



## LINHAS DE TRANSMISSÃO

### 1.1 INTRODUÇÃO

Uma linha de transmissão é o elemento de circuito capaz de conduzir energia elétrica de um ponto ao outro. Em circuitos de comunicações, estas linhas têm sido usadas para transmissão de frequências na faixa de áudio, como o caso das linhas telefônicas, ou como meio de interligação entre os sistemas de antenas e o equipamento rádio, podendo ser o transmissor ou o receptor. Além dessas utilizações, as linhas de transmissão também são de grande importância em circuitos de alta frequência, principalmente na faixa de UHF e microondas, em que atuam como elementos de circuitos, podendo substituir indutores, capacitores, circuitos ressonantes, filtros, transformadores e até isoladores.

Neste capítulo serão apresentadas, de forma geral, as principais características das linhas de transmissão e, em seguida, um enfoque especial para linhas em alta frequência, incluindo algumas aplicações práticas.

As equações que descrevem o comportamento das linhas de transmissão aplicam-se ao chamado *modo principal*, no qual os campos elétricos e magnéticos são perpendiculares entre si e à direção de propagação de energia. O modo de transmissão a ser considerado é essencialmente o TEM (Transverse Electric Magnetic), freqüentemente chamado de onda eletromagnética transversa. A partir de uma certa frequência, chamada *Frequência Máxima de Operação do Modo TEM*, outros modos de propagação podem existir nas linhas de transmissão como os que ocorrem nos guias de onda. Isso acontece quando a frequência se torna tão alta que o comprimento de onda passa a ser comparável às dimensões da linha utilizada, como, por exemplo, distância entre os condutores.

As equações gerais, aqui apresentadas, serão obtidas de uma estrutura formada por dois condutores paralelos ou coaxiais supostos sempre muito próximos para que as aproximações do comportamento do modo TEM possam ser aplicadas.

A finalidade primeira deste capítulo é apresentar uma revisão dos principais conceitos envolvidos em linhas de transmissão, sem a intenção de esgotar o assunto, e fornecer ao estudante o embasamento necessário para o entendimento das aplicações, principalmente em projetos de alta frequência e antenas.

No entanto, um maior aprofundamento no assunto poderá ser encontrado nas referências do final de cada capítulo.

## 1.2 CIRCUITO EQUIVALENTE DE UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

A diferença entre o estudo feito para linhas de transmissão e aquele próprio dos circuitos comuns, está no fato de que, nas linhas, parâmetros como resistências, condutância, indutância e capacitância não mais se apresentam concentrados e, sim, distribuídos ao longo da mesma.

Porém, num trecho muito curto de linha, é possível considerar os parâmetros como concentrados e, então, aplicar a análise através da teoria usual de circuitos. A partir daí podemos deduzir o comportamento da linha em seu comprimento total.

Uma linha de transmissão uniforme [1 a 5] pode ser representada como uma associação em cascata de infinitas seções de impedância série e admitância paralela, como é mostrado na Figura 1.1.

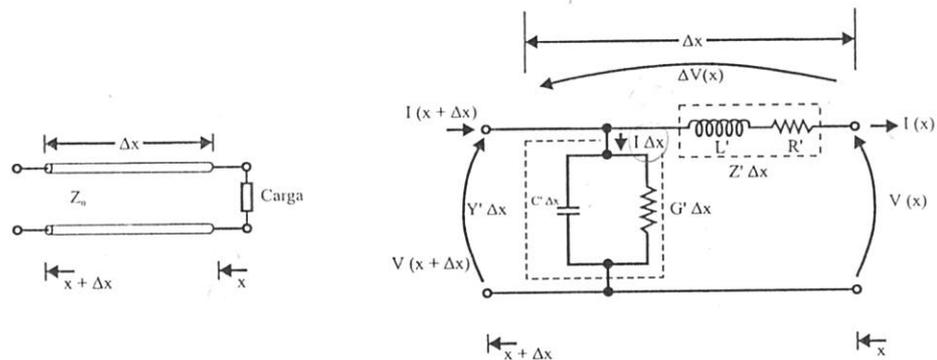


Figura 1.1 Circuito equivalente de uma seção elementar de linha de transmissão.

### 1.2.1 TENSÃO E CORRENTE NA LINHA DE TRANSMISSÃO

A queda de tensão,  $\Delta V(x)$ , na seção elementar da linha vale:

$$\Delta V(x) = V(x + \Delta x) - V(x) = I(x)Z' \Delta x \quad (1.1)$$

De forma semelhante, a corrente vale:

$$\Delta I(x) = I(x + \Delta x) - I(x) = Y' \Delta x V(x + \Delta x) \quad (1.2)$$

ou:

$$\frac{\Delta V(x)}{\Delta x} = I(x)Z' \quad (1.3)$$

em que:

$$Z' = R' + j\omega L'$$

$R'$  = resistência por unidade de comprimento

$L'$  = indutância por unidade de comprimento

$$\frac{\Delta I(x)}{\Delta x} = Y' V(x + \Delta x) \quad (1.4)$$

em que:

$$Y' = G' + j\omega C'$$

$G'$  = condutância por unidade de comprimento

$C'$  = capacitância por unidade de comprimento

Tomando o limite quando  $\Delta x \rightarrow 0$ , obtém-se:

$$\frac{dV(x)}{dx} = I(x)Z' \quad (1.5)$$

$$\frac{dI(x)}{dx} = Y' V(x) \quad (1.6)$$

Derivando a Equação 1.5, obtém-se:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = \frac{Z' dI(x)}{dx} \quad (1.7)$$

Como

$$\frac{dI(x)}{dx} = Y' V(x)$$

a equação anterior resulta:

$$\frac{d^2 V(x)}{dx^2} = Z' Y' V(x) \quad (1.8)$$

Da mesma forma para a Equação 1.6, obtém-se:

$$\frac{d^2 I(x)}{dx^2} = Y' \frac{dV(x)}{dx} = Y' Z' I(x) \quad (1.9)$$

Observa-se que a segunda derivada, tanto para tensão como para corrente, tem forma semelhante à primeira derivada, pois:

- na Equação 1.8  $Y'V \rightarrow$  representa corrente;
- na Equação 1.9  $Z'I \rightarrow$  representa tensão.

Isso leva a admitir que a solução para as equações diferenciais é uma exponencial, ou seja:

$$V = V_0 e^{\gamma x} \quad (1.10)$$

e

$$I = I_0 e^{\gamma x} \quad (1.11)$$

respectivamente, para as Equações 1.5 e 1.6.

Assim,

$$\frac{dV}{dx} = V_0 \gamma e^{\gamma x} = \gamma V \quad (1.12)$$

e

$$\frac{d^2V}{dx^2} = V_0 \gamma^2 e^{\gamma x} = \gamma^2 V \quad (1.13)$$

Igualando-se as Equações 1.8 e 1.13, tem-se:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = Z' Y' V = \gamma^2 V \Rightarrow \gamma^2 = Z' Y'$$

ou

$$\gamma = \pm \sqrt{Z' Y'} \quad (1.14)$$

O mesmo resultado é obtido manipulando-se a Equação 1.9.

Como há duas raízes possíveis para  $\gamma$ , a solução final será do tipo:

$$V = Ae^{\gamma x} + Be^{-\gamma x} \quad (1.15)$$

Para a corrente, tem-se: *de (1.5)*

$$\frac{dV}{dx} = IZ' \text{ ou } I = \frac{1}{Z'} \frac{dV}{dx}$$

mas *por (1.15)*

$$\frac{dV}{dx} = A\gamma e^{\gamma x} - B\gamma e^{-\gamma x} = IZ'$$

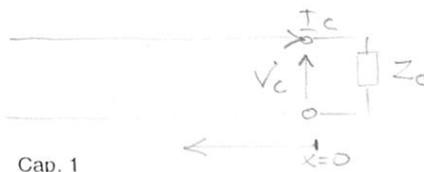
então:

$$I = \frac{A}{Z'} \gamma e^{\gamma x} - \frac{B\gamma}{Z'} e^{-\gamma x} = \frac{\gamma}{Z'} (A e^{\gamma x} - B e^{-\gamma x}) \quad (1.16)$$

Para determinação dos coeficientes A e B pode-se escrever:

Quando  $x = 0$ ,  $V = V_C$  e  $I = I_C$ , ou seja  $V_C$  e  $I_C$  representam, respectivamente, tensão e corrente na carga.

$$\gamma = \frac{\sqrt{Z' Y'}}{Z'} = \sqrt{\frac{Y'}{Z'}}$$



$$V_c = A + B$$

$$I_c = \sqrt{\frac{Y'}{Z'}} (A - B)$$

ou

$$A + B = V_c \quad (\alpha)$$

$$A - B = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c \quad (\beta)$$

onde

Sabe-se que:  $V_c = Z_c I_c$ , em que  $Z_c$  representa a impedância da carga colocada na extremidade da linha de transmissão.

Impondo estas condições nas Equações 1.15 e 1.16, resulta:

$$A = \frac{1}{2} (V_c + \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c) \quad (\alpha) + (\beta) \quad (1.17)$$

e

$$B = \frac{1}{2} (V_c - \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c) \quad (\alpha) - (\beta) \quad (1.18)$$

Com a substituição dos valores de A e B nas Equações 1.15 e 1.16, tem-se as expressões para tensão e corrente ao longo da linha, em função dos parâmetros da mesma e dos valores de tensão e corrente na carga. Portanto:  $V(x) = A e^{\gamma x} + B e^{-\gamma x}$

$$V = \frac{1}{2} [(V_c + \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c) e^{\gamma x} + (V_c - \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c) e^{-\gamma x}] \quad (1.19)$$

e

$$I(x) = \sqrt{\frac{Y'}{Z'}} [A e^{\gamma x} - B e^{-\gamma x}]$$

$$I = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{V_c + \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c}{\sqrt{\frac{Z'}{Y'}}} \right) e^{\gamma x} - \left( \frac{V_c - \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_c}{\sqrt{\frac{Z'}{Y'}}} \right) e^{-\gamma x} \right] \quad (1.20)$$

### 1.2.2 CONSTANTE DE PROPAGAÇÃO

O termo  $\gamma$  é uma constante complexa que afeta o resultado da tensão ou corrente em função da posição  $x$  ao longo da linha, por isso é denominado *constante de propagação*.

Como  $\gamma$  é um número complexo, pode ser escrito como:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z' Y'} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} \quad (1.21)$$

A constante de propagação, ao ser inserida como expoente, gera a seguinte equação:

$$e^{j\beta x} = e^{(\alpha + j\beta)x} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x}$$

$$e^{\gamma x} = e^{\alpha x} \cdot e^{j\beta x} = e^{\alpha x} (\cos \beta x + j \sin \beta x) \quad (1.22)$$

Desta forma, uma tensão ou corrente, ao ser multiplicada por  $e^{\gamma x}$ , terá sua amplitude alterada por  $e^{\alpha x}$  e sua fase por  $e^{j\beta x}$ , por isso  $\alpha$  é denominada constante de atenuação e  $\beta$ , constante de fase.

Para a unidade de  $\alpha$  foi adotada a denominação NEPER/m [2], sendo dada por:

$$\text{NEPER} = \ln \frac{V_2}{V_1} \text{ ou } \ln \frac{I_2}{I_1} \quad \text{ATEENUAÇÃO LOGARÍTMICA NATURAL} \quad (1.23)$$

em que  $V_2$  e  $V_1$  representam as tensões e  $I_2$  e  $I_1$ , as correntes em dois pontos da linha entre os quais se deseja medir a atenuação.

Na prática, a unidade mais empregada é o decibel (dB), definida por:

$$\text{dB} = 10 \log \frac{P_2}{P_1} \quad (1.24)$$

em que  $P_2$  e  $P_1$  representam as potências em dois pontos da linha.

A conversão entre essas unidades é a seguinte:

$$A_{\text{dB}} = 8,686 A_N \quad (\text{Neper} \rightarrow \text{dB}) \quad (1.25)$$

$$A_N = 0,115 A_{\text{dB}} \quad (\text{dB} \rightarrow \text{Neper}) \quad (1.26)$$

### 1.2.3 IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA

Para uma linha de transmissão de comprimento infinito, a relação entre tensão e corrente em um ponto da mesma, torna-se independente do que for ligado na extremidade oposta, ou seja no final da linha.

Isso pode ser observado nas Equações 1.19 e 1.20, quando  $x$  tende para o infinito. Assim, os segundos termos daquelas equações, ou seja, os que contêm  $(e^{-\gamma x})$ , podem ser desprezados.

Relacionando-se tensão e corrente, obtém-se a impedância, que fica independente da posição na linha

$$10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log \frac{V_2^2 / Z_0}{V_1^2 / Z_0}$$

$$= 20 \log \frac{V_2}{V_1}$$

$$10 \log P_2 / P_1 = A_{\text{dB}} =$$

$$= 20 \frac{\ln V_2 / V_1}{\ln 10}$$

$$\ln V_2 / V_1 = A_{\text{Nep}}$$

$$A_{\text{dB}} = \frac{20}{\ln 10} A_{\text{Nep}} \rightarrow 8,686$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{V}{I} = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = Z_0 \quad \text{independe da carga}$$



$$\frac{V}{I} = \frac{\frac{1}{2}(V_C + \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_C) e^{\gamma x}}{\frac{1}{2} \left( \frac{V_C + \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} I_C}{\sqrt{\frac{Z'}{Y'}}} \right) e^{\gamma x}} = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} \quad (1.27)$$

A impedância

$$\sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = Z_0$$

é chamada *impedância característica*, pois depende apenas dos parâmetros da linha

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}} = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad \text{impedância característica} \quad (1.28)$$

Usando essa notação, as Equações 1.19 e 1.20 podem ser reescritas como:

$$V = \frac{1}{2} [(V_C + Z_0 I_C) e^{\gamma x} + (V_C - Z_0 I_C) e^{-\gamma x}] \quad (1.29)$$

$$I = \frac{1}{2Z_0} [(V_C + Z_0 I_C) e^{\gamma x} - (V_C - Z_0 I_C) e^{-\gamma x}] \quad (1.30)$$

ou ainda, por (1.29)

$$V = V_C \underbrace{\left( \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right)}_{\cosh(\gamma x)} + Z_0 I_C \underbrace{\left( \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right)}_{\sinh(\gamma x)} \quad (1.31)$$

comportamento hiperbólico

por (1.20)

$$I = I_C \left( \frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} \right) + \frac{V_C}{Z_0} \left( \frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} \right) \quad (1.32)$$

Como:

$$\frac{e^{\gamma x} + e^{-\gamma x}}{2} = \cos h(\gamma x) \quad (1.33)$$

e

$$\frac{e^{\gamma x} - e^{-\gamma x}}{2} = \operatorname{sen} h(\gamma x) \quad (1.34)$$

Resulta:

$$V = V_C \cos h(\gamma x) + Z_0 I_C \operatorname{sen} h(\gamma x) \quad (1.35)$$

$$I = I_C \cos h(\gamma x) + \frac{V_C}{Z_0} \operatorname{sen} h(\gamma x) \quad (1.36)$$

### 1.3 ONDAS CAMINHANTES

As equações anteriores representam valores dependentes somente da posição ( $x$ ) ao longo da linha, não incluindo, portanto, a variável tempo. Para operar com valores instantâneos, é necessário multiplicar os valores de  $V$  e  $I$  por  $\sqrt{2}$  e acrescentar o termo  $e^{j\omega t}$  para incluir o fator tempo. Dessa forma, as equações resultam:

$$v = \sqrt{2} V e^{j\omega t} \quad (1.37)$$

$$i = \sqrt{2} I e^{j\omega t} \quad (1.38)$$

em que  $\omega = 2\pi f$ , sendo  $f$  = frequência do sinal.

Aplicando isso às Equações 1.29 e 1.30, tem-se:

$$v = \underbrace{\left( \frac{V_C + Z_0 I_C}{2} \right)}_{V_1} \sqrt{2} e^{(j\omega t + \gamma x)} + \underbrace{\left( \frac{V_C - Z_0 I_C}{2} \right)}_{V_2} \sqrt{2} e^{(j\omega t - \gamma x)} \quad (1.39)$$

e

$$i = \underbrace{\left(\frac{V_C + Z_0 I_C}{2Z_0}\right)}_{I_1} \sqrt{2} e^{j(\omega t + \gamma x)} - \underbrace{\left(\frac{V_C - Z_0 I_C}{2Z_0}\right)}_{I_2} \sqrt{2} e^{j(\omega t - \gamma x)} \quad (1.40)$$

A Equação 1.39, por exemplo, pode ser escrita como:

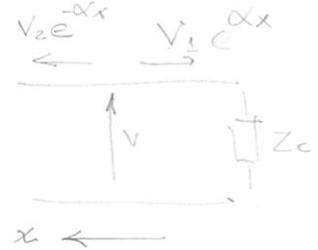
$$v = V_1 e^{\alpha x} e^{j(\omega t + \beta x)} + V_2 e^{-\alpha x} e^{j(\omega t - \beta x)} \quad (1.41)$$

em que:

$$V_1 = \left(\frac{V_C + Z_0 I_C}{2}\right) \sqrt{2}$$

e

$$V_2 = \left(\frac{V_C - Z_0 I_C}{2}\right) \sqrt{2}$$



Observa-se que o termo  $V_1 e^{\alpha x}$  aumenta e  $V_2 e^{-\alpha x}$  diminui à medida que  $x$  aumenta. Portanto, esses termos representam ondas caminhantes na linha, correspondendo o primeiro deles à onda incidente que se desloca do gerador para a carga e o segundo, à onda refletida, com deslocamento da carga para o gerador.

A mesma análise pode ser feita para a Equação 1.40 de corrente na linha.

A tensão total na linha  $V(x)$  é, portanto, a soma de dois vetores correspondentes às ondas que caminham em direções opostas. A amplitude resultante varia com a posição na linha, como mostra a Figura 1.2.

### 1.3.1 COEFICIENTE DE REFLEXÃO

O coeficiente de reflexão em um determinado ponto da linha de transmissão é definido como a relação entre a onda refletida e a onda incidente naquele ponto.

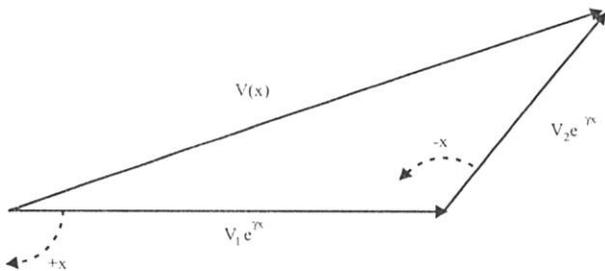


Figura 1.2 A tensão total na linha é a soma de dois vetores correspondentes às ondas incidentes e refletidas.

$$\Gamma = \frac{V_{ref.}}{V_{inc.}} \quad (1.42)$$

e

$$\Gamma = \frac{-I_{ref.}}{I_{inc.}} \quad (1.43)$$

$$\Gamma(x) = \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \Gamma(x) = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} = \frac{V_C - Z_0 I_C}{V_C + Z_0 I_C} e^{-2\gamma x}$$

Relacionando as partes correspondentes das tensões refletida e incidente na Equação 1.29 na posição x, o coeficiente de reflexão resulta:

$$\Gamma(x) = \frac{I_C (V_C / I_C - Z_0)}{I_C (V_C / I_C + Z_0)} e^{-2\gamma x}$$

$$\Gamma(x) = \frac{(V_C - Z_0 I_C)}{(V_C + Z_0 I_C)} e^{-2\gamma x} \quad (1.44)$$

Fazendo  $Z_C = V_C / I_C$ , resulta:

$$\Gamma(x) = \frac{(Z_C - Z_0)}{(Z_C + Z_0)} e^{-2\gamma x} \quad (1.45)$$

*em qualquer ponto em função de  $Z_0$  e de  $Z_C$ .*

**Coefficiente de Reflexão na Carga**

Na posição correspondente à carga  $x = 0$ , portanto:

$$\Gamma_C = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \quad (1.46) \quad \Gamma(x) = \Gamma_C e^{-2\gamma x}$$

Coefficiente de reflexão com carga "casada":  $Z_C = Z_0$ . Neste caso a linha é terminada por uma carga de impedância igual à impedância característica da linha.

$$\frac{Z_C (1 - Z_0/Z_C)}{Z_C (1 + Z_0/Z_C)} = 0 \quad Z_C \rightarrow \infty$$

$\Gamma_C = 0$  → isto significa que toda a energia incidente é absorvida pela carga.

Coefficiente de reflexão com linha aberta:  $Z_C = \infty$ .

$\Gamma_C = 1$  → tensão incidente e refletida estão em fase.

Coefficiente de reflexão com linha em curto:  $Z_C = 0$ .

$\Gamma_C = -1$  → tensão incidente e refletida defasada em  $180^\circ$ .

$$V = \frac{1}{2} \left[ (V_c + Z_0 I_c) e^{\gamma x} + (V_c - Z_0 I_c) e^{-\gamma x} \right]$$

$$I = \frac{1}{2Z_0} \left[ (V_c + Z_0 I_c) e^{\gamma x} - (V_c - Z_0 I_c) e^{-\gamma x} \right]$$

$$V_c = Z_c I_c$$

$$\Gamma_c = \frac{Z_c - Z_0}{Z_c + Z_0}$$

### 1.3.2 IMPEDÂNCIA AO LONGO DA LINHA DE TRANSMISSÃO

A relação entre tensão e corrente a uma distância  $x$  da carga fornece a impedância naquele ponto. Substituindo-se  $\Gamma_c$  nas Equações 1.29 e 1.30 e relacionando as mesmas, a impedância resulta em:

$$Z(x) = \frac{V(x)}{I(x)} = Z_0 \frac{e^{\gamma x} + \Gamma_c e^{-\gamma x}}{e^{\gamma x} - \Gamma_c e^{-\gamma x}} = Z_0 \frac{1 + \Gamma_c e^{-2\gamma x}}{1 - \Gamma_c e^{-2\gamma x}} \quad (1.47)$$

ou

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c + Z_0 \operatorname{tgh} \gamma x}{Z_0 + Z_c \operatorname{tgh} \gamma x} \quad (1.48)$$

Por meio das Equações 1.47 e 1.48, observa-se que, se a linha for terminada por uma carga igual a sua impedância característica, o valor da impedância será constante em qualquer ponto e igual a  $Z_0$ .

Ou seja, para  $Z_c = Z_0$ ,  $\Gamma_c = 0$

e assim

*sem reflexões*

$$Z(x) = Z_0$$

### 1.3.3 VELOCIDADE DE FASE

A velocidade de fase pode ser encarada como a velocidade em que um observador deveria se deslocar para "ver" a onda se deslocando sempre com a mesma fase. Na Equação 1.41 verifica-se que os termos  $e^{j(\omega t + \beta x)}$  e  $e^{j(\omega t - \beta x)}$  são responsáveis pela mudança de fase.

Tomando-se o termo  $e^{j(\omega t - \beta x)}$ , que representa o termo correspondente ao deslocamento para  $x$  crescente, e fazendo-se  $\omega t - \beta x = K$  (fase constante), obtém-se:

$$\left. \begin{aligned} \omega t - \beta x &= K \\ x &= \frac{\omega t - K}{\beta} \end{aligned} \right\}$$

$$x = \frac{\omega t}{\beta} - \frac{K}{\beta}$$

*deslocamento entre as fases iguais*

A velocidade de fase pode ser obtida por meio de:

$$\frac{dx}{dt} = v_f = \frac{\omega}{\beta}$$

$$v_f = \frac{\omega}{\beta}$$

(1.49)

**1.3.4 COMPRIMENTO DE ONDA NA LINHA DE TRANSMISSÃO**

O comprimento de onda senoidal é definido como a distância entre dois picos sucessivos da onda, ou seja, na qual a variação de fase é de  $2\pi$  radianos. O comprimento de onda geralmente é representado por  $\lambda$ .

*distância entre 2 picos com a mesma fase*

Assim, para a linha de transmissão

$$\beta x = \phi$$

para

$$x = \lambda_f; \phi = 2\pi$$

$$\beta \lambda_f = 2\pi \text{ ou } \beta = \frac{2\pi}{\lambda_f} \quad \text{constante de fase} \quad (1.50)$$

Sabe-se que:  $\beta = \frac{\omega}{v_f}$  ou

$$v_f = \frac{\omega}{\beta}$$

Portanto:

$$v_f = \frac{2\pi f \lambda_f}{2\pi} = \lambda \cdot f$$

$T = \frac{1}{f}$

$$v_f = \lambda \cdot f \quad \text{ou} \quad \lambda = v_f T \quad (1.51)$$

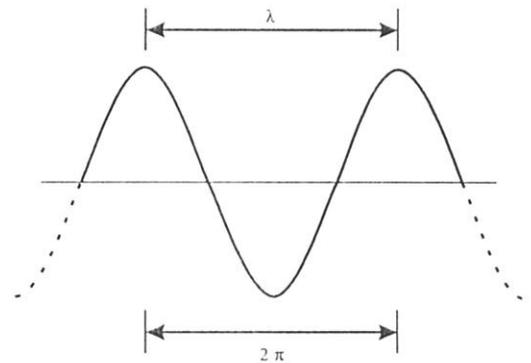
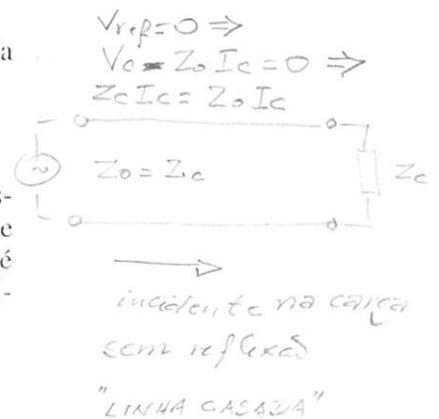


Figura 1.3 Comprimento de onda.

Em uma linha de transmissão TEM a velocidade de fase é a própria velocidade de propagação da onda.

**1.4 ONDAS ESTACIONÁRIAS**

Quando uma linha de transmissão é terminada por uma carga resistiva igual a sua impedância característica  $Z_0$ , a energia flui entre gerador e carga sem reflexão. Nessa situação, a impedância "vista" pelo gerador é igual a  $Z_0$  e tem-se aí uma condição chamada "linha casada". Para qual-



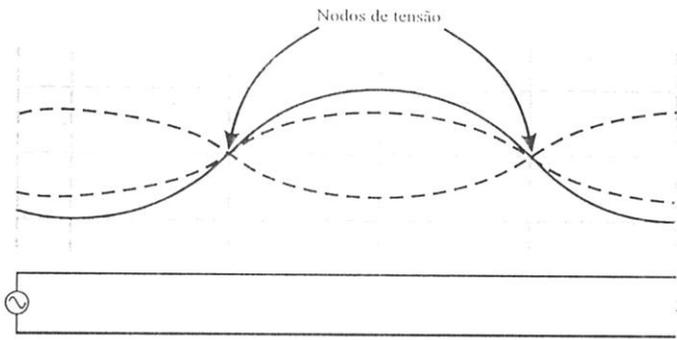


Figura 1.4 Onda estacionária de tensão em uma linha de transmissão aberta.

quer outra impedância de terminação diferente de  $Z_0$ , ocorre reflexão e parte da potência incidente retorna ao gerador, onde outra reflexão poderá ocorrer se o gerador não estiver “casado” com a linha. Dessa forma, as duas ondas caminantes, incidente e refletida, com direções de propagação opostas, dão origem a uma onda estacionária de tensão e outra de corrente. Isso ocorre mesmo que a impedância do gerador seja igual à impedância característica  $Z_0$  da linha. Ao longo da linha de transmissão entre o gerador e a carga, em alguns pontos, a composição da onda incidente e da refletida produz reforços e, em outros, diminuição, provocando os máximos e mínimos da onda estacionária resultante, como mostra a Figura 1.4.

Na condição de “descasamento”, a impedância de entrada da linha depende não somente da carga, mas também do comprimento da linha, ou seja, da separação elétrica entre gerador e carga.

#### 1.4.1 LINHA FENDIDA

Os pontos máximos e mínimos da onda estacionária podem ser observados utilizando-se uma linha coaxial com uma fenda por onde se desloca uma sonda detetora (linha fendida) cuja saída é ligada a um voltímetro ou osciloscópio. Um esboço de linha fendida é mostrado na Figura 1.5.

Os detectores empregados nas medidas de onda estacionária, em geral, fornecem valores eficazes, não sendo, portanto, possível indicar a polaridade do sinal. Por isso, na prática, é comum na representação da onda estacionária, mostrar somente as variações do sinal para observação onde ocorrem os pontos máximos e mínimos da tensão ou da corrente.

A Figura 1.6 mostra uma representação convencional de ondas estacionárias em uma linha aberta.

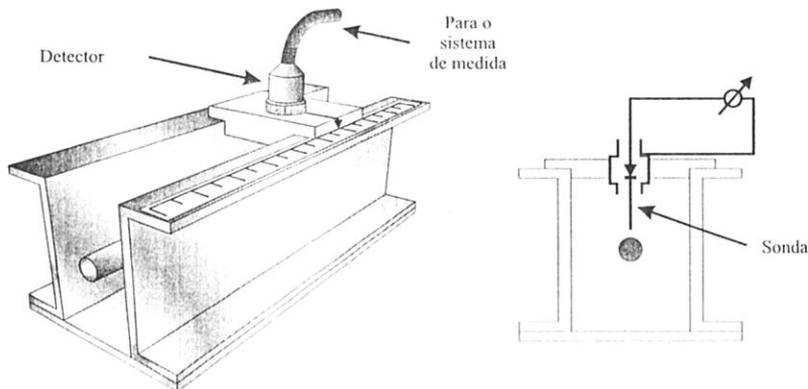


Figura 1.5 Esboço de linha fendida.

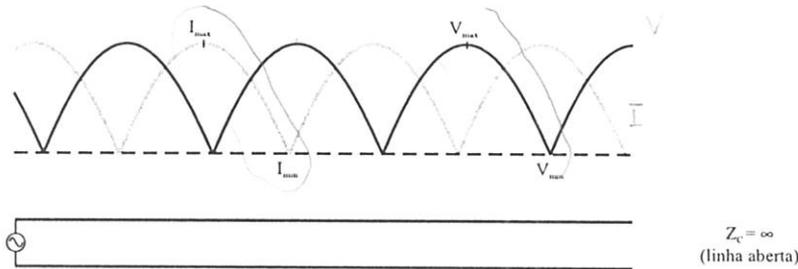


Figura 1.6 Representação convencional de ondas estacionárias para uma linha aberta.

### 1.4.2 RELAÇÃO DE ONDA ESTACIONÁRIA (ROE) (SWR – STAND WAVE RATIO)

A relação de onda estacionária (ROE, SWR ou S) é definida como a relação entre os valores máximos e mínimos de tensão ou corrente, tomados em pontos adjacentes, ou seja:

$$ROE = SWR = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} = \frac{|I_{max}|}{|I_{min}|} \quad (1.52)$$

A relação da onda estacionária pode também ser especificada em termos do coeficiente de reflexão da seguinte forma:

$$\begin{aligned} |V_{max}| &= |V_{inc}| + |V_{ref}| && \text{REFORÇO} \\ |V_{min}| &= |V_{inc}| - |V_{ref}| && \text{ATENUAÇÃO} \end{aligned}$$

$$T' = \frac{V_{ref}}{V_{inc}} = \frac{V_c - Z_0 I_c}{V_c + Z_0 I_c} e^{-2\alpha x}$$

$$S = \frac{|V_{max}|}{|V_{min}|} = \frac{|V_{inc}| + |V_{ref}|}{|V_{inc}| - |V_{ref}|} = \frac{1 + \frac{|V_{ref}|}{|V_{inc}|}}{1 - \frac{|V_{ref}|}{|V_{inc}|}} = \frac{1 + |T'|}{1 - |T'|}$$

mas  $P = V^2/Z \Rightarrow V = \sqrt{PZ}$

$$\frac{|V_{ref}|}{|V_{inc}|} = \frac{\sqrt{P_{ref}}}{\sqrt{P_{inc}}} = |\Gamma|$$

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \Rightarrow$$

$$(1 - |\Gamma|)S = 1 + |\Gamma|$$

$$S - |\Gamma|S = 1 + |\Gamma|$$

$$|\Gamma|(1 + S) = S - 1 \text{ ou}$$

$$|\Gamma| = \frac{S - 1}{S + 1}$$

Portanto,

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \quad (1.53)$$

ou

$$S = \frac{1 + \sqrt{\frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{inc}}}}}{1 - \sqrt{\frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{inc}}}}} \quad (1.54)$$

Observa-se que, como a relação de onda estacionária depende apenas do módulo do coeficiente de reflexão, o mesmo valor desta grandeza poderá ser obtido para diferentes tipos de cargas, desde que suas impedâncias apresentem o mesmo valor absoluto. O valor de  $S$  é sempre um número real.

É importante observar que, como o módulo do coeficiente de reflexão não é constante em uma linha com perdas, também a relação de onda estacionária não apresenta o mesmo valor em todos os pontos da linha. A Figura 1.7 mostra a representação desses valores ao longo da linha.

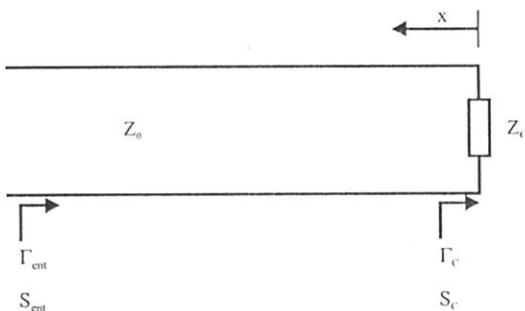
Conforme a Equação 1.45, o coeficiente de reflexão na forma mais geral pode ser expresso como:

$$\Gamma_{\text{ent}} = \left( \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \right) e^{-2\gamma x} = \Gamma_C e^{-2\gamma x}$$

$$\Gamma_{\text{ent}} = \Gamma_C e^{-2(\alpha + j\beta)x} = \Gamma_C e^{-2\alpha x} \cdot e^{-j2\beta x}$$

O termo  $e^{-2\alpha x}$  altera o módulo do coeficiente de reflexão com a distância e o termo  $e^{-j2\beta x}$  altera sua fase.

A relação de onda estacionária na linha, conforme a Equação 1.53, é escrita como:



$\Gamma_{\text{ent}}$  = coeficiente de reflexão na entrada

$S_{\text{ent}}$  = ROE na entrada

$\Gamma_c$  = coeficiente de reflexão na carga

$S_c$  = ROE na carga

Figura 1.7 Representação dos valores de  $\Gamma$  e  $S$  na carga e na entrada da linha.

$$S = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|} \quad \text{e} \quad |\Gamma_{ent}| = |\Gamma_c| e^{-2\alpha x}$$

ou considerando apenas  $e^{-2\alpha x}$  (variação no módulo)

$$S = \frac{1+|\Gamma_c|e^{-2\alpha x}}{1-|\Gamma_c|e^{-2\alpha x}} \quad (1.55)$$

Esta é uma verificação importante porque, nas linhas com perdas, a relação de onda estacionária medida na saída do gerador, ou seja, na entrada da linha, não representa o valor obtido na carga.

**Cálculo da ROE na Carga ( $x=0$ )**

$$S_{ent} = \frac{1+|\Gamma_{ent}|}{1-|\Gamma_{ent}|}$$

$$|\Gamma_{ent}| = \frac{S_{ent} - 1}{S_{ent} + 1}$$

$$S_{carga} = \frac{1+|\Gamma_c|}{1-|\Gamma_c|}$$

como,  $|\Gamma_{ent}| = |\Gamma_c| e^{-2\alpha x} \Rightarrow$

$$|\Gamma_c| = |\Gamma_{ent}| e^{2\alpha x} \quad e$$

$$S_{carga} = \frac{1+|\Gamma_{ent}|e^{2\alpha x}}{1-|\Gamma_{ent}|e^{2\alpha x}} \quad (1.56)$$

$$S_{ent} = \frac{1+|\Gamma_{ent}|}{1-|\Gamma_{ent}|}$$

$$e_{carga} = \frac{1+|\Gamma_{ent}|e^{2\alpha x}}{1-|\Gamma_{ent}|e^{2\alpha x}}$$

O exemplo seguinte é bastante ilustrativo para comprovar as conclusões anteriores.

## EXEMPLO 1.1

Um transmissor operando em 300 MHz é ligado a uma antena através de um cabo coaxial RG 058 com 30 m de comprimento. A relação de onda estacionária medida na entrada do cabo (saída do transmissor) foi de 1,2. Calcule a ROE na antena.

## Solução:

Consultando-se as especificações do fabricante do cabo, verifica-se que em 300 MHz a atenuação é de 29,1 dB/100 m. Para 30 m, a atenuação é de:

$$\text{Aten.} = \frac{29,1}{100} \cdot 30 = 8,73 \text{ dB}$$

O coeficiente de reflexão na entrada do cabo pode ser obtida por:

$$|\Gamma_{\text{ent}}| = \frac{S_{\text{ent}} - 1}{S_{\text{ent}} + 1} = \frac{1,2 - 1}{1,2 + 1} = 0,091 \quad \checkmark \quad \text{de } S = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma} \Rightarrow 1 + \Gamma = S - S\Gamma$$

$$\Gamma(1 + S) = S - 1$$

O valor da atenuação empregada na Equação 1.56 é em Neper, por isso é preciso transformar a atenuação do cabo para esta unidade.

$$\alpha x_{\text{Neper}} = \frac{8,73}{8,686} = 1,005 \text{ Neper}$$

$$e^{2\alpha x} = 7,463 = \exp(2 \cdot 1,005)$$

$$S_{\text{carga}} = \frac{1 + 0,091 \cdot 7,463}{1 - 0,091 \cdot 7,463} = 5,2$$

Observa-se deste exemplo, que o valor da ROE medida na entrada da linha, pode conduzir a conclusões enganosas se a atenuação na linha de transmissão não for conhecida e considerada. Neste caso o valor da ROE = 1,2, que pode ser considerado aceitável na prática, está longe do valor efetivamente obtido na antena que é 5,2. Este valor representa uma potência refletida na antena igual a 46% da potência incidente. *nela*

$$|\Gamma_c| = \sqrt{\frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{inc}}}}$$

$$|\Gamma_{\text{ent}}| = |\Gamma_c| e^{-2\alpha x}$$

$$\frac{|\Gamma_{\text{ent}}| e^{2\alpha x}}{|\Gamma_c|} = \sqrt{\frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{inc}}}} \Rightarrow (0,091 \cdot 7,463)^2 = \frac{P_{\text{ref}}}{P_{\text{inc}}}$$

$$P_{\text{ref}} = 0,46 P_{\text{inc}}$$

$$f = 300 \text{ MHz}$$

$$l = 30 \text{ m}$$

$$S_e = 1,2 \rightarrow S_c = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} 29,1 \text{ dB} \rightarrow 100 \text{ m} \\ \text{Aten.} \rightarrow 30 \text{ m} \end{array} \right\}$$

$$S = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|} \Rightarrow 1 + |\Gamma| = S - S|\Gamma|$$

$$|\Gamma| + S|\Gamma| = S - 1$$

$$S_c = \frac{1 + |\Gamma_c|}{1 - |\Gamma_c|}$$

$$\Gamma_{\text{ent}} = \Gamma_c e^{-2\alpha x} \Rightarrow \Gamma_c = \Gamma_{\text{ent}} e^{2\alpha x}$$

$$S_c = \frac{1 + |\Gamma_{\text{ent}}| e^{2\alpha x}}{1 - |\Gamma_{\text{ent}}| e^{2\alpha x}}$$

$$\Gamma_c$$

em dB. *ver pág. 7*

$$20 \log A_v = 20 \frac{\ln A_v}{\ln 10} = \frac{20}{\ln 10} \alpha x$$

$$\alpha x = \ln A_v = \frac{\ln 10}{20} A_{\text{dB}}$$

**EXEMPLO 1.2**

Considere a mesma situação do exemplo anterior, somente trocando o cabo por um ~~celular~~ do tipo RGC 058.

**Solução:**

O cabo RGC 058 apresenta em 300 MHz, segundo o fabricante, uma atenuação de 16,64 dB/100 m.

Efetuada-se os cálculos, encontra-se para os mesmos 1,2 da ROE na entrada da linha um valor de estacionária de 1,8 na antena. Como nesse caso a linha apresenta uma atenuação menor, o valor encontrado na entrada da linha está mais próximo daquele realmente obtido na carga. Eis, portanto, a importância de utilizar linhas de baixas perdas.

**1.5 CARGA "FANTASMA"**

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + \Gamma_c e^{-2\alpha x}}{1 - \Gamma_c e^{-2\alpha x}}$$

No caso de linhas de altas perdas, elas apresentam grande aplicação na improvisação de terminações ou cargas fantasmas, utilizadas para substituir as antenas em testes de laboratório.

Por meio da Equação 1.47, observa-se que, quanto maior for o comprimento da linha e maior sua atenuação, a impedância na entrada da linha tende para o valor da impedância característica  $Z_0$ , independentemente do valor  $\Gamma_c$ . Se  $Z_0$  for puramente resistiva, o que geralmente acontece em frequências mais altas, como será abordado mais adiante, a linha poderá simular com boa precisão uma terminação resistiva. Evidentemente, toda potência aplicada será dissipada no cabo empregado. *que atua como uma carga resistiva.*

**1.6 COMPORTAMENTO DE LINHA DE TRANSMISSÃO EM ALTA FREQUÊNCIA**

*complemento*

Foi visto anteriormente na Equação 1.21 que a constante de propagação  $\gamma$  pode ser escrita como:

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{Z' \cdot Y'} = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')}$$

Rearranjando os termos da mesma equação, chega-se a:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega \sqrt{L' C'} \sqrt{\left(1 + \frac{R'}{j\omega L'}\right) \left(1 + \frac{G'}{j\omega C'}\right)} \quad (1.57)$$

$$S_e = 1,21$$

$$S_c = \frac{1 + |\Gamma_c|}{1 - |\Gamma_c|} \Rightarrow T_e = \frac{S_e - 1}{S_e + 1}$$

$$T_e = 0,091 \dots$$

$$S_c = \frac{1 + |\Gamma_c|}{1 - |\Gamma_c|} \dots$$

$$|\Gamma_c'| = |\Gamma_c| e^{-2\alpha x} \Rightarrow |\Gamma_c| = |\Gamma_c'| e^{2\alpha x}$$

$$\alpha x = \left[ \frac{16,64 \times 300}{100} \right] \frac{1}{0,1} = 8,686$$

$$= 0,575 \text{ Np}$$

$$e^{2\alpha x} = \exp(2 \times 0,575) = 3,158$$

$$S_c = \frac{1 + 0,091 \times 3,158}{1 - 0,091 \times 3,158} = 1,8$$

$$S_c \approx S_e$$

$$(0,091 \cdot 3,158)^2 = \frac{P_{ref}}{P_{inc}}$$

$$P_{ref} \approx 0,08 P_{inc}$$

$$8\% \ll 46\%$$

Usando o mesmo procedimento para a Equação 1.28 da impedância característica, chega-se a:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \sqrt{\frac{1 + \frac{R'}{j\omega L'}}{1 + \frac{G'}{j\omega C'}}} \quad (1.58)$$

Em frequência mais altas, geralmente predominam os efeitos reativos sobre os resistivos, isto é, a resistência série da linha é desprezível comparada à reatância indutiva, e a condutância é muito menor que a susceptância.

Assim,  $\omega L' \gg R'$  e  $\omega C' \gg G'$

Com essas considerações, a Equação 1.57 resulta em:

$$\gamma = \alpha + j\beta = j\omega\sqrt{L'C'} \quad (1.59)$$

da qual se conclui que:

$$\alpha = 0 \text{ (linha considerada sem perdas)}$$

e

$$\beta = \omega\sqrt{L'C'} \quad (1.60)$$

Portanto:

$$\gamma = j\beta = j\omega\sqrt{L'C'}$$

Da mesma forma, a Equação 1.58 fica:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad \text{numero real} \quad \text{(impedância característica, puramente resistiva)} \quad (1.61)$$

Ocorre, portanto, uma simplificação em todas as expressões vistas anteriormente. As Equações 1.35 e 1.36 para tensão e corrente, respectivamente, resultam em:

$$V = V_C \cos\beta x + jI_C Z_0 \sin\beta x \quad (1.62)$$

$$V = \frac{1}{2} [(V_C + Z_0 I_C) e^{j\beta x} + (V_C - Z_0 I_C) e^{-j\beta x}] = V_C \cos(\beta x) + j Z_0 I_C \sin(\beta x) \quad (1.62)$$

$$I = \frac{1}{2Z_0} [(V_C + Z_0 I_C) e^{j\beta x} - (V_C - Z_0 I_C) e^{-j\beta x}] = I_C \cos(\beta x) + j \frac{V_C}{Z_0} \sin(\beta x) \quad (1.63)$$

$$\frac{V}{I} = \frac{V_C + j Z_0 I_C \tan(\beta x)}{I_C Z_0 + j V_C \tan(\beta x)} = \left[ \frac{V_C/I_C + j Z_0 I_C \tan(\beta x)}{Z_0 I_C + j \frac{V_C}{I_C} \tan(\beta x)} \right] \cdot Z_0 \text{ com } Z_C = \frac{V_C}{I_C} \quad (1.64)$$

$$I = I_C \cos \beta x + j \frac{V_C}{Z_0} \sin \beta x \quad (1.63)$$

A impedância ao longo da linha fica:

$$Z(x) = \frac{V}{I} = Z_0 \frac{Z_C + j Z_0 \tan \beta x}{Z_0 + j Z_C \tan \beta x} \quad (1.64)$$

O coeficiente de reflexão, por meio da Equação 1.45, em alta frequência torna-se:

$$\Gamma(x) = \left( \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \right) e^{-j2\beta x} \quad (1.65)$$

A velocidade de fase para linhas em alta frequência pode ser obtida por meio da substituição da Equação 1.60 na Equação 1.49, resultando:

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{L' C'}} \leftarrow \beta = \omega \sqrt{L' C'} \text{ e } \frac{\omega}{\beta} = v_f \quad (1.66)$$

Caso exista um dielétrico na linha, o valor de  $C'$  será:

$$C' = \epsilon_r C_0$$

em que:

$\epsilon_r$  = constante dielétrica relativa do material isolante;

$C_0$  = capacitância da linha na ausência do dielétrico, isto é, no espaço livre (ar).

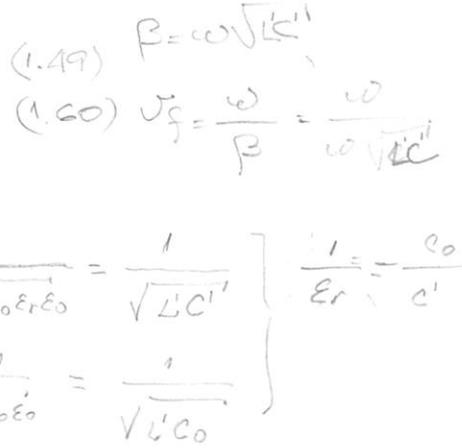
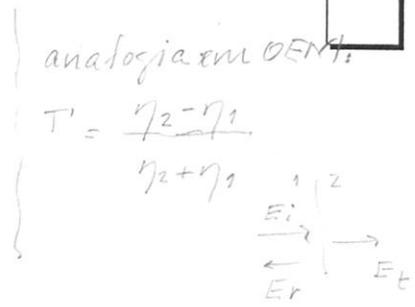
Assim,

$$v_f = \frac{1}{\sqrt{L' \epsilon_r C_0}} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \frac{1}{\sqrt{L' C_0}}$$

mas

$$\frac{1}{\sqrt{L' C_0}} = v_0$$

é a velocidade de propagação da onda no espaço livre ( $v_0 = c = 3 \cdot 10^8$  m/s).



$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

Então,

$$v_f = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (1.67)$$

O termo

$$f_v = \frac{v_f}{v_0} = \frac{v_f}{c} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} \quad (1.68)$$

é denominado *fator de velocidade*, sendo, portanto, a relação entre a velocidade de propagação da onda em uma linha de transmissão e a velocidade de propagação no espaço livre.

Da mesma forma, obtém-se que o comprimento de onda na linha com dielétrico vale:

$$\lambda_l = \lambda_0 f_v \quad (1.69)$$

em que:

$\lambda_0$  = comprimento de onda no espaço livre.

Para as linhas paralelas de  $Z_0 = 300$  ohms, mais comumente empregadas [8],

$\epsilon_r \cong 1,6$  a  $1,8$  e o  $f_v \cong 0,8$  a  $0,75$ .

Para os cabos coaxiais [8]:

$\epsilon_r \cong 1,8$  a  $2,2$  e o  $f_v \cong 0,8$  a  $0,67$

O resultado apresentado na Equação 1.67 pode ser confirmado tomando-se como exemplo uma linha coaxial na qual a indutância e a capacitância por unidade de comprimento são dadas [2], respectivamente, por:

$$L' = \frac{\mu}{2\pi} \ln\left(\frac{D}{d}\right) \text{ H/m} \quad (1.70)$$

e

$$C' = \frac{2\pi\epsilon}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \text{ F/m} \quad (1.71)$$

sendo:

$D$  = diâmetro do condutor externo da linha coaxial.

$d$  = diâmetro do condutor interno da linha coaxial.

Da Equação 1.60,

$$\beta = \omega\sqrt{L'C'}$$

Substituindo-se  $L'$  e  $C'$  pelos respectivos valores dados pelas Equações 1.70 e 1.71, resulta:  $L'C' = \mu\epsilon$

$$\beta = \omega\sqrt{\mu'\epsilon'} \quad (1.72)$$

Para linha sem dielétrico,

$$v_0 = c = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \quad (1.73)$$

em que  $\mu_0$  e  $\epsilon_0$  referem-se ao espaço livre ( $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  H/m e  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m).  $10^{-9}/(36\pi) \text{ F/m} =$

Para linha com dielétrico,

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{\omega}{\omega\sqrt{\mu\epsilon}} \quad (1.74)$$

Assim,

$$\frac{v_f}{c} = \sqrt{\frac{\mu_0\epsilon_0}{\mu\epsilon}} \quad (1.75)$$

mas,  $\mu = \mu_r\mu_0$  e  $\epsilon = \epsilon_r\epsilon_0$

Então,

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} \quad (1.76)$$

*Acertadamente*  
 $\mu = \mu_0$

Com exceção de situações peculiares, como naquelas em que se coloca material como ferrite no espaço entre os condutores de uma linha coaxial, o  $\mu_r$  sempre tem valor unitário, assim:

$$v_f = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r}}$$

### EXEMPLO 1.3

Uma linha de transmissão coaxial usada em 100 MHz tem as seguintes características:

$$R' = 0,098 \text{ ohm/m}$$

$$G' = 1,5 \text{ } \mu\text{S/m}$$

$$L' = 0,32 \text{ } \mu\text{H/m}$$

$$C' = 34,5 \text{ pF/m}$$

Calcule a impedância característica da linha.

**Solução:**

$$Z_0 = \sqrt{\frac{Z'}{Y'}}$$

$$Z' = R' + j\omega L' = 0,098 + j2\pi 100 \cdot 10^6 \cdot 0,32 \cdot 10^{-6} = 0,098 + j201$$

$$Y' = G' + j\omega C' = 1,5 \cdot 10^{-6} + j2\pi 100 \cdot 10^6 \cdot 34,5 \cdot 10^{-12} = 1,5 \cdot 10^{-6} + j21677 \cdot 10^{-6}$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{0,098 + j201}{1,5 \cdot 10^{-6} + j21677 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{\frac{201 \angle 89,97^\circ}{21677 \cdot 10^{-6} \angle 89,99^\circ}} = 96,3 \angle -0,01^\circ$$

$$Z_0 = 96,3 - j0,017 \text{ ohms}$$

Resultou para  $Z_0$  um valor aproximadamente igual a 96,3 ohms, puramente resistivo.

Resolvendo por meio das expressões simplificadas, tem-se:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L'}{C'}} = \sqrt{\frac{0,32 \cdot 10^{-6}}{34,5 \cdot 10^{-12}}} = 96,3 \text{ ohms}$$

Agora surge a pergunta: a partir de que frequência podem ser empregadas as expressões simplificadas para obter boa precisão?

Para resolver este problema, basta verificar se:

$$\frac{\omega C'}{G'} > 10 \text{ e } \frac{\omega C'}{G} > 10$$

$$\omega L' > 10 R' \text{ e } \omega C' > 10 G'$$

Se as duas relações resultantes forem maiores que 10, as expressões para alta frequência podem ser utilizadas com boa precisão.

quando aproximar:  
 $1 + j10 = 10,04 \angle 84,29^\circ$   
 $\approx j10$

(1.64)

### 1.6.1 LINHA TERMINADA EM CURTO

A Equação 1.64 mostra a variação da impedância ao longo da linha quando esta é terminada por uma carga de impedância  $Z_C$ . Para o caso de a linha ser terminada em curto, basta fazer  $Z_C = 0$  e, então, resulta em:

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_C + jZ_0 \tanh(\beta x)}{Z_0 + jZ_C \tanh(\beta x)}$$

$$Z(x)|_{\text{curto}} = jZ_0 \tanh \beta x \tag{1.77}$$

Para este caso, a impedância ao longo da linha assume um comportamento puramente reativo. A Figura 1.8 mostra a representação da onda estacionária para tensão e corrente, a variação da reatância em cada posição, bem como o circuito elétrico equivalente para uma linha com a extremidade curto-circuitada.

### 1.6.2 LINHA TERMINADA EM CIRCUITO ABERTO

Dividindo-se numerador e denominador da Equação 1.64 por  $Z_C$ , resulta:

$$Z(x) = Z_0 \frac{\frac{Z_C}{Z_0} + j \frac{Z_0}{Z_C} \operatorname{tg} \beta x}{\frac{Z_0}{Z_C} + j \frac{Z_C}{Z_0} \operatorname{tg} \beta x} = Z_0 \frac{1 + j \frac{Z_0}{Z_C} \operatorname{tg} \beta x}{\frac{Z_0}{Z_C} + j \operatorname{tg} \beta x}$$

Para a linha terminada em circuito aberto,  $Z_C = \infty$ , desta forma,  $Z(x)$  pode ser aproximado por:

$$Z(x)|_{\text{aberta}} = -jZ_0 \cot \beta x \quad (1.78)$$

Como no caso anterior, a impedância assume um comportamento puramente reativo, conforme mostra a Figura 1.9.

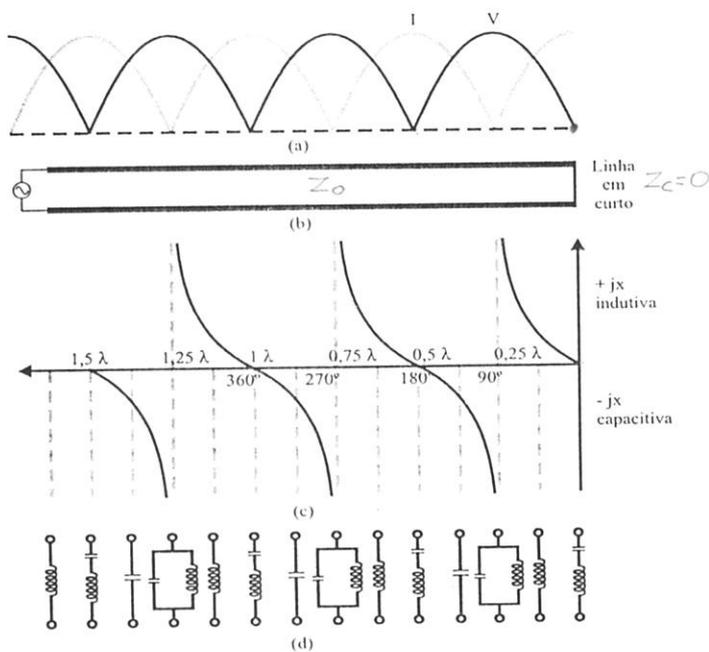
Por meio das Figuras 1.8 e 1.9, observa-se que a linha de transmissão terminada em curto ou em aberto, dependendo de seu comprimento, poderá comportar-se como um circuito ressonante paralelo ou série.

Essa característica faz com que trechos de linhas sejam empregados como circuitos sintonizados com grande aplicação na faixa de UHF (300 MHz a 3 GHz) e SHF (3 GHz a 30 GHz). Para outros comprimentos diferentes da ressonância ( $l/4$  ou  $l/2$ ), a linha poderá se comportar como elemento indutivo ou capacitivo.

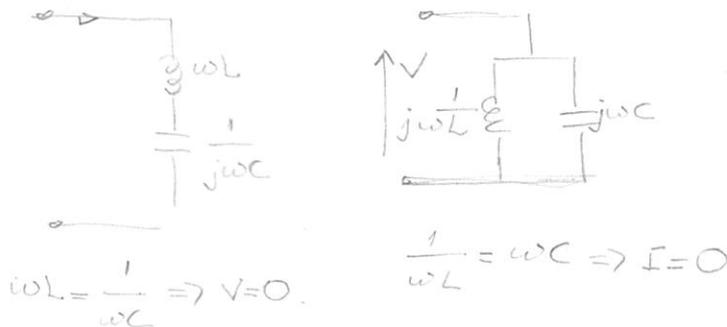
Desta forma, em alta frequência, capacitores, indutores e circuitos ressonantes, na maioria dos casos, não são mais empregados utilizando-se componentes discretos e, sim, implementados, com grande vantagem, com trechos de linhas de transmissão.

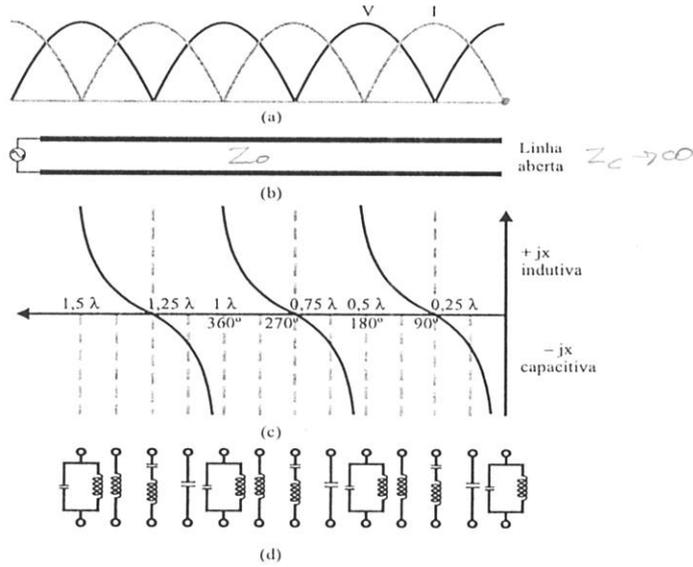
As Figuras 1.10 e 1.11 mostram as características ressonantes das linhas de transmissão para comprimentos de  $\lambda/4$  e  $\lambda/2$ .

Através do exemplo de aplicação seguinte será mostrado como um filtro passa-faixa pode ser implementado empregando-se trechos de linhas de transmissão.



**Figura 1.8** Comportamento da linha em curto em alta frequência. (a) Representação da onda estacionária para V e I. (b) Esboço da linha. (c) Variação da reatância. (d) Circuito elétrico equivalente.





Linha em curto  
 $Z_c(x) = j Z_0 \operatorname{tg} \beta x$

para  $x = \lambda/4$   
 $\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{4} = \operatorname{tg} \frac{\pi}{2} \rightarrow \infty$

Linha em aberto  
 $Z_c(x) = -j Z_0 \operatorname{cotg} \beta x$

para  $x = \lambda/2$   
 $\operatorname{cotg} \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} = \operatorname{cotg} \pi \rightarrow \infty$

$Z_c(x) \rightarrow \infty$

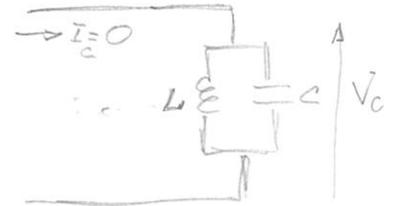


Figura 1.9 Comportamento da linha com extremidade em aberto em alta frequência. (a) Representação da onda estacionária para V e I. (b) Esboço da linha. (c) Variação da reatância. (d) Circuito elétrico equivalente.

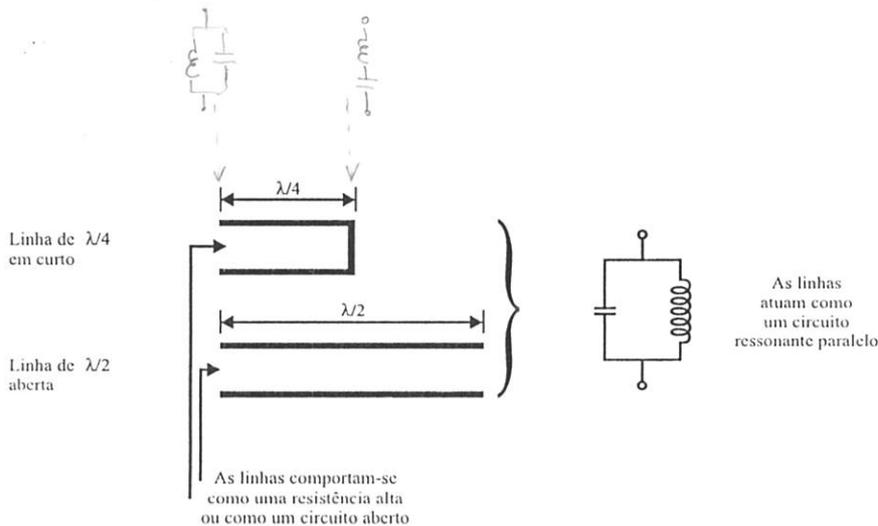


Figura 1.10 Linhas de transmissão como circuito ressonante paralelo.

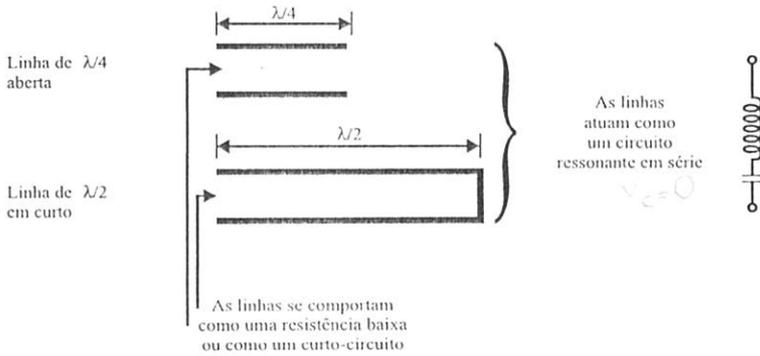


Figura 1.11 Linhas de transmissão como circuito ressonante série.

mostrar que um filtro deste tipo pode ser inteiramente construído em uma oficina mecânica.

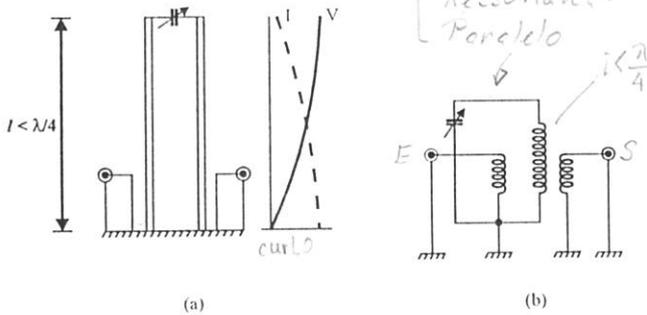


Figura 1.12 (a) Circuito do filtro com linha de transmissão. (b) Circuito equivalente com parâmetro concentrado.

EXEMPLO 1.4

Dimensione um filtro com frequência central em 580 MHz empregando-se linha de transmissão coaxial de seção quadrada de 25,4 mm de lado e condutor central de 6,35 mm de diâmetro. e um capacitor variável

Solução:

A solução que será apresentada mostrará apenas uma das formas de resolver o problema, e o encaminhamento do projeto será também no sentido de

Para a construção do circuito ressonante será usado como elemento indutivo um trecho de linha de comprimento inferior a um quarto de onda, com extremidade curto-circuitada, conforme mostra a Figura 1.12(a). Na Figura 1.12(b) é mostrado o circuito elétrico equivalente do filtro com parâmetros concentrados.

Para a capacitância será usado um capacitor construído com dois discos paralelos, tendo como dielétrico o próprio ar, como ilustra a Figura 1.13.

Um dos discos é soldado na extremidade aberta do condutor central da linha coaxial e o outro disco é soldado em um parafuso que será usado para ajuste da distância entre as placas paralelas (discos).

Na determinação da capacitância, emprega-se a expressão já conhecida,

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} \quad \text{capacitor plano (sem bordas)} \quad (1.79)$$

em que:

- C = capacitância (em F);
- A = área das placas (em m<sup>2</sup>);
- d = separação entre as placas (em m);
- $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m.

*Antonio 2010*

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} = \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot \frac{\pi D^2 \times 10^{-6}}{4(d \times 10^{-3})} \times 10^{12} (\mu F) = \frac{1}{144} \frac{D^2 (mm^2)}{d (mm)}$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c + jZ_0 \tan(\beta l)}{Z_0 + jZ_c \tan(\beta l)}$$

A Equação 1.79 colocada de outra forma resulta:

$$C = \frac{0,00695 D^2}{d} = \frac{D^2}{144 d} \quad (1.80)$$

em que:

C = capacitância (em pF);

D = diâmetro dos discos (em mm);

d = separação entre os discos (em mm).

Admitindo-se uma capacitância de 2,0 pF e discos de 15 mm de diâmetro, obtém-se, por meio da Equação 1.80, um espaçamento entre os discos de 0,78 mm.

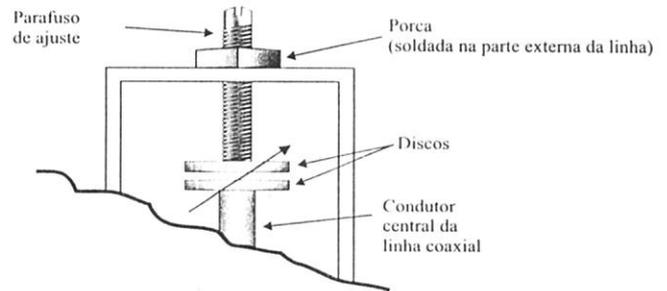


Figura 1.13 Detalhe da construção do capacitor variável formado por discos paralelos.

Na ressonância, a reatância capacitiva deverá ser igual à reatância indutiva. Para a linha de comprimento  $\ell$ , terminada em curto, a reatância segundo a Equação 1.77 resulta:

alta freq.

$$X_L = jZ_0 \tan \beta \ell = jZ_0 \tan \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \ell \right]$$

$\ell < \lambda/4$  em curto reatância indutiva

$$\Rightarrow \underbrace{jZ_0 \tan \left( \frac{2\pi \ell}{\lambda} \right)}_{X_L (\ell < \frac{\lambda}{4})} = \underbrace{\left| \frac{1}{j2\pi f C} \right|}_{X_C \text{ imposto}}$$

$Z_c = 0$

em que:

$\lambda$  = comprimento de onda na frequência empregada;

$\ell$  = comprimento de linha;

$Z_0$  = impedância característica da linha.

Desprezando-se as capacitâncias resultantes de efeitos de bordas, para a capacitância final será considerada somente aquela dos discos. Dependendo das dimensões dos discos, essa aproximação nem sempre é válida, mas como as capacitâncias adicionais entram em paralelo, isto acarretará uma diminuição no valor necessário para a capacitância principal, ou seja, aquela do capacitor variável.

Assim, a reatância capacitiva fica:

$$X_C = \frac{-j}{2\pi f C} \quad (1.81)$$

em que:

$C$  = capacitância dos discos paralelos;

$f$  = frequência empregada.

*na ressonância*

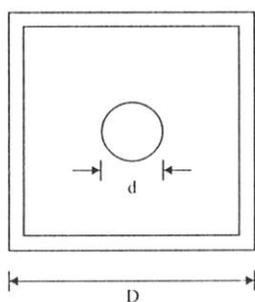
Fazendo  $|X_L| = |X_C|$  resulta,

$$Z_0 \operatorname{tg} \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \ell \right] = \frac{1}{2\pi f C} \quad \text{e} \quad \Sigma_0 = ? \quad (1.82)$$

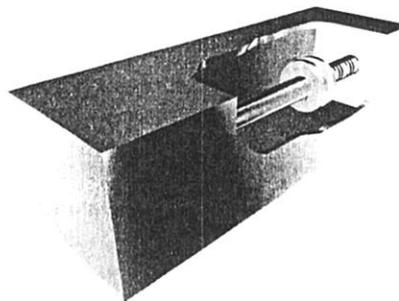
Então verifica-se que, para a determinação do comprimento da linha, é necessário o conhecimento de  $Z_0$  da linha a ser utilizada.

*tabela:*

$$Z_0 = 138 \log \frac{1,082 D}{d} \Omega$$



(a)



(b)

**Figura 1.14** (a) Linha de transmissão coaxial de seção quadrada e condutor central cilíndrico. (b) Vista da linha em perspectiva.

A expressão para o cálculo de  $Z_0$  pode ser obtida no Apêndice 1. A Figura 1.14(a) mostra a seção transversal da linha a ser usada no projeto e a Figura 1.14(b), uma vista da linha em perspectiva.

*tabela:*  $Z_0 = 138 \log \frac{1,082 D}{d} (\Omega)$   $Z_0 = 138 \log (1,082 \times 4) \Omega$

Para  $D = 25,4$  mm e  $d = 6,35$  mm,  $D/d = 4$ . Para  $Z_0$  resulta

$$Z_0 = 87,8 \text{ ohms}$$

Retomando a Equação 1.82, temos:

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \ell = \frac{1}{2\pi f C Z_0}$$

Substituindo os valores, temos:

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \ell = \frac{1}{2\pi \cdot 580 \cdot 10^6 \cdot 2,0 \cdot 10^{-12} \cdot 87,8} = 1,56$$

O que resulta em:

$$\frac{2\pi}{\lambda} \ell \cong 1,0 \text{ rad}$$

Considerando que o dielétrico da linha é o ar, o comprimento de onda vale:

$$\lambda_{(m)} = \frac{300}{580 \text{ MHz}} = 0,517 \text{ m}$$

*→  $3 \times 10^8 = 300 \times 10^6$*

Portanto,

$$\ell = \frac{1,0 \cdot 0,517}{2\pi} = 0,0823 \text{ m} \quad ; \quad \ell < \frac{\lambda}{4}$$

ou

$$\ell = 82,3 \text{ mm}$$

Assim, a linha de transmissão deverá ter um comprimento de 82,3 mm.

A Figura 1.15 mostra um esboço do filtro construído. O acoplamento de entrada e saída do filtro é feito de forma indutiva, na qual um pedaço de fio de 1,5 mm de diâmetro com uma das extremidades ligada, a caixa, bem próxima do ponto de curto da linha, e a outra ao conector, comporta-se como o enrolamento de entrada. Outro circuito idêntico é usado para o acoplamento de saída. Para garantir uma boa adaptação com 50

*com  $C = 2,0 \text{ pF}$*

$$Z(x) = Z_0 \tan(\beta l) \Rightarrow \frac{50}{2} = 27,8 \tan\left(\frac{2\pi l}{0,517}\right) \Rightarrow \frac{3\pi l}{0,517} = \arctan\left(\frac{25}{27,8}\right) = 0,285$$

$$l = \frac{0,285 \times 0,517}{2\pi} = 0,0235\text{m} \Rightarrow l = 23,5\text{mm}$$

(25 Ω de acoplamento)

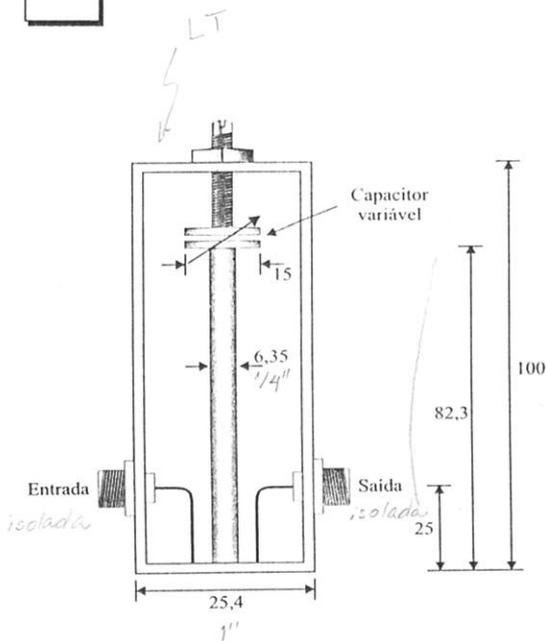


Figura 1.15 Esboço do filtro passa-faixa construído com trecho de linha de transmissão (dimensões em milímetros).

ohms, a altura do conector em relação à extremidade da linha curto-circuitada é da ordem de 30% do seu valor total. Pois

\* O comprimento do elo de acoplamento e sua aproximação com o condutor central modifica o coeficiente de acoplamento, a impedância de entrada e a de saída e também a resposta em frequência do filtro.

A região do ponto de acoplamento deve estar localizada próxima do ponto de curto, pois aí ocorre um máximo de corrente da onda estacionária, facilitando o acoplamento indutivo.

A Figura 1.12(a) mostra uma representação da onda estacionária ao longo do trecho da linha.

O acoplamento poderia ser feito também por meios capacitivos ou através de contato direto com o condutor central da linha no ponto adequado, para garantir bom "casamento" de impedâncias.

Como pode ser observado, o filtro assim construído envolve somente partes mecânicas de fácil construção. O capacitor variável não necessariamente precisa ser construído da forma apresentada; poderia ser utilizado algum tipo de "trimmer" com capacitância adequada para a aplicação.

Os trechos de linhas de transmissão também podem ser empregados na construção de filtros rejeita-faixa, atuando como eliminadores de frequência. Isso proporciona uma solução simples, eficaz e barata, como poderá ser observada no exemplo seguinte.

**EXEMPLO 1.5**

Um receptor de FM está situado em uma região próxima do transmissor de uma emissora de alta potência que opera na frequência de 98,1 MHz. O sinal recebido pela referida emissora é tão forte que provoca saturação do receptor, impedindo que outras emissoras sejam sintonizadas. A linha de transmissão que liga a antena externa ao receptor é uma linha paralela de 300 ohms. Encontre uma solução simples e barata para atenuar o sinal interferente.

**Solução:**

Conforme já foi mostrado, trechos de linhas de transmissão podem ser empregados como circuitos indutivos, capacitivos ou mesmo como circuitos ressonantes. Se esses trechos de linhas forem dispostos paralela-

mente à linha principal que interliga o gerador à carga, de forma a ocorrer um forte acoplamento, tais circuitos atuarão como rejeitores de frequência, com o poder de atenuar fortemente uma determinada frequência presente.

A Figura 1.16(a) mostra uma linha de transmissão formada por dois fios paralelos, tendo, nas suas proximidades, um trecho de linha do mesmo tipo com uma das extremidades em curto e de comprimento igual a  $\lambda/4$ . O circuito equivalente desse arranjo é mostrado na Figura 1.16(b). Nessa disposição, o trecho  $\lambda/4$ , com uma das extremidades curto-circuitada, atua como um circuito armadilha, absorvendo o sinal cuja frequência coincide com aquela de sua sintonia, impedindo que o sinal continue na linha principal. O grau de absorção e, portanto, de atenuação dependerá do acoplamento e do número de circuitos rejeitores dispostos ao longo da linha.

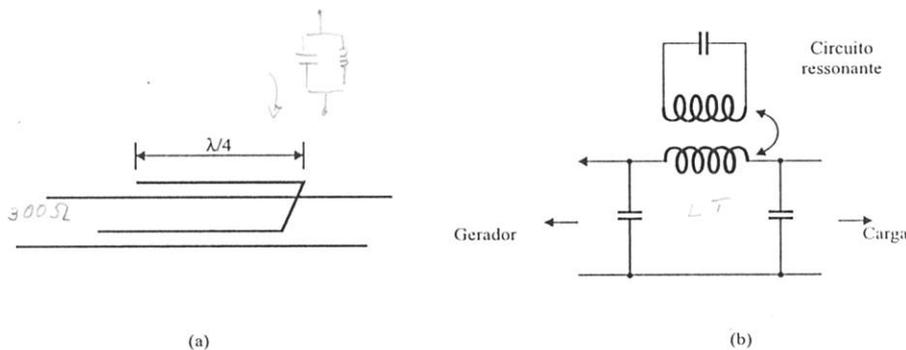


Figura 1.16 (a) Trecho de  $\lambda/4$  em curto acoplado à linha principal. (b) Circuito equivalente.

Neste exemplo, como se trata de uma frequência específica, é mais interessante fazer o circuito ressonante sintonizável, e isso pode ser conseguido da seguinte forma: o trecho correspondente ao circuito é feito com comprimento menor que  $\lambda/4$  para assumir um comportamento indutivo e na outra extremidade será colocada uma capacitância variável. A linha a ser usada poderá ser do mesmo tipo da linha principal de 300 ohms.

Para facilitar o acoplamento com a linha principal, o trecho indutivo será constituído de duas partes para que fiquem dispostas uma de cada lado da linha principal, como mostra a Figura 1.17(a). *abrangendo*

A capacitância necessária para a sintonia poderá ser dividida em duas partes, sendo uma delas constituída por um capacitor fixo e a outra, por um capacitor variável. Essa opção deve ser empregada quando o valor

*pl compensação e correção*

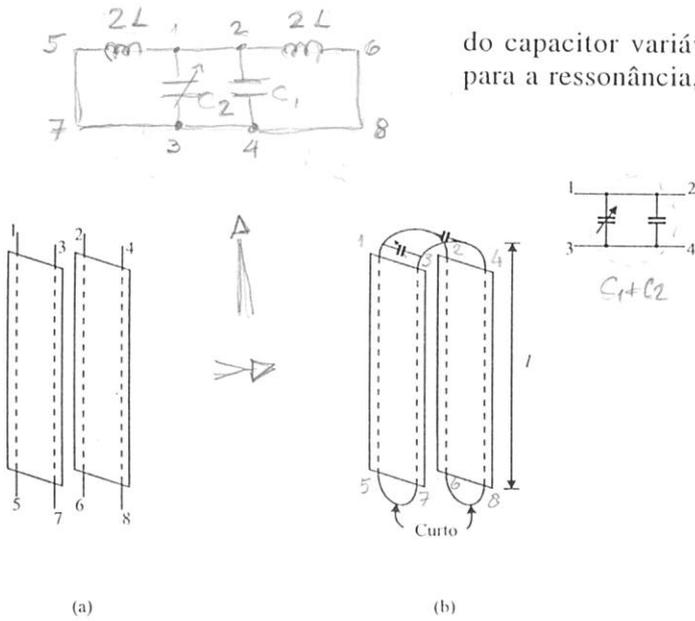


Figura 1.17 (a) Trechos de linhas de comprimentos menores que  $\lambda/4$  antes de serem unidos. (b) Ligação dos trechos de linhas em paralelo com os capacitores.

do capacitor variável disponível for menor que o valor total necessário para a ressonância, ficando a ligação como Figura 1.17(b).

A associação dos capacitores deverá se dar como mostrado na Figura 1.17(b) e a ligação com as linhas, conforme a numeração dos terminais correspondentes, como mostrado na Figura 1.17(a). As extremidades 5 e 7 deverão ser curto-circuitadas assim como as de número 6 e 8. Os comprimentos das interligações deverão ser os mais curtos possíveis, com folga suficiente apenas para permitir a passagem da linha que liga a antena ao receptor por entre os capacitores. Os dois trechos de linhas deverão ficar situados um de cada lado da linha principal e fixados um ao outro através de fita adesiva, com folga suficiente para que o conjunto possa deslizar sobre a linha de sinal para efeito de ajustes. A montagem final é mostrada na Figura 1.18.

Para o dimensionamento dos comprimentos dos trechos de linhas será adotado, inicialmente, um valor de capacitância igual 50 pF.

Para que o circuito seja ressonante em 98,1 MHz, a indutância necessária será de:  $\omega L = \frac{1}{\omega C}$

$$L = \frac{1}{(2\pi f)^2 C} \quad C = 50 \text{ pF} \quad (1.83)$$

$$L = \frac{1}{(2\pi \cdot 98,1 \cdot 10^6)^2 \cdot 50 \cdot 10^{-12}} = 52,64 \cdot 10^{-9} \text{ H}$$

O valor calculado representa a indutância total e, como esta é composta de duas partes em paralelo, cada uma delas deverá ter o dobro daquele valor, ou seja,  $L' = 105,28 \text{ nH}$ .

Na frequência considerada, a reatância indutiva será:

$$X_L = 2\pi f L' = 2\pi \cdot 98,1 \cdot 10^6 \cdot 105,28 \cdot 10^{-9}$$

$$X_L = 64,89 \text{ ohms } \checkmark$$

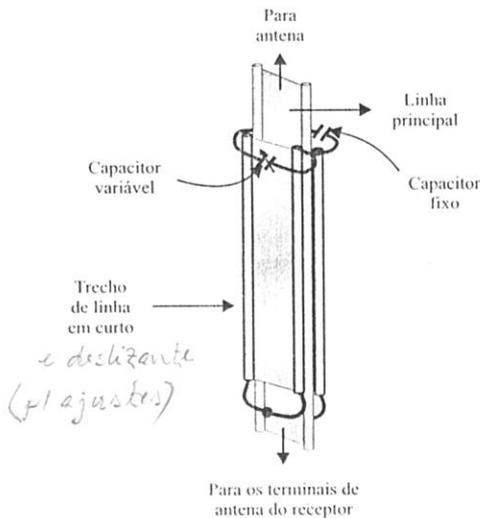


Figura 1.18 Circuito eliminador de interferência colocado sobre a linha principal.

Para o trecho de linha terminado em curto, a reatância é dada pela Equação 1.77, cujo módulo vale:

$$X_L = Z_0 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \ell$$

$$64,89 = 300 \operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \ell$$

$$\operatorname{tg} \frac{2\pi}{\lambda} \ell = 0,216$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} \ell = 0,213 \text{ rad}$$

Assim:

$$\ell = \frac{0,213}{2\pi} \lambda = 0,0339\lambda$$

O comprimento de onda na linha é calculado como:

$$\lambda_r = \frac{300}{f(\text{MHz})} f_v$$

para  $f_v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} = 0,82$  e  $\mu_r = 1$

$$\lambda = \frac{c_r}{f} = \frac{1}{f \sqrt{\mu \epsilon}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} = 0,82$$

$$\epsilon_r = 1,49$$

$$\mu_r = 1$$

Considerando o fator de velocidade para a linha paralela de 300 ohms igual a 0,82, o resultado para o comprimento de onda fica:

$$\lambda_r = \frac{300}{98,1} 0,82 = 2,51 \text{ m}$$

Portanto,

$$\ell = 0,0339 \cdot 2,51$$

$$\ell = 8,5 \text{ cm de cada metade (lado da linha)}$$

$$\text{Comprimento indutivo para } 2L = 105,28 \text{ nH}$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_L + j Z_0 \operatorname{tg}(\beta \ell)}{Z_0 + j Z_L \operatorname{tg}(\beta \ell)}$$

$$Z(j) = Z_0 \operatorname{tg}(\beta \ell)$$

Cada trecho de linha terá um comprimento de 8,5 cm e a capacitância poderá ser dividida em dois capacitores, um fixo de 27 pF e um variável com capacidade de até 30 pF.  $C \leq 57 \text{ pF}$ .

Para colocar o conjunto eliminador de interferência, a linha de antena deverá ser desligada temporariamente dos terminais de entrada do receptor e inserida por entre as linhas do sistema construído, da maneira já demonstrada, e novamente ligada.

CARGA

O eliminador de interferência deverá ficar próximo do receptor, a uma distância de 30 cm aproximadamente. Para eliminar a interferência, ajusta-se o capacitor variável até que a emissora possa ser sintonizada somente na própria frequência, isto é, a interferência em outras frequências deverá desaparecer. É interessante, no processo de ajuste, deslocar o conjunto sobre a linha da antena para obter a melhor condição de atenuação. Caso um único eliminador não forneça a atenuação necessária, outros iguais poderão ser colocados ao longo da linha principal e ajustados separadamente.

Uma forma ainda mais simples de eliminar interferência como a abordada no Exemplo 1.5 é através de trechos de linhas de  $\lambda/4$  em aberto ou  $\lambda/2$  em curto, colocados em paralelo diretamente nos terminais de entrada do receptor. O Exemplo 1.6 deixará mais claro o modo pelo qual é feita a aplicação desses eliminadores.

#### EXEMPLO 1.6

(Rabicho ou Eco de linha)

Para o caso da interferência provocada por excesso de sinal da emissora do Exemplo 1.5, mostre que é possível atenuar ou eliminar o sinal interferente fazendo o uso de trechos de linhas aplicados diretamente à entrada do sinal. *no receptor / tocos*

#### Solução:

Um trecho de linha de comprimento igual a  $\lambda/4$  com uma das extremidades em aberto, como mostra a Figura 1.11, apresenta em sua entrada uma baixa resistência ou, teoricamente, o mesmo comportamento de um curto-circuito. Dessa forma, se em um paralelo com a linha principal, que liga a antena ao receptor, for ligado um trecho de  $\lambda/4$  na frequência interferente e terminado em aberto, o efeito provocado nas terminais de entrada será o de um curto-circuito. Com isso, o sinal proveniente da antena encontrará nos terminais da carga (entrada do receptor) um curto-circuito, provocando reflexão total da frequência sintonizada, evitando que o sinal recebido chegue até o amplificador de entrada do receptor.

$$\text{Superposição} \left\{ \begin{array}{l} V_i + V_r = 0 \\ T = -1 \end{array} \right.$$

$$\frac{1}{2} \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{8}$$

↑  
2 pedacos

$$* v = \lambda f \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{v_0}{f} f_v = \lambda_0 f_v$$

*equivalência*

O mesmo efeito poderá ser provocado por um trecho de  $\lambda/2$  na frequência interferente com a outra extremidade em curto. Como pode ser observado na Figura 1.11, o efeito na entrada é idêntico ao trecho de  $\lambda/4$  em aberto.

*págs. 26 e 27.*

O pedaço adicional de linha a ser colocado em paralelo poderá ser do mesmo tipo da linha principal, e no dimensionamento de seu comprimento é preciso levar em conta o fator de velocidade da linha empregada, ou seja: \*

$$\ell = \frac{\lambda}{4} f_v, \text{ para o trecho terminado em aberto;}$$

$$\ell = \frac{\lambda}{2} f_v, \text{ para o trecho terminado em curto.}$$

A Figura 1.19 mostra como é feita a ligação.

*obs:*

Devido às perdas da linha de transmissão, o fator de qualidade (Q) do circuito ressonante, resultante dessa montagem, não é infinito e, por isso, as frequências próximas daquela sintonizada também sofrerão uma certa atenuação. Assim, quando este tipo de solução for adotado, deve-se verificar a atenuação provocada nas frequências vizinhas, pois em algumas situações o resultado pode não ser satisfatório devido à falta de seletividade.

É importante observar também que, quando se utiliza um trecho de  $\lambda/4$  em aberto nessas operações, os harmônicos ímpares da frequência de interesse sofrerão igual atenuação.

Uma vez calculado o comprimento necessário para o trecho de linha, na prática, deve-se adotar um comprimento um pouco maior, para que possa ser cortado aos poucos (no caso de  $\lambda/4$  em aberto), até que a condição de atenuação mais adequada seja alcançada.

Contudo, essa solução resolve, muitas vezes, problemas sérios de interferências, usando recursos fáceis de implementar e extremamente acessíveis.

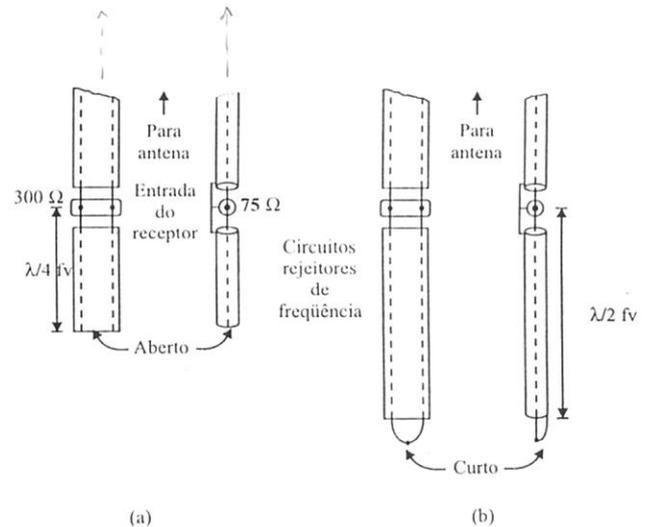


Figura 1.19 Ligação de trechos de linhas em paralelo com a linha principal. (a) Trechos de  $\lambda/4$  em aberto. (b) Trechos de  $\lambda/2$  em curto.

### 1.6.3 LINHA DE TRANSMISSÃO COMO TRANSFORMADOR DE IMPEDÂNCIAS

Conforme visto anteriormente, a impedância ao longo da linha de transmissão varia em função da sua impedância característica, do comprimento e da carga ligada na extremidade. Um trecho de linha de quarto de onda encontra grande aplicabilidade prática como transformador de impedância, como será mostrado a seguir.

#### 1.6.3.1 TRANSFORMADOR DE QUARTO DE ONDA

Dividindo-se o numerador e o denominador da Equação 1.64 por  $\text{tg}\beta x$ , fica:

$$Z(x) = Z_0 \frac{\frac{Z_C}{\text{tg}\beta x} + jZ_0}{\frac{Z_0}{\text{tg}\beta x} + jZ_C}$$

como:

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{\frac{Z_C}{\text{tg} \frac{2\pi x}{\lambda}} + jZ_0}{\frac{Z_0}{\text{tg} \frac{2\pi x}{\lambda}} + jZ_C}$$

Considerando-se um comprimento de linha de  $\lambda/4$  da carga, tem-se:

$$\text{tg} \left( \frac{2\pi x}{\lambda} \right) \rightarrow \infty \Rightarrow$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\lambda}{4}$$

$$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{2\pi \lambda}{\lambda 4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{tg} \frac{2\pi x}{\lambda} = \infty$$

Portanto:

$$Z(x) = Z_0 \frac{jZ_0}{jZ_c}$$

$$Z(x)|_{x=\lambda/4} = \frac{Z_0^2}{Z_c} \quad (1.84)$$

$$Z_{ent} = \frac{Z_0^2}{Z_c}$$

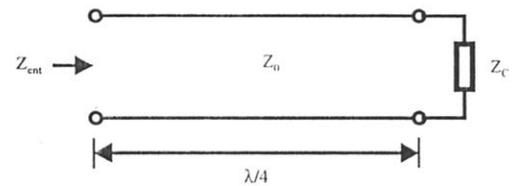


Figura 1.20 Linha de 1/4 como transformador de impedância.

**EXEMPLO 1.7**

Duas antenas de TV com impedância de 300 ohms, como mostra a Figura 1.21, devem ser ligadas à mesma linha de descida com impedância de 300 ohms. Dimensione o adaptador de impedâncias. As antenas foram projetadas para o canal 5 (76 a 82 MHz).

**Solução:**

Para o dimensionamento do adaptador será empregada a frequência central do canal 5 (79 MHz) =  $(76 + 82)/2$

A impedância de 300 ohms de cada antena deverá ser transformada em 600 ohms no ponto de alimentação. Dessa forma, as duas impedâncias de 600 ohms em paralelo, no centro, resultam em 300 ohms, casada com a linha.

Agora é preciso descobrir o valor de  $Z_0$  do trecho de linha empregado como transformador de impedâncias. Portanto:  $Z_x = Z_0^2 / Z_c$  e

$$Z_0 = \sqrt{\frac{300 \cdot 600}{300}} = 424,26 \text{ ohms}$$

Comprimento de onda na frequência de 79 MHz:

$$\lambda = \frac{300}{f(\text{MHz})} = \frac{300}{79} = 3,79 \text{ m}$$

$$\frac{\lambda}{4} = \frac{3,79}{4} = 0,9475 \text{ m ou } 94,75 \text{ cm}$$

$$l = \frac{c}{4f\sqrt{\mu_r \epsilon_r}} = \frac{300}{4 \times 79 \sqrt{\epsilon_r}}$$

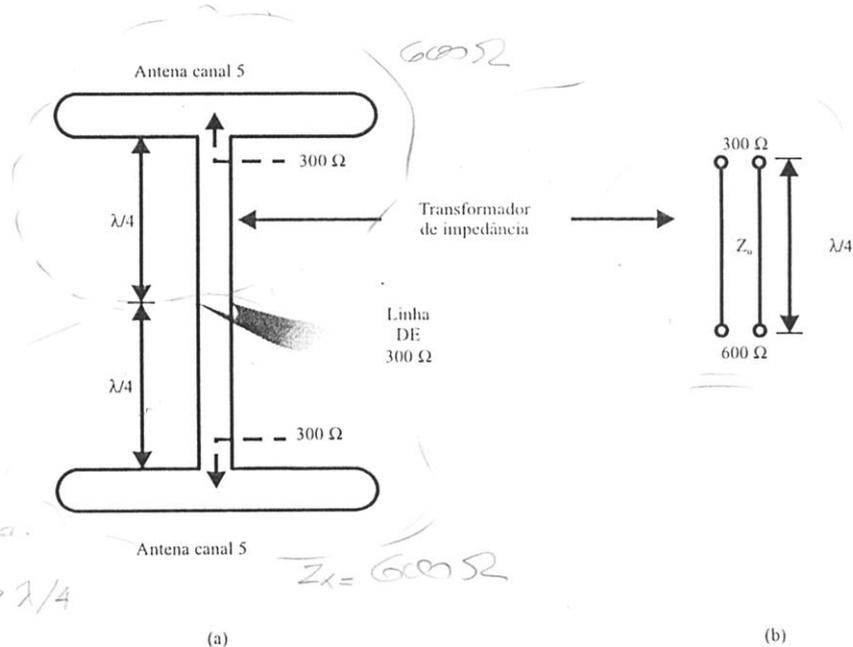


Figura 1.21 (a) Representação da interligação das antenas. (b) Transformador de impedâncias.

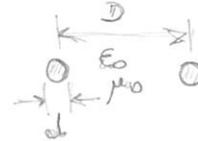
*Handwritten notes:*  
 $Z_c = 300 \Omega$   
 $Z_0 = 424,26 \Omega$   
 $Z_x = 600 \Omega$   
 casar impedância da antena com a da linha com o uso de traços  $\lambda/4$

Se a linha empregada como transformador for construída com dois fios separados por ar, o fator de velocidade será igual a 1. O comprimento do adaptador será:

$$l = 94,75 \text{ cm}$$

Conforme Apêndice 1, para uma linha construída com dois fios paralelos, a impedância característica fica:

$$Z_0 = 276 \log \frac{2D}{d} \quad \text{pág 175}$$



*calculado*  $\rightarrow Z_0 = 424,26 = 276 \log \frac{2D}{d}$

$Z_0 = \sqrt{Z_c Z_x}$

$$\frac{2D}{d} = 34,67$$

Utilizando-se para a construção da linha fios de 3 mm de diâmetro, o espaçamento entre eles será:

$d = 3 \text{ mm} \Rightarrow D = 5,2 \text{ cm} \quad 51,7 \text{ mm}$

Portanto, o adaptador de impedâncias poderá ser construído por dois fios paralelos de diâmetros iguais a 3 mm, separados em 5,2 cm e comprimento igual a 94,75 cm em cada parte.

Entre as inúmeras aplicações do transformador de quarto de onda, merece destaque seu uso na construção de divisores de potência empregados em sistemas de RF ou para alimentação de várias antenas a partir de um único transmissor. Essa aplicação será mostrada no Exemplo 1.8.

#### EXEMPLO 1.8

Um transmissor de TV, operando no canal 27 da faixa de UHF, deverá alimentar um conjunto de três antenas do tipo painel com dipolos de forma a compor o diagrama de radiação desejado. A potência deverá ser dividida igualmente para cada antena, sendo a impedância de saída do transmissor e de cada painel igual a 50 ohms. Dimensione um divisor de potência para a alimentação do conjunto utilizando transformador de quarto de onda.

**Solução:**

Para a obtenção da frequência de operação, deve-se consultar uma tabela de canais de TV para faixa de UHF ou pode-se determiná-la da seguinte forma: sabe-se que a faixa de UHF tem seu início com o canal 14 em 470 MHz e que cada canal de TV ocupa uma faixa de 6 MHz. Para isso, usando-se uma progressão aritmética, facilmente determina-se a frequência do canal desejado, ou seja, por meio da Equação 1.85.

$$f_{\text{inferior}} \text{ (MHz)} = 470 + (n - 14)6$$

em que:

470 MHz = início da faixa dos canais de TV em UHF;

n = número do canal considerado;

14 = número do primeiro canal da faixa de UHF;

6 MHz = largura da faixa reservada para cada canal de TV.

Portanto, para o canal 27, a frequência inferior da faixa é:

$$f_{\text{inf.}} = 470 + (27 - 14)6 = 548 \text{ MHz}$$

A faixa ocupada pelo canal 27 é: 548 – 554 MHz.

Neste exemplo, a frequência a ser adotada será de 551 MHz, que é a frequência central da faixa, embora alguns adotem, nos projetos de divisores de potência, a frequência da portadora de vídeo do canal, que é obtida somando-se 1,25 MHz ao limite inferior da faixa do canal, quer seja em VHF ou UHF.

O divisor de potência abordado neste exemplo é um divisor simétrico, ou seja, a potência deve ser dividida igualmente para as três antenas.

A Figura 1.22 mostra um esquema do divisor de potência.

Conforme o esquema da Figura 1.22, em uma das extremidades da linha principal estão ligadas as três antenas em paralelo, resultando em uma impedância de  $50/3 = 16,67$  ohms.

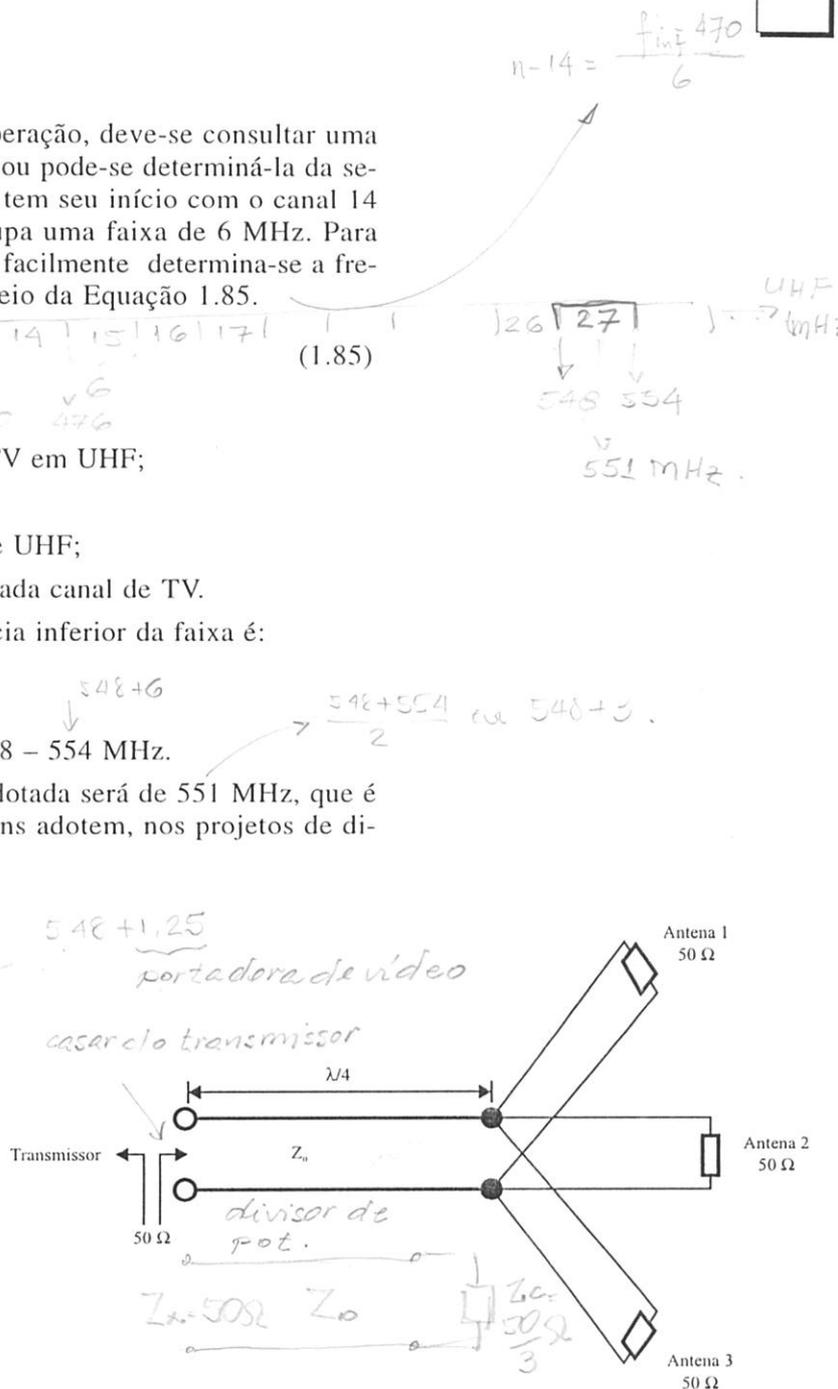


Figura 1.22 Esquema do divisor de potência 1:3.

Portanto, a linha principal deverá atuar como um transformador para interligar a associação em paralelo das três antenas (16,67 ohms) à saída do transmissor (50 ohms). Isso pode ser resolvido com um trecho de linha de  $\lambda/4$ , em que a impedância característica é obtida pela Equação 1.84.

$$Z_x = \frac{Z_0^2}{Z_c}$$

$x = \lambda/4$

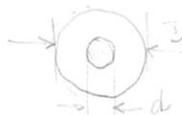
$$Z_0 = \sqrt{\frac{50 \cdot 16,67}{Z_x Z_c}} = 28,86 \text{ ohms}$$

A linha principal deverá ser construída a fim de ter uma impedância característica igual a 28,86 ohms e, se utilizar tubos cilíndricos, do Apêndice 1, a expressão para  $Z_0$  é dada por:

$$Z_0 = \frac{138}{\sqrt{\epsilon_r}} \log \frac{D}{d} \quad \text{pág. 177}$$

Se a linha tiver o ar como dielétrico, então  $\epsilon_r = 1,0$ , assim:

$$28,86 = 138 \log \frac{D}{d}$$



de onde se obtém a relação de diâmetros dos condutores que constituem a linha:

$$\frac{D}{d} = 1,62$$

Para o dimensionamento correto da linha é preciso conhecer a potência de transmissão e, com a relação  $D/d$ , obtém-se cada um dos diâmetros.

Supondo que, neste exemplo, a potência empregada não seja problemática, o diâmetro do condutor externo poderá ser adotado em função do conector a ser utilizado.  $D = 1,62 d$ .

Assim, partindo-se de um diâmetro de 15,875 mm (5/8") para o condutor externo, o diâmetro do interno será de 9,80 mm.

O comprimento da linha principal será calculado como:

$$l = \frac{300}{4f(\text{MHz})} = \frac{300}{4 \cdot 551} = 0,1361 \text{ m}$$

ou 13,61 cm.

$$l = \frac{\lambda}{4}$$

$$\lambda = \frac{c_0}{f}$$

A Figura 1.23 mostra um esboço da montagem final do divisor, apresentando como sugestão uma maneira de fixar os conectores das saídas para as três antenas. Os conectores poderão ser do tipo N fêmea e fixados nas paredes laterais em uma peça no formato de porca sextavada. Através do furo central desta peça, os condutores centrais da linha principal e dos conectores poderão ser interligados por meio de soldagem. Finalmente, o furo central deverá ser preenchido com material isolante (algum tipo de resina) para evitar a entrada de água, caso o aparato fique exposto ao tempo.

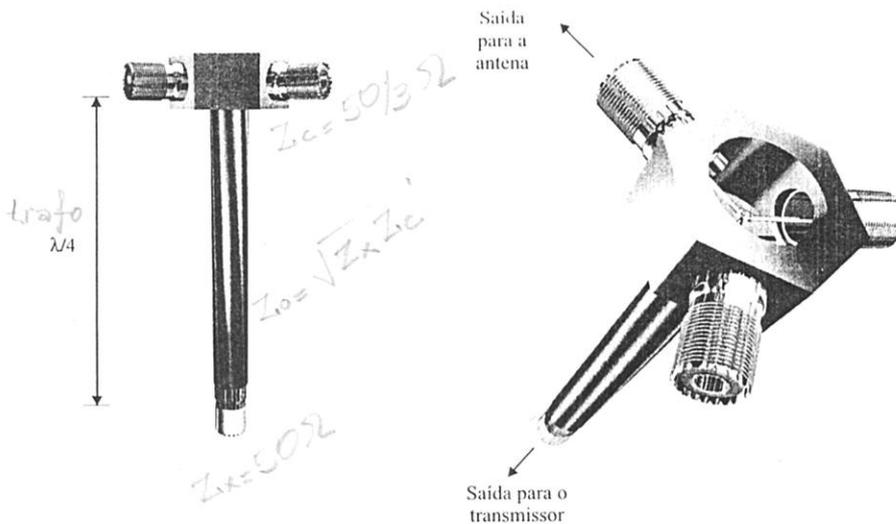


Figura 1.23 Esboço da montagem do divisor de potência.

Se a linha principal usar o ar como dielétrico, a sustentação do condutor central deverá ser feita com auxílio de algum material isolante, em forma de disco de pequena espessura, para não alterar significativamente a constante dielétrica do meio. Todo material utilizado para os condutores poderá ser de latão.

### 1.6.3.2 TRANSFORMADOR DE MEIA ONDA

Fazendo-se  $x = \lambda/2$  na Equação 1.64, resulta para a impedância de entrada:

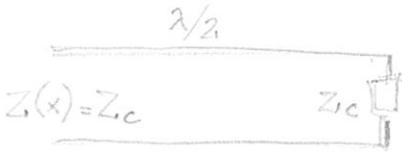
$$Z(x)|_{x=\lambda/2} = Z_C \tag{1.86}$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c + j Z_0 \tan \beta l}{Z_0 + j Z_c \tan \beta l}$$

$$\tan \left( \beta x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\lambda}{2} \right) = \tan \pi = 0$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_c}{Z_0} = Z_c$$

$$\frac{3\pi}{\lambda} \frac{n\lambda}{2}$$



$$l = n\pi = 0$$

Conclui-se daí que a impedância de entrada, de qualquer seção de linha sem perdas, cujo comprimento seja um número inteiro de meios comprimentos de onda, é igual à impedância terminal de carga ligada à linha.

Dessa forma, a seção de linha de  $\lambda/2$  funciona como um transformador de impedâncias de 1:1, independente de sua impedância característica.

### 1.6.4 IMPEDÂNCIA MÁXIMA E MÍNIMA EM UMA LINHA DE TRANSMISSÃO

Tomando-se a Equação 1.29, que representa a variação de tensão ao longo da linha, e considerando que em alta frequência  $\gamma = j\beta$ , a equação torna-se:

$$V(x) = \frac{V_{inc}}{2} e^{j\beta x} + \frac{V_{refl}}{2} e^{-j\beta x}$$

$$\beta = j\beta \text{ e } I_c = V_c / Z_c$$

$$I(x) = \frac{V_c (Z_c + Z_0)}{2Z_c} e^{j\beta x} + \dots$$

$$+ \frac{V_c (Z_c + Z_0)}{2Z_c} e^{j\beta x} = \Gamma_c e^{-j2\beta x} \quad (1.87)$$

$$= \frac{V_c (Z_c + Z_0)}{2Z_c} \left[ \frac{e^{j\beta x}}{e^{j\beta x}} + |\Gamma_c| \frac{e^{j\beta x} e^{-j\beta x}}{e^{j\beta x}} \right] e^{j\beta x}$$

$$V = \frac{V_c (Z_c + Z_0)}{2Z_c} [e^{j\beta x} + \Gamma_c e^{-j\beta x}] \quad (1.87)$$

$$\Gamma(x) = \Gamma_c e^{-2j\beta x}$$

O coeficiente de reflexão  $\Gamma_c$  é um número complexo que pode ser expresso como:

$$\Gamma_c = |\Gamma_c| e^{j\Phi} \quad (1.88)$$

em que  $|\Gamma_c|$  representa o módulo do coeficiente da reflexão na carga e  $\Phi$  representa a fase.

Substituindo a Equação 1.88 na Equação 1.87 e tornando-se o módulo, resulta:

$$|V| = \left| \frac{V_c (Z_c + Z_0)}{2Z_c} \right| |1 + |\Gamma_c| e^{j(\Phi - 2\beta x)}| \quad (1.89)$$

É possível mostrar que os pontos de máximos de tensão da onda estacionária [2] ocorrem nas situações em que:

$$\Phi - 2\beta x = 2n\pi$$

sendo  $n = 0, 1, 2, \dots$

Assim, para as posições:

$$e^{j(\Phi - 2\beta x)} = e^{j(2n\pi)} = \cos(2n\pi) + j \sin(2n\pi) = 1$$

$$\phi - 2 \cdot \frac{2\pi}{\lambda} x = 2n\pi \quad \text{p/ } \frac{x}{\lambda} \Big|_{\max}$$

$$\frac{x}{\lambda} \Big|_{\max} = \frac{\Phi}{4\pi} - \frac{n}{2} \tag{1.90}$$

ocorrem os pontos de máximos na linha.

Da mesma forma mostra-se que os pontos de mínimos da tensão da onda estacionária [2] ocorrem para:

$$\Phi - 2\beta x = (2n + 1)\pi, \text{ sendo } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Portanto, nas posições:

$$\frac{x}{\lambda} \Big|_{\min} = \frac{1}{4} \left( \frac{\Phi}{\pi} + 1 \right) - \frac{n}{2} \tag{1.91}$$

ocorrem os pontos de mínimos na linha.

Aplicando-se a aproximação para linhas em altas frequências na Equação 1.47, resulta para a impedância ao longo da linha:

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_C| e^{j(\Phi - 2\beta x)}}{1 - |\Gamma_C| e^{j(\Phi - 2\beta x)}} \tag{1.92}$$

Conforme visto anteriormente, os pontos de máximos ocorrem para:  $\Phi - 2\beta x = 2n\pi$ . Assumindo esta condição na Equação 1.90, resulta:

$$Z(x) \Big|_{\max} = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_C|}{1 - |\Gamma_C|} = Z_0 S \tag{1.93}$$

Portanto, a impedância num ponto de máximo de tensão (mínimo de corrente) é um valor puramente resistivo, uma vez que  $Z_0$  é também um valor resistivo e  $S$ , um valor numérico.

$$Z(x) \Big|_{\max} = Z_0 S \quad (\text{impedância num ponto de máximo de tensão})$$

Os pontos de mínimo de tensão na linha ocorrem para:

$$\Phi - 2\beta x = (2n + 1)\pi \quad (\text{máximo de corrente})$$

$$e^{j(2n+1)\pi} = \cos(2n+1)\pi + j \sin(2n+1)\pi = -1 + j0$$

$$e^{j(2n+1)\pi} = \cos(2n+1)\pi + j \sin(2n+1)\pi = -1$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_C| e^{j\phi}}{1 - |\Gamma_C| e^{j\phi}}$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_C| (1)}{1 - |\Gamma_C| (1)}$$

$$e^{j2n\pi} = 1 = \cos 2n\pi + j \sin 2n\pi = 1 + j0$$

$$S = \frac{1 + |\Gamma_C|}{1 - |\Gamma_C|} \quad (1.52)$$

$$Z(x) = Z_0 \frac{1 + |\Gamma_c| e^{-j2\beta x}}{1 - |\Gamma_c| e^{-j2\beta x}}$$

*mínimo*

Nestas condições:

$$Z(x)|_{\min} = Z_0 \frac{1 - |\Gamma_c|}{1 + |\Gamma_c|} = \frac{Z_0}{S} \quad (1.94)$$

Da mesma forma, a impedância num ponto de mínimo de tensão (máximo de corrente) também é um valor puramente resistivo para qualquer tipo de carga.

$$Z(x)|_{\min} = \frac{Z_0}{S} \quad (\text{impedância num ponto de mínimo de tensão})$$

### 1.6.5 IMPEDÂNCIA DA CARGA ATRAVÉS DA ROE E DOS PONTOS DE MÍNIMOS

Uma impedância desconhecida ligada a uma linha de transmissão pode ser determinada, desde que se conheçam a relação de onda estacionária e as posições onde ocorrem os mínimos de tensão sobre a linha.

Por meio da Equação 1.64, a impedância em qualquer ponto da linha pode ser obtida a partir da impedância da carga. Nesse caso, deverá ser feito o caminho inverso.

Sabe-se que, onde ocorrem os mínimos de tensão da onda estacionária, a impedância vale:

$$Z(x)|_{\min} = \frac{Z_0}{S}$$

em que  $x_{\min}$  representa a distância de um ponto de mínimo à carga.

Substituindo-se esse valor na Equação 1.64, fica:

$$Z(x_{\min}) = \frac{Z_0}{S} = Z_0 \frac{Z_C + jZ_0 \operatorname{tg} \beta x_{\min}}{Z_0 + jZ_C \operatorname{tg} \beta x_{\min}}$$

De onde se obtém o valor da impedância da carga:

$$Z_C = Z_0 \frac{1 - jS \operatorname{tg} \beta x_{\min}}{S - j \operatorname{tg} \beta x_{\min}} \quad (1.95)$$

$$S = \frac{1 + |\Gamma_c|}{1 - |\Gamma_c|}$$

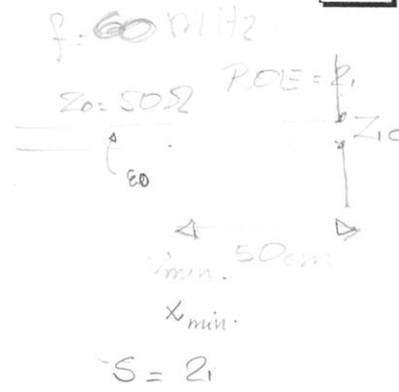
$$Z(x) = Z_0 \frac{Z_C + jZ_0 \operatorname{tg}(\beta x)}{Z_0 + jZ_C \operatorname{tg}(\beta x)}$$

$$S + jZ_C \operatorname{tg} \beta x = (Z_C + jZ_0 \operatorname{tg} \beta x) \cdot S$$

$$S_c (S_c - j \operatorname{tg} \beta x) = Z_0 (1 + jZ_C \operatorname{tg} \beta x)$$

**EXEMPLO 1.9**

Uma antena ligada à extremidade de uma linha de impedância característica igual a 50 ohms provoca uma ROE = 2. Verifica-se que um mínimo de tensão ocorre a 50,0 cm da antena. A frequência utilizada é 60 MHz. A linha tem dielétrico de ar, a partir de que a velocidade de propagação é igual a  $3,0 \cdot 10^8$  m/s. Determine a impedância da antena.



**Solução:**

O comprimento de onda em 60 MHz vale:

$$\lambda = \frac{300}{60} = 5,0 \text{ m} \quad \epsilon_r = \mu_r = 1$$

Assim:

$$\frac{x_{\min}}{\lambda} = \frac{0,5}{5,0} = 0,1$$

Empregando-se a Equação 1.95, fica:

$$Z_C = 50 \frac{1 - j2 \text{tg} \frac{2\pi}{\lambda} 0,1\lambda}{2 - j \text{tg} \frac{2\pi}{\lambda} 0,1\lambda} = 50 \frac{1,0 - j1,453}{2,0 - j0,726}$$

Portanto:

$$Z_C = 41,45 \angle -35,51^\circ \Omega$$

ou

$$Z_C = Z_{\text{antena}} = 33,74 - j24,07$$

**1.6.6 POTÊNCIA NA LINHA DE TRANSMISSÃO**

Em um ponto da linha de transmissão onde ocorrem um máximo de tensão e um mínimo de corrente tem-se:

$$I = I_{\min} \Rightarrow Z = Z_{\max}$$

$$V_{\max} = Z_{\max} \cdot I_{\min}$$

como:

$$Z_{\max} = Z_0 \cdot S \quad \text{de (1.93)}$$

$$V_{\max} = Z_0 \cdot S \cdot I_{\min}$$

Assim:

$$I_{\min} = \frac{V_{\max}}{Z_0 \cdot S}$$

A potência nesse ponto pode ser escrita como:

$$P = V_{\max} \cdot I_{\min}$$

$$P = V_{\max} \cdot \frac{V_{\max}}{Z_0 \cdot S}$$

Portanto:

$$P = \frac{V_{\max}^2}{Z_0 \cdot S}$$

(1.96)

ou

$$V_{\max} = \sqrt{P \cdot Z_0 \cdot S}$$

(1.97)

A Equação 1.97 é muito importante no dimensionamento de linhas de transmissão, uma vez que a máxima tensão a que ficarão submetidas pode ser determinada a partir da potência empregada e da máxima relação de onda estacionária admissível. Em geral, os equipamentos de transmissão são equipados com medidores de potência refletida, e quando esta ultrapassa um determinado limite, um sistema de proteção atua desativando o estágio final de potência.

**EXEMPLO 1.10**

Determine os diâmetros de uma linha de transmissão coaxial com dielétrico de ar e impedância característica igual a 50 ohms que deverá transmitir uma potência limite de 20 KW e uma relação de ondas estacionárias podendo alcançar até o valor  $S = 3$ .

Considere que o ar suporta um gradiente de 1000 V/mm.

**Solução:** *Scudo*  $P = \frac{V_{max}^2}{Z_0 S}$

A máxima tensão a que os condutores da linha ficarão submetidos será:

$$V_{max} = \sqrt{P \cdot Z_0 \cdot S}$$

$$V_{max} = \sqrt{20.000 \cdot 50 \cdot 3} = 1732 \text{ volts}$$

Por medida de segurança será considerada uma isolação para o ar de 500 V/mm. *< rigidez dielétrica 1kV/mm*

$$1 \text{ mm} \rightarrow 500 \text{ V}$$

$$x \text{ mm} \leftarrow 1732 \text{ V}$$

ou seja

$$x = \frac{1732}{500} = 3,46 \text{ mm}$$

A distância *segura* entre os dois condutores será de 3,46 mm

$$R - r = 3,46 \text{ m}$$

Por meio do Apêndice 1, verifica-se que a impedância característica para uma linha coaxial de condutores circulares e dielétricos de ar, como aquela mostrada na Figura 1.24, pode ser escrita como:

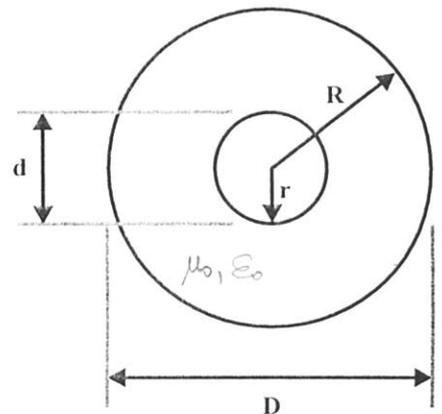


Figura 1.24 Linha coaxial de seção circular.

$$Z_0 = 138 \log \frac{D}{d} \quad \text{já viado}$$

Para

$$Z_0 = 50 \text{ ohms}$$

$$\text{obtem-se: } \frac{D}{d} = 2,3$$

Através das equações:

$$D = 2,3d \quad \text{e} \quad R - r = 3,46$$

$$\text{obtem-se: } d = 5,38 \text{ mm e } D = 12,37 \text{ mm.}$$

## 1.7 EXERCÍCIOS

**1.7.1** Uma linha de transmissão operando em 150 MHz tem os seguintes parâmetros distribuídos:

$$R' = 0,010 \text{ ohm/m} \quad L' = 1,08 \text{ } \mu\text{H/m}$$

$$G' = 0,015 \text{ mS/m} \quad C' = 12,00 \text{ pF/m}$$

Determine:

- a constante de fase;
- o comprimento de onda na linha;
- a velocidade de fase;
- o fator de velocidade;
- a impedância característica.

**1.7.2** Uma linha de transmissão de impedância característica 50 ohms é terminada por uma carga de impedância igual a  $30 + j20$  ohms.

Determine:

- o coeficiente de reflexão;
- a relação de onda estacionária.

1.7.3 Um cabo coaxial operando em 100 MHz é construído com um condutor externo com diâmetro de 3,66 mm e condutor interno com diâmetro de 0,56 mm. A velocidade de fase é igual a  $2,0 \cdot 10^8$  m/s. O cabo tem uma de suas extremidades em aberto. Determine a impedância característica da linha e a impedância "vista" na outra extremidade, quando a mesma tiver comprimentos iguais a:

- a) 50 cm
- b) 25 cm

Considere que  $\mu_r$  do dielétrico é igual a 1 e que as perdas são desprezíveis.

1.7.4 Em uma observação experimental, empregando-se um cabo coaxial de 50 ohms de 16,15 m de comprimento, verificou-se o seguinte: com um gerador de RF e um detector colocados em uma extremidade do cabo (a outra extremidade em aberto), um mínimo de tensão ocorreu em 80 MHz e o mínimo seguinte em 87,62 MHz.

Determine:

- a) o fator de velocidade do cabo coaxial;
- b) a capacidade por unidade de comprimento;
- c) para este cabo, em 80 MHz, o que representa os 16,15 m em comprimentos de onda?

1.7.5 Uma linha de transmissão de impedância igual a 300 ohms tem ligada a uma de suas extremidades uma carga de  $250 + j100$  ohms. Ao longo do comprimento da linha principal, outros dois trechos de linhas de mesma impedância característica aparecem ligados a ela, conforme indicado na Figura 1.25. Determine a impedância "vista" na entrada da linha principal.

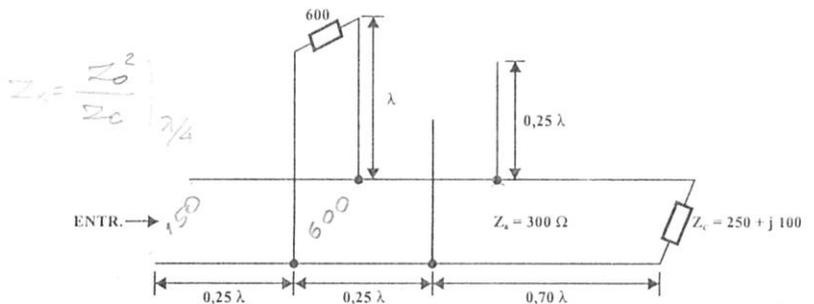


Figura 1.25

1.7.6 Um equipamento de comunicação, operando em 500 MHz, tem um transmissor e um receptor ligados à mesma antena de 50 ohms, conforme mostra a Figura 1.26. Sabe-se que transmissor e receptor não funcionam simultaneamente.

$$\frac{300 \times 300}{250} = 360$$

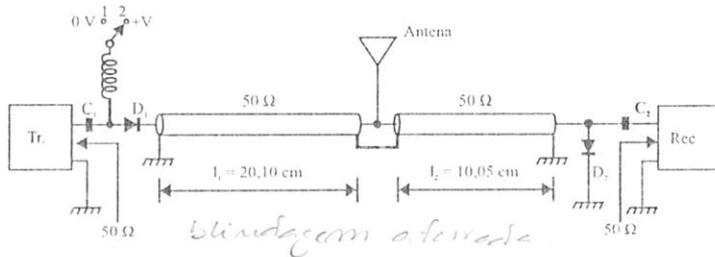


Figura 1.26

Os cabos empregados têm fator de velocidade igual a 0,67 e o comprimento é igual aos indicados na Figura 1.26. Na frequência de operação, os capacitores  $C_1$  e  $C_2$  podem ser considerados como curto-circuitos, o indutor, como elemento de alta impedância e os diodos  $D_1$  e  $D_2$ , como ideais.

Explique o funcionamento do sistema de acoplamento do transmissor e receptor à antena.

**1.7.7** Na estrutura da Figura 1.27 que opera em 300 MHz, considere que:

- os diodos  $D_1$  e  $D_2$  sejam ideais (apresentam resistência infinita quando polarizados reversamente);
- os capacitores  $C_1$  e  $C_2$  em série com impedâncias  $Z_1$  e  $Z_2$  apresentam reatância nula em 300 MHz;
- os choques de RF em série com a fonte DC apresentam reatância infinita em 300 MHz;
- todas as linhas utilizadas apresentam impedância característica igual a  $Z_0 = 300$  ohms.

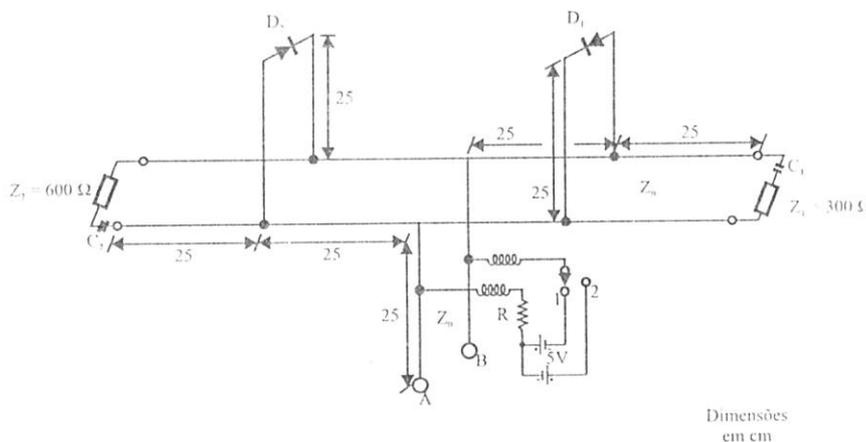


Figura 1.27

Determine a impedância “vista” nos terminais A e B da estrutura de chaveamento quando a chave estiver nas posições 1 e 2. Explique.

**1.7.8** Uma linha de transmissão de 1,5 m de comprimento é construída com fios paralelos de 3,0 mm de diâmetro e espaçamento de 1,84 cm. A linha possui uma de suas extremidades em curto. Determine a impedância “vista” na outra extremidade quando a linha for utilizada em 100 MHz.

**1.7.9** O cabo coaxial RG-059 tem impedância característica igual a 75 ohms e capacitância por unidade de comprimento igual a 67 pF/m. O condutor interno tem diâmetro igual a 0,594 mm e a constante dielétrica do isolante vale 2,59. Calcule:

- a) a indutância por unidade de comprimento;  $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$
- b) o diâmetro do condutor externo;  $\rightarrow \rho \approx 177$
- c) o fator de velocidade.  $\frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}}$

**1.7.10** Em uma linha de transmissão sem perdas de impedância característica de 75 ohms, foi observada uma ROE de 3,5. A distância entre mínimos sucessivos de tensão da onda estacionária é de 45,5 cm e o primeiro mínimo de tensão dista 36,8 cm dos terminais da carga. Determine o valor da impedância da carga ligada à linha.

**1.7.11** Um divisor de potência deverá ser construído para ligar a saída de um transmissor (50 ohms), à duas antenas de impedâncias também iguais a 50 ohms em 500 MHz. O divisor, conforme mostra a Figura 1.28, deverá ser construído com linha coaxial na qual para o condutor externo será utilizado um tubo de latão de 5/8 de polegada de diâmetro.

Dimensione o diâmetro do condutor interno e o comprimento da linha que constitui o divisor, supondo o ar como dielétrico.

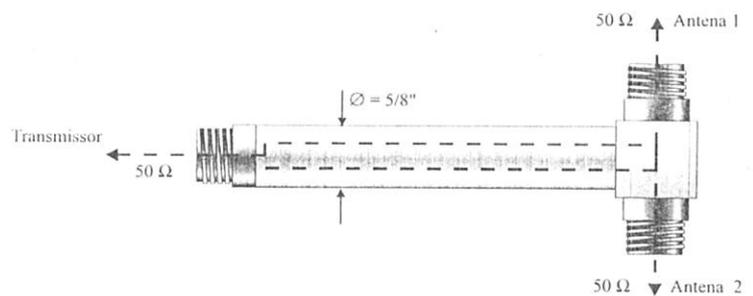


Figura 1.28

**1.7.12** Um divisor de potência assimétrico deverá ser construído para ligar a saída de um transmissor (50 ohms) a 3 antenas de impedâncias iguais a 50 ohms em 600 MHz. O divisor deverá ser construído com linhas coaxiais onde para os condutores externos serão empregados tubos de latão de 5/8 de polegada de diâmetro.

Dimensione o diâmetro dos condutores internos e os comprimentos das linhas que constituem o divisor supondo o ar como dielétrico. A potência do transmissor será dividida de forma desigual entre as 3 antenas, de maneira que duas das antenas sejam alimentadas com 30% da potência total e a terceira, com 40%.

Faça um esboço de como será construído o divisor assimétrico.

**1.7.13** Um arranjo de quatro antenas, tendo cada uma impedância igual a 50 ohms, deverá ser alimentado por um divisor de potência construído apenas com cabos coaxiais de 50 ohms. Dimensione o di-

visor de potência para que as antenas sejam alimentadas com a mesma fase, mesma potência e a impedância final na entrada do divisor resulte em 50 ohms.

### 1.8 REFERÊNCIAS

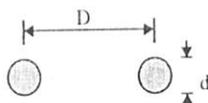
- [1] JOHNSON, W.C. (1980). *Linhas de Transmissão e Circuitos*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois.
- [2] CHIPMAN, R.A. (1972). *Linhas de Transmissão*. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil.
- [3] COLLIN, R.E. (1966). *Foundations for Microwave Engineering*. Toquio, McGraw-Hill – Kogakusha.
- [4] RAMO, S. *et al.* (1970). *Fields and Waves in Communication Electronics*. Nova Delhi, Wiley Eastern.
- [5] SMIT, J. (1987). *Linhas de Comunicação*. São Paulo, Érica Editora Ltda.
- [6] EVERITT, W.E.; ANNER, G.E. (1956). *Communication Engineering*. Tokyo, McGraw-Hill – Kogakusha.
- [7] EVANS, D.S.; JESSOP, G.R. (1980). *VHF / UHF Manual*. London, Radio Society of Great Britain.
- [8] MOHRING, F. *UHF Técnica – Adaptación – Reparación*. Barcelona, Ediciones Técnicas REDE.
- [9] LYTEL, A. (1964). *Fundamentos de UHF (frecuencias ultraelevadas)*. Buenos Aires, Editorial Glem S. A.
- [10] THE AMERICAN RADIO RELAY LEAGUE (1992). *The Arrl Antenna Book*. 16<sup>th</sup> ed., EUA, Cap. 24.

## IMPEDÂNCIA CARACTERÍSTICA DAS LINHAS MAIS COMUNS

Conforme foi mostrado nos capítulos anteriores, em algumas aplicações, as linhas deverão apresentar impedâncias características com valores diferentes daqueles já conhecidos e padronizados. Isso acontece nas linhas empregadas na construção de transformadores de impedâncias de quarto de onda e nos filtros com cavidades ressonantes, nos quais a linha de transmissão deverá ser construída para atender a um valor de impedância característica previamente determinado ou, no projeto,  $Z_0$  deverá adequar-se às dimensões dos materiais disponíveis comercialmente.

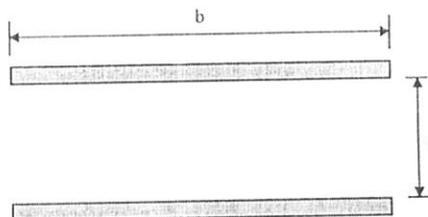
A seguir são apresentadas algumas seções de linhas mais comumente usadas, assim como as expressões correspondentes para o cálculo da impedância característica, que podem ser obtidas nas referências [1, 2, 3 e 4].

### *Linha com fios paralelos*

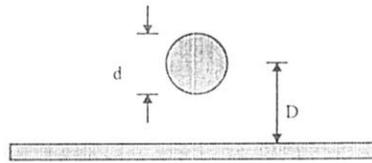

$$Z_0 \cong 276 \log \frac{2D}{d}$$

Se  $d \ll D$

### *Linha com fitas paralelas*

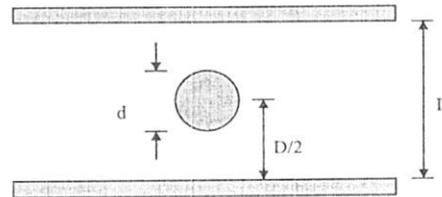

$$Z_0 \cong 377 \frac{a}{b}$$

Se  $a \ll b$  (efeitos de bordas desprezados)

**Linha com fio paralelo e um plano infinito**

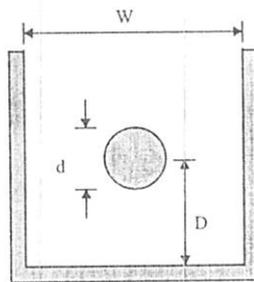
$$Z_0 \cong 138 \log \frac{D}{d}$$

Se  $d \ll D$

**Linha com fio paralelo e dois planos infinitos**

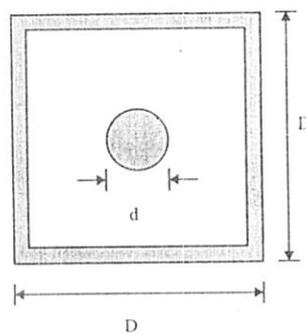
$$Z_0 \cong 138 \log \frac{4D}{\pi \cdot d}$$

Se  $d \ll D$

**Linha com fio no interior de uma seção retangular com uma face aberta**

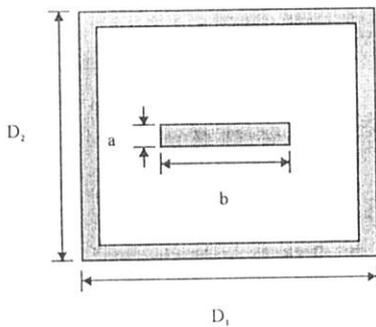
$$Z_0 \cong 138 \log \left( \frac{4W \operatorname{tgh} \frac{\pi \cdot D}{W}}{\pi \cdot d} \right)$$

Se  $d \ll D$  e  $d \ll W$

**Linha coaxial de seção quadrada**

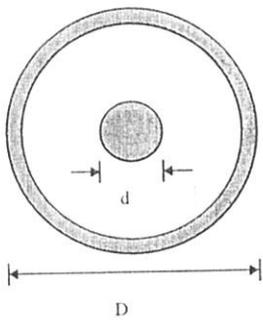
$$Z_0 \cong 138 \log 1,08 \frac{D}{d}$$

*Linha coaxial de seção retangular com condutor interno retangular*



$$Z_0 \cong 138 \log \left( \frac{D_1 + D_2}{a + b} \right)$$

*Linha coaxial circular*



$$Z_0 = 138 \log \frac{D}{d}$$

*Nota:* Em todas as linhas mostradas, o meio é o ar. Para outro meio, o valor resultante de  $Z_0$  deverá ser dividido por

$$\sqrt{\epsilon_r}$$

em que  $\epsilon_r$  é a constante dielétrica do meio.

### A1.1 REFERÊNCIAS

- [1] EVANS, D.S.; JESSOP, G.R. (1980). *VHF/UHF Manual*. London, Radio Society of Great Britain.
- [2] MOHRING, F. *UHF Técnica – Adaptación – Reparación*, Barcelona, Ediciones Técnicas REDE.
- [3] THE AMERICAN RADIO RELAY LEAGUE (1992). *The Arrl Antena Book*. 16<sup>th</sup> ed., EUA.
- [4] INTERNATIONAL TELEPHONE AND TELEGRAPH CORP. *Reference Data for Radio Engineers*. 6<sup>th</sup> ed. Howard W. Samsco., Inc.