argumentar.

(e) A sua resposta anterior mudaria se assumíssemos plano f? E plano β? $\boxed{10}$

Regra da cadeia: $(f \circ g)' = (f' \circ g)g'$, regra do quociente $\left(\frac{g}{h}\right)' = \frac{g'h - gh'}{h^2}$.

- $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \frac{1}{r}\frac{\partial(r\ u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial w_z}{\partial z}$.
- $\rho g = -\frac{\partial p}{\partial z}$
- $fv = \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial x}$, e $-fu = \frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p'}{\partial y}$
- $u = -\frac{\partial \psi}{\partial y}$ e $v = \frac{\partial \psi}{\partial x}$