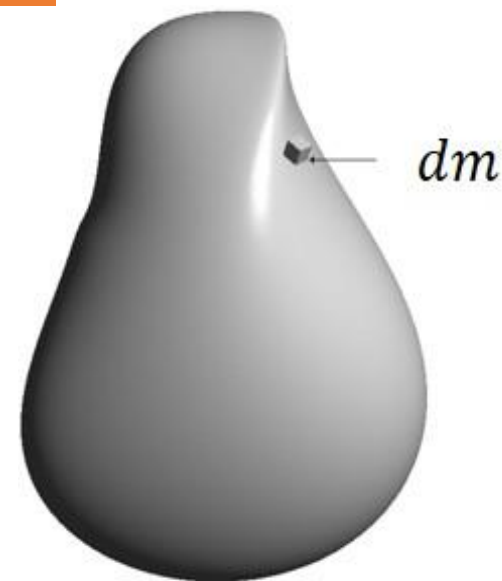


5. Equilíbrio e elasticidade

Corpo rígido → modelo físico idealizado → não deformável

Equilíbrio estático → *corpo em repouso* → $v_{CM} = 0$ e $\omega = 0$

$$\sum_i F_{ix} = 0; \sum_i F_{iy} = 0; \sum_i \tau_i = 0 \rightarrow \text{mesmo plano}$$



Como analisar situações em que um corpo é deformado?

O que ocorre quando um corpo é tão alongado ou achatado que pode se deformar ou romper?

Além das equações de equilíbrio

$$\sum_i F_{ix} = 0; \sum_i F_{iy} = 0; \sum_i \tau_i = 0 \rightarrow \text{mesmo plano}$$

Agora precisamos complementar com o comportamento de elasticidade do corpo.

Conceitos de tensão, deformação e módulo de elasticidade nos ajudarão a prever as deformações que podem ocorrer quando forças são aplicadas a corpos reais (não rígido)

Estrutura indeterminada → modelo real → deformável

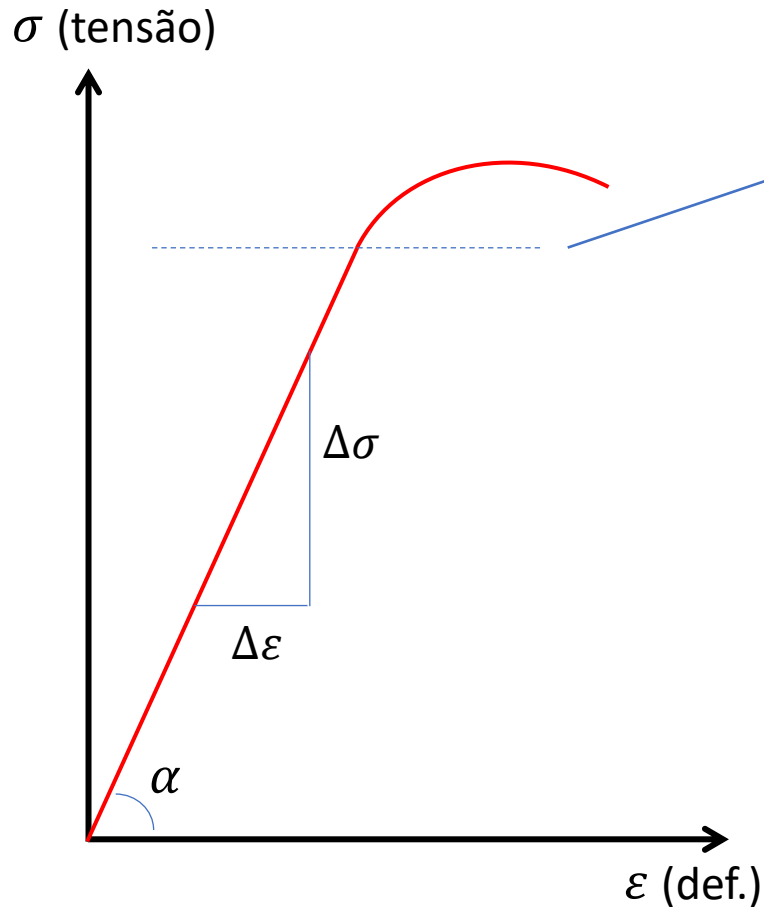
Comportamento elástico → deformação (variação relativa ao comprimento)

Deformação → depende da tensão aplicada e do módulo de elasticidade

Tensão aplicada → força por unidade de área

Módulo elasticidade → característico de cada tipo material que compõem o corpo

Módulo elasticidade → característico de cada tipo material que compõem o corpo



$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

$$\underline{\underline{\text{tg}(\alpha) = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = E}}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \text{ tensão aplicada (MPa)}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \text{ deformação (mm/mm)}$$

E = módulo de elasticidade ou Young (GPa)

A constante E é denominada módulo de elasticidade (mas, também é conhecida como módulo de Young). Ela indica a rigidez do material (resistência do material à deformação elástica) e depende das forças e ligações inter-atômicas.

QUEM DEFINE AS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS?

Tipos átomos

Ligações químicas

Estrutura

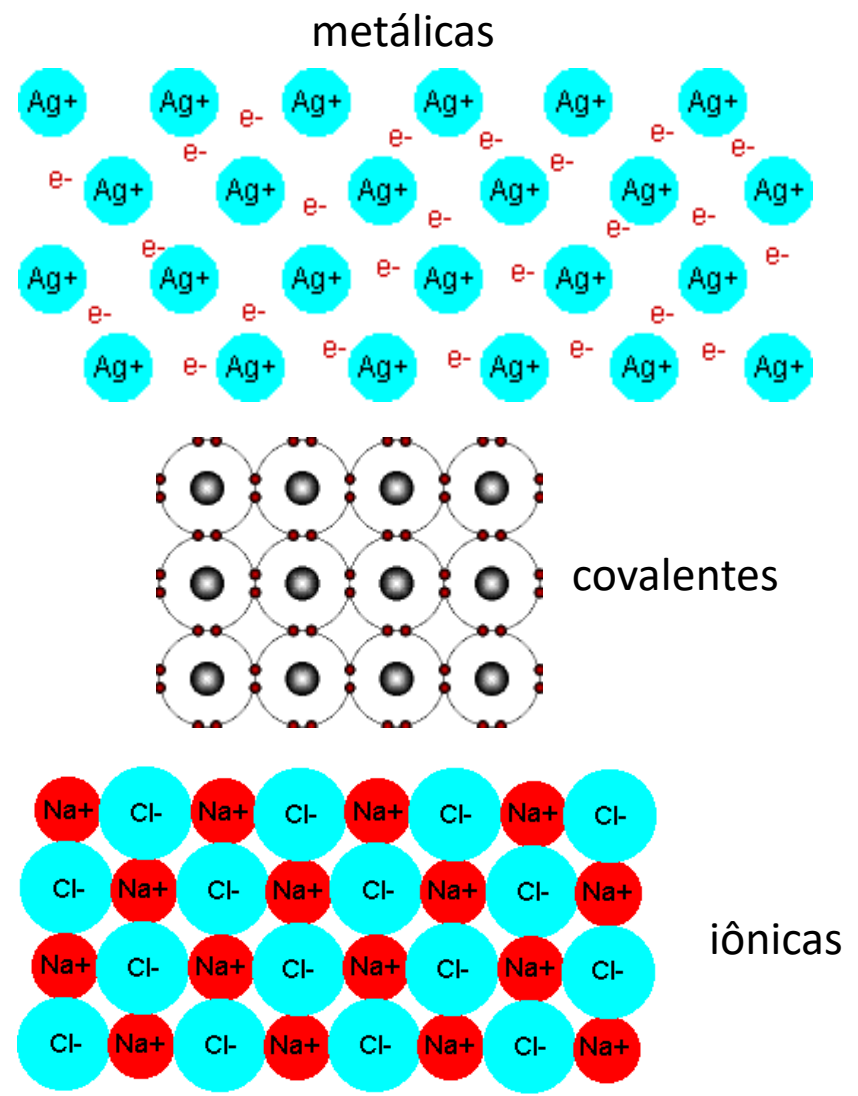
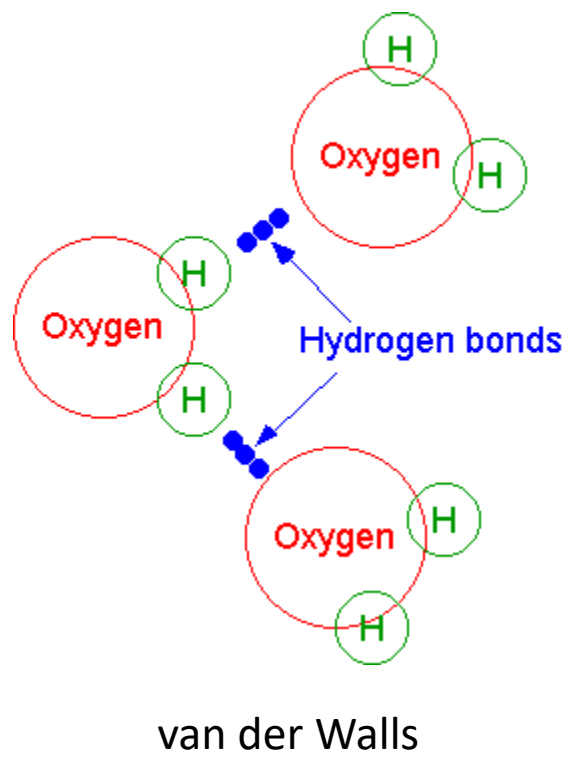
Primárias ou fortes

- iônica
- covalente
- metálica

Secundárias ou fracas

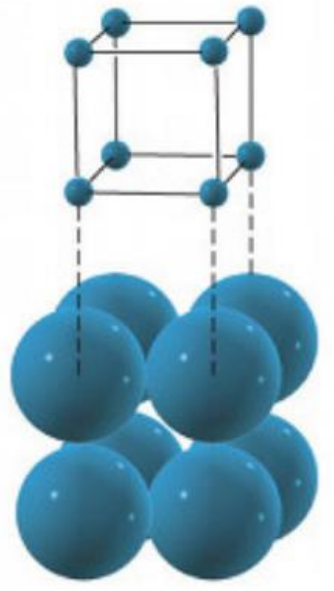
- van der Waals
(forças intermoleculares - hidrogênio)

Ligações químicas

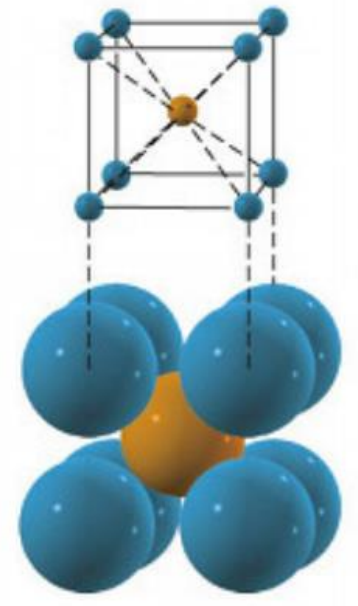


Estrutura

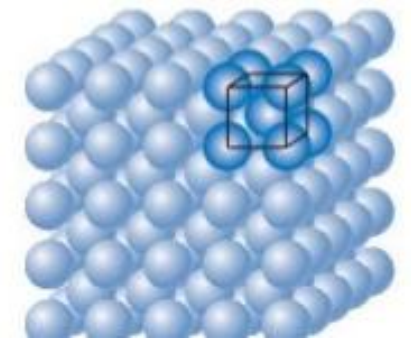
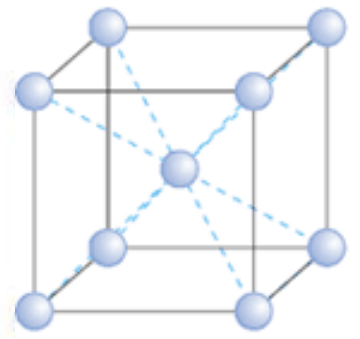
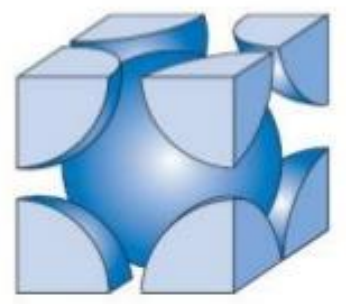
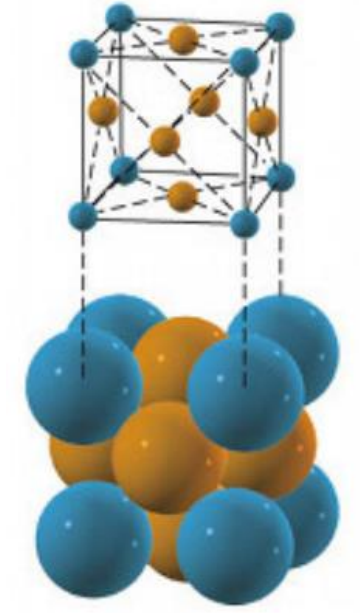
Cúbica



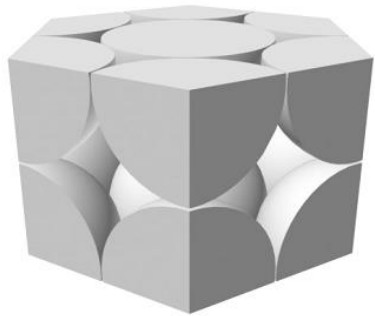
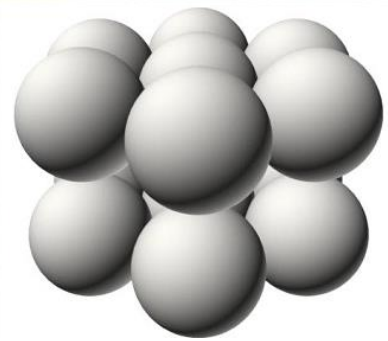
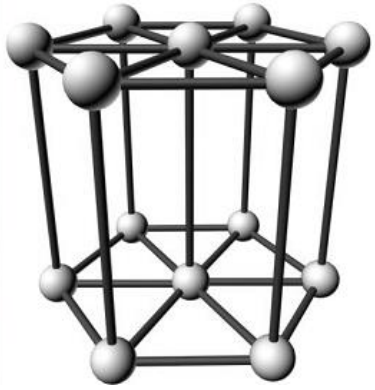
Corpo Centrado



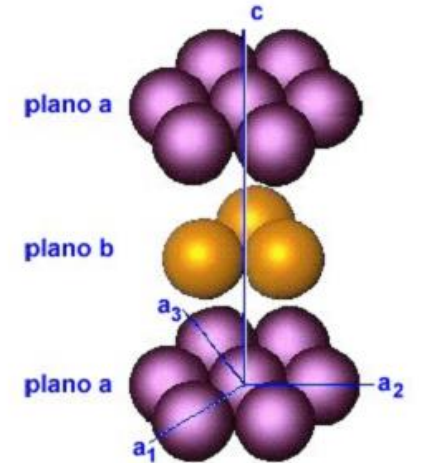
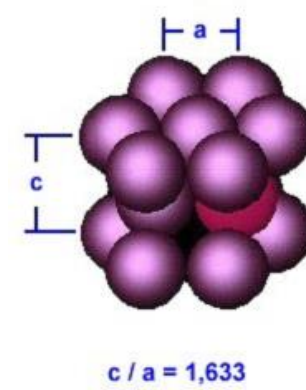
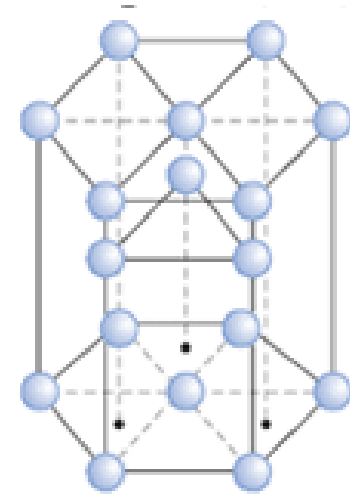
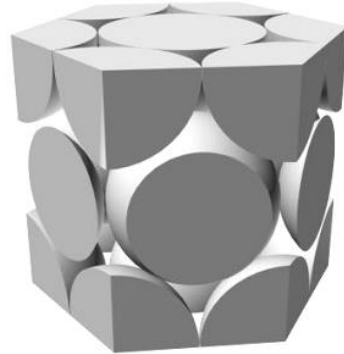
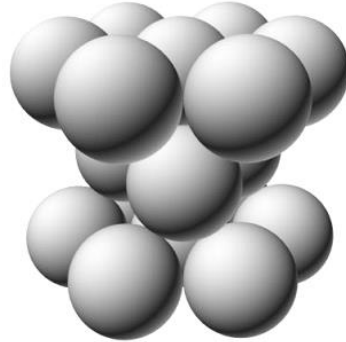
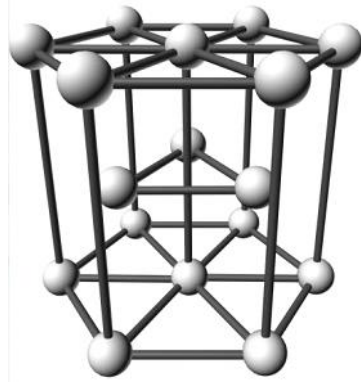
Face Centrada



Hexagonal Simples



Hexagonal Compacta



todos os materiais estão expostos a estímulos externos que provocam algum tipo de resposta

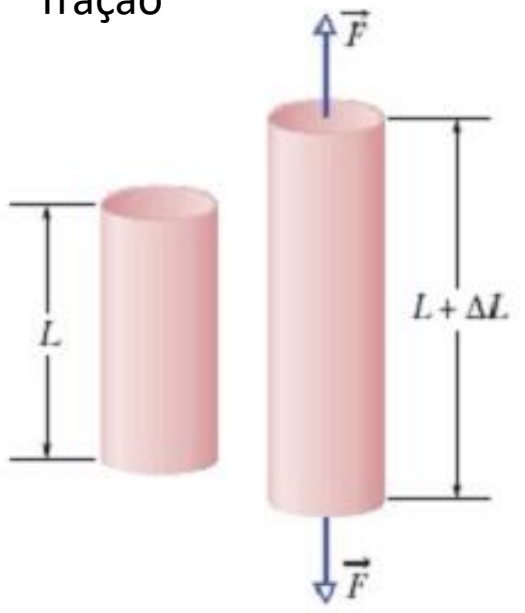
o tipo e a intensidade dessa resposta definem essas propriedades



- ↪ mecânica
- ↪ elétrica
- ↪ térmica
- ↪ magnética
- ↪ óptica

Ensaio mecânicos

Tração



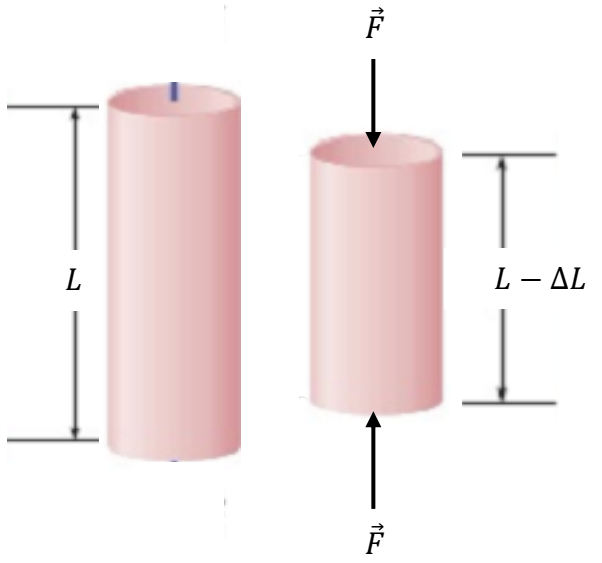
$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

$\frac{F}{A}$ = tensão aplicada

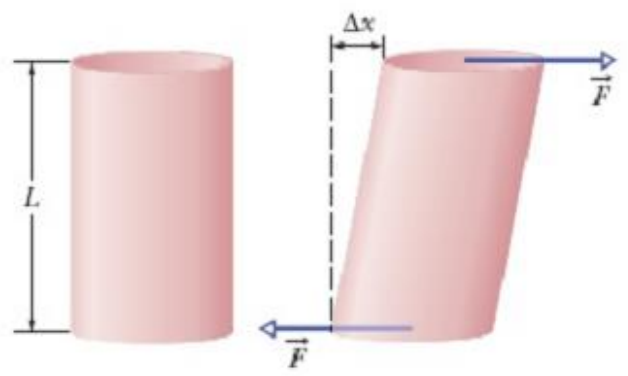
E = módulo elasticidade

$\frac{\Delta L}{L}$ = taxa de deformação

Compressão



Cisalhamento



$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

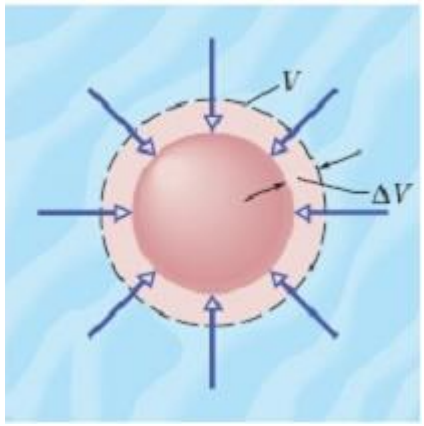
F = força aplicada

A = área de secção transversal

G = módulo cisalhamento

$\frac{\Delta x}{L}$ = taxa de deformação

Hidrostático

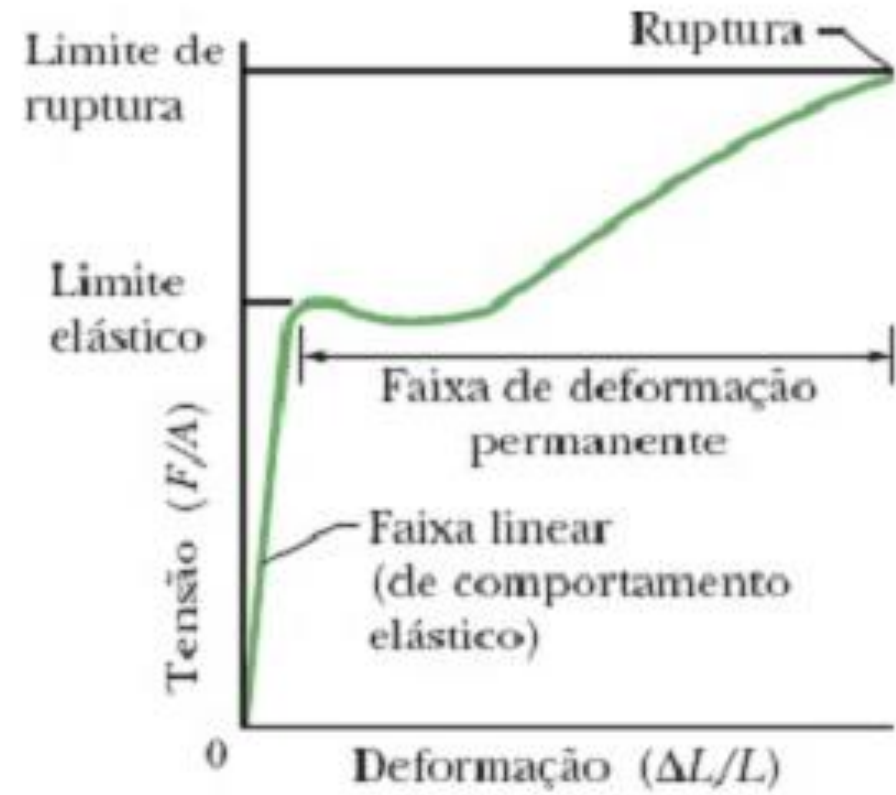
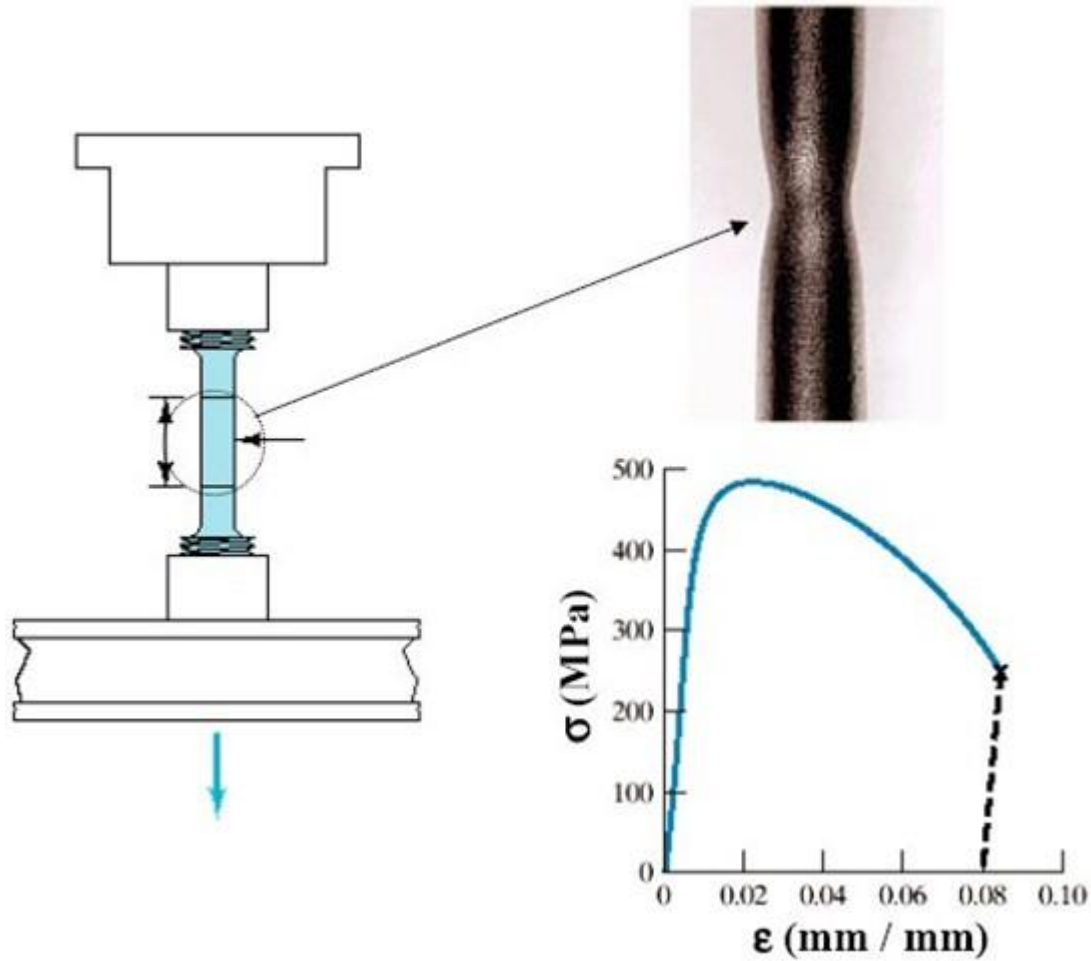


$$p = B \frac{\Delta V}{V}$$

p = pressão

B = módulo elasticidade volumétrica

$\frac{\Delta V}{V}$ = taxa de deformação volumétrica



Material	Módulo de Young, Y (Pa)	Módulo de compressão, B (Pa)	Módulo de cisalhamento, S (Pa)
Alumínio	$7,0 \times 10^{10}$	$7,5 \times 10^{10}$	$2,5 \times 10^{10}$
Bronze	$9,0 \times 10^{10}$	$6,0 \times 10^{10}$	$3,5 \times 10^{10}$
Cobre	11×10^{10}	14×10^{10}	$4,4 \times 10^{10}$
Vidro Crown	$6,0 \times 10^{10}$	$5,0 \times 10^{10}$	$2,5 \times 10^{10}$
Ferro	21×10^{10}	16×10^{10}	$7,7 \times 10^{10}$
Chumbo	$1,6 \times 10^{10}$	$4,1 \times 10^{10}$	$0,6 \times 10^{10}$
Níquel	21×10^{10}	17×10^{10}	$7,8 \times 10^{10}$
Aço	20×10^{10}	16×10^{10}	$7,5 \times 10^{10}$

Qual é a peça solicitada por maior tensão: (a) uma barra de alumínio, de seção reta de 0,97mm X 1,21 mm com uma carga aplicada de 16,75 N ou (b) uma barra de aço de seção circular de diâmetro 0,505 mm sob uma carga de 10,8 N?

a) Barra Al

$$\text{Incógnita} \rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = ?$$

$$\text{Dados} \rightarrow 0,97 \text{ mm} \times 1,21 \text{ mm} \rightarrow A = 1,1737 \text{ mm}^2$$

$$F = 16,75 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{16,75}{1,1737} \rightarrow \sigma \cong 14,3 \text{ N/mm}^2$$

b) Barra Aço

$$\text{Incógnita} \rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = ?$$

$$\text{Dados} \rightarrow \varnothing = 0,505 \text{ mm} \rightarrow A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{0,505}{2}\right)^2 = 0,2003 \text{ mm}^2$$

$$F = 10,80 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10,8}{0,2003} \rightarrow \sigma \cong 53,9 \text{ N/mm}^2$$

A barra de aço tem uma tensão de solicitação maior do que a barra de alumínio

Uma haste de aço tem raio R de 9,5 mm e um comprimento L de 81 cm. Uma força de $62 \cdot 10^3 \text{ N}$ estica a haste ao longo de seu comprimento. Quais são a tensão, o alongamento e a deformação na haste?

Incógnitas $\rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = ?; \Delta L = ?; \frac{\Delta L}{L} = ?$

Dados $\rightarrow R = 9,5 \text{ mm} = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}; L = 81 \text{ cm} = 0,81 \text{ m}; F = 62 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $A = \pi r^2 = \pi (9,5 \cdot 10^{-3})^2 = 2,83 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Pesquisado $\rightarrow E = 2,0 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \rightarrow$ tabela Halliday – 7ªed. pág 14

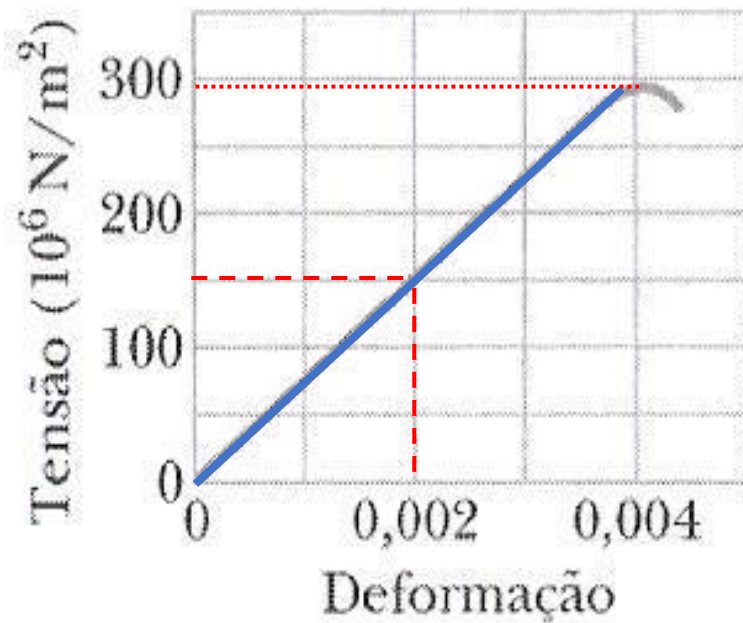
$$\rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = \frac{62 \cdot 10^3}{2,83 \cdot 10^{-4}} \cong 2,2 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \Delta L = \frac{\sigma \cdot L}{E} \rightarrow \Delta L = \frac{2,2 \cdot 10^8 \cdot 0,81}{2,0 \cdot 10^{11}} \rightarrow \Delta L = 8,9 \cdot 10^{-4} \text{ m} \rightarrow \Delta L = 0,89 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{8,9 \cdot 10^{-4}}{0,81} \cong 11 \cdot 10^{-4} \cdot 100\% \rightarrow \frac{\Delta L}{L} \cong 0,11\%$$

A figura mostra a curva tensão-deformação para o quartzito. Quais são (a) o módulo de Young e (b) o valor aproximado do limite elástico para este material?

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \sigma = E \text{ def} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\text{def}}$$



(a) Pelo gráfico temos \rightarrow deformação de 0,002 $\rightarrow \sigma = 150 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$\rightarrow E = \frac{150 \cdot 10^6}{0,002} \rightarrow E = 7,5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

(b) O limite elástico é representado pela reta no gráfico \rightarrow comportamento linear

A reta começa a mudar próxima de $\sigma = 300 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$\rightarrow \sigma \cong 300 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$