

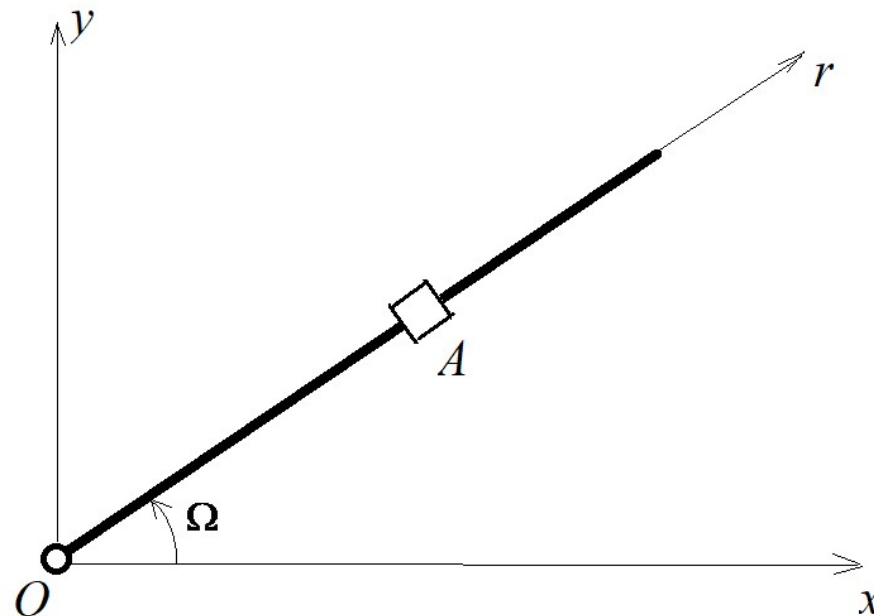
PME3330 – Mecânica dos Fluidos II

Exercícios – Coordenadas Cilíndricas

1) A barra da figura gira ao redor do ponto O com velocidade angular constante $\Omega \vec{e}_z$. O cursor A desliza sobre a barra com velocidade radial $-C/r$, onde $r=r(t)$.

a) Calcule as velocidade de arrastamento e relativa, e as acelerações de arrastamento, relativa e de Coriolis.

b) Com o resultado da velocidade absoluta, calcule novamente a aceleração considerando o cursor como uma partícula material de fluido e compare com os resultados anteriores.



a) Considerando um referencial cilíndrico móvel com versores $\vec{e}_r$ e $\vec{e}_\theta$:

velocidade de arrastamento: $\vec{V}_{arr} = \vec{V}_O + \vec{\Omega} \times \vec{r} = \Omega \vec{e}_z \times r \vec{e}_r = \Omega r \vec{e}_\theta$

velocidade relativa: $\vec{V}_{rel} = u_r \vec{e}_r = -\frac{C}{r} \vec{e}_r$

aceleração de arrastamento: $\vec{a}_{arr} = \vec{a}_O + \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}) + \dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}$

$$\vec{a}_{arr} = \Omega \vec{e}_z \times (\Omega \vec{e}_z \times r \vec{e}_r) = -\Omega^2 r \vec{e}_r$$

Aceleração relativa: $\vec{a}_{rel} = \frac{d\vec{V}_{rel}}{dt} = \frac{d\vec{V}_{rel}}{dr} \frac{dr}{dt} = \frac{C}{r^2} \vec{e}_r u_r = -\frac{C^2}{r^3} \vec{e}_r$

Aceleração de Coriolis: $\vec{a}_{cor} = 2\vec{\Omega} \times \vec{V}_{rel} = 2\Omega \vec{e}_z \times \left(-\frac{C}{r} \vec{e}_r \right) = -2\frac{\Omega C}{r} \vec{e}_\theta$

Assim, as componentes radial e tangencial da velocidade absoluta são:

$$u_r = -\frac{C}{r} \quad u_\theta = \Omega r$$

As componentes radial e tangencial da aceleração absoluta são:

$$a_r = -\Omega^2 r - \frac{C^2}{r^3} \quad a_\theta = -2\frac{\Omega C}{r}$$

b) A aceleração radial é:

$$a_r = \underbrace{\frac{\partial u_r}{\partial t}}_0 + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + u_\theta \underbrace{\frac{\partial u_r}{r \partial \theta}}_0 - \frac{u_\theta^2}{r} = -\frac{C}{r} \frac{C}{r^2} - \Omega^2 r = -\frac{C^2}{r^3} - \Omega^2 r$$

$$a_\theta = \underbrace{\frac{\partial u_\theta}{\partial t}}_0 + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + u_\theta \underbrace{\frac{\partial u_\theta}{r \partial \theta}}_0 + \frac{u_\theta u_r}{r} = -\frac{C}{r} \Omega + \frac{\Omega r \left(-\frac{C}{r} \right)}{r} = -2 \frac{\Omega C}{r}$$