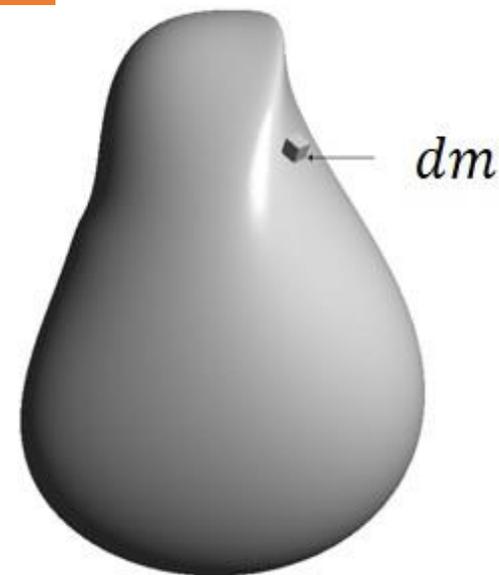


5. Equilíbrio e elasticidade

Corpo rígido → modelo físico idealizado → não deformável

Equilíbrio estático → *corpo em repouso* → $v_{CM} = 0$ e $\omega = 0$

$$\sum_i F_{ix} = 0; \sum_i F_{iy} = 0; \sum_i \tau_i = 0 \rightarrow \text{mesmo plano}$$



Como analisar situações em que um corpo é deformado?

O que ocorre quando um corpo é tão alongado ou achatado que pode se deformar ou romper?

Além das equações de equilíbrio

$$\sum_i F_{ix} = 0; \sum_i F_{iy} = 0; \sum_i \tau_i = 0 \rightarrow \text{mesmo plano}$$

Agora precisamos complementar com o comportamento de elasticidade do corpo.

Conceitos de tensão, deformação e módulo de elasticidade nos ajudarão a prever as deformações que podem ocorrer quando forças são aplicadas a corpos reais (não rígido)

Estrutura indeterminada → modelo real → deformável

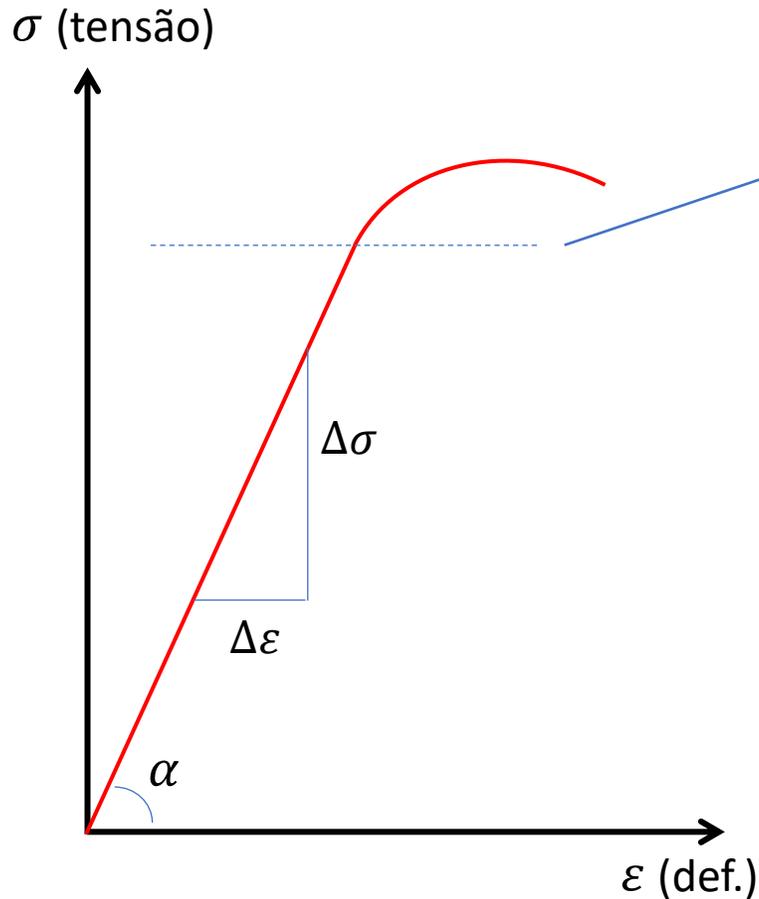
Comportamento elástico → deformação (variação relativa ao comprimento)

Deformação → depende da tensão aplicada e do módulo de elasticidade

Tensão aplicada → força por unidade de área

Módulo elasticidade → característico de cada tipo material que compõem o corpo

Módulo elasticidade → característico de cada tipo material que compõem o corpo



$$\sigma = E\varepsilon \rightarrow \frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

$$\underline{\underline{\text{tg}(\alpha) = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} = E}}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} \text{ tensão aplicada (MPa)}$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \text{ deformação (mm/mm)}$$

E = módulo de elasticidade ou Young (GPa)

A constante E é denominada módulo de elasticidade (mas, também é conhecida como módulo de Young). Ela indica a rigidez do material (resistência do material à deformação elástica) e depende das forças e ligações inter-atômicas.

QUEM DEFINE AS PROPRIEDADES DOS MATERIAIS?

Tipos átomos

Ligações químicas

Estrutura

Primárias ou fortes

- iônica
- covalente
- metálica

Secundárias ou fracas

- van der Waals
(forças intermoleculares - hidrogênio)

Tipos átomos

Tabela Periódica dos Elementos

Grupo 1

Período 1

H
1.00794
1
1.00794

Período 2

Li
6.941
3
6.941

Be
9.012182
4
9.012182

Período 3

Na
22.98976
11
22.98976

Mg
24.3050
12
24.3050

55.845
ou valor de massa atômica (em u.m.a.)

26
número atômico

762.5
1.83
1ª energia de ionização

Fe
símbolo químico

Ferro
nome

[Ar] 3d⁶ 4s²
configuração eletrônica

metais alcalinos

metais alcalinos terrosos

outros metais

metais de transição

lantanídeos

actinídeos

metaloides

não-metais

halogênios

gases nobres

elementos desconhecidos

elementos indicados têm suas massas em parênteses

18

He
4.002602
2
4.002602

10

Ne
20.1797
10
20.1797

18

Ar
39.948
18
39.948

36

Kr
83.798
36
83.798

54

Xe
131.293
54
131.293

86

Rn
222
86
222

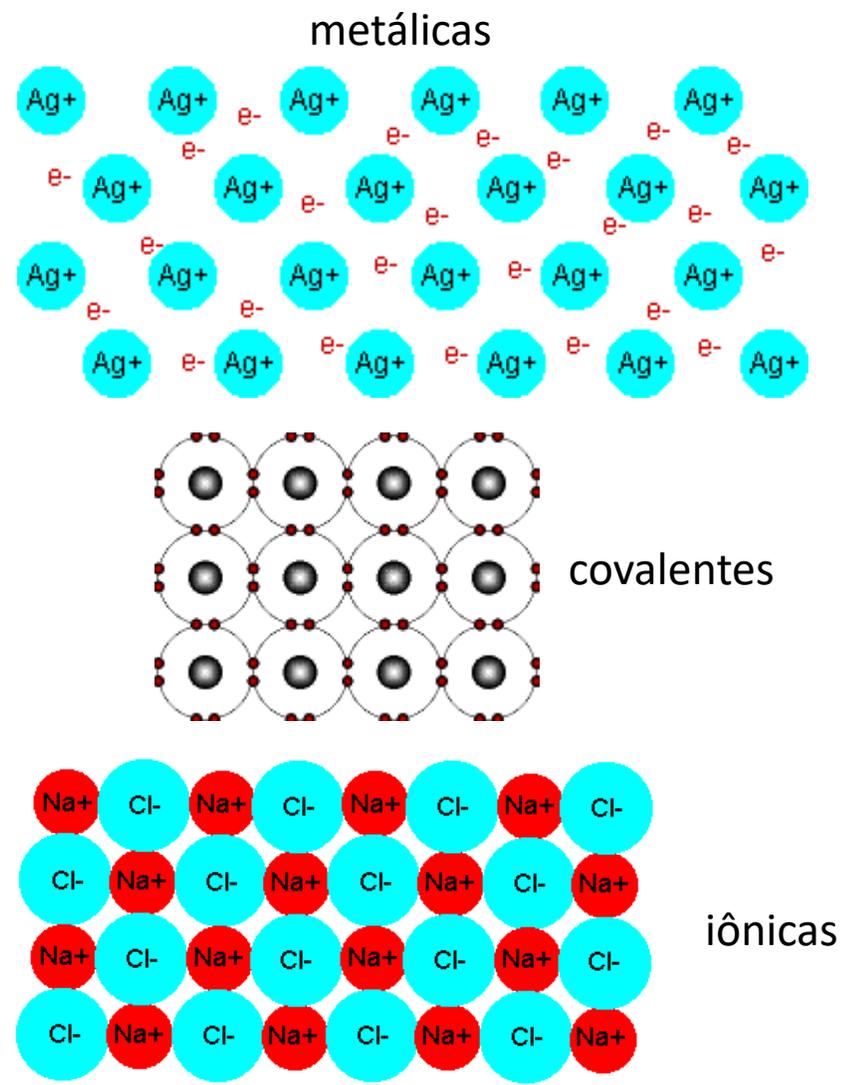
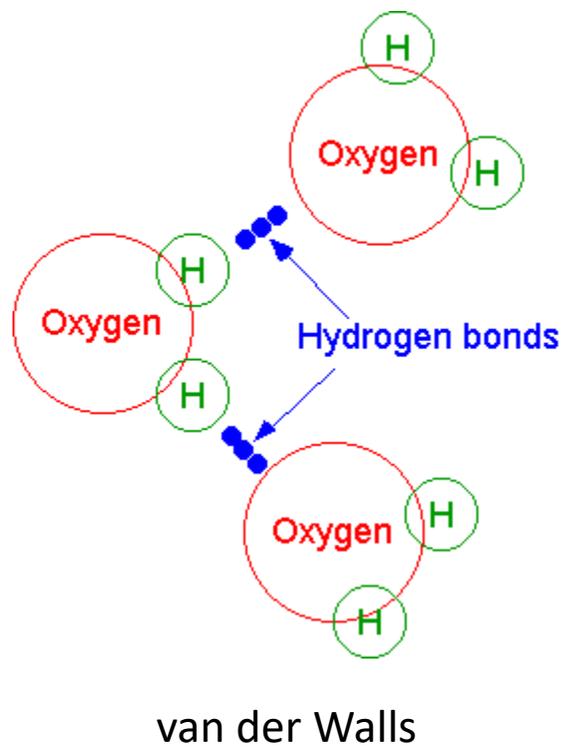
118

Og
294
118
294

notas

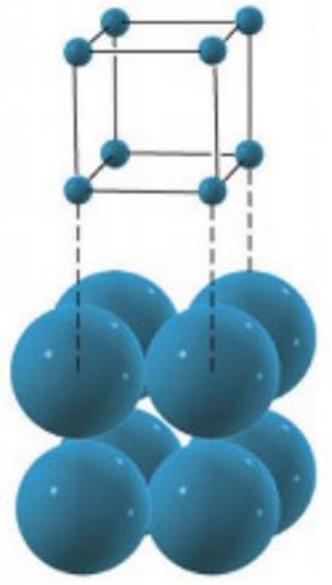
- 1 u.m.a. = 95.485 eV
- considere-se que todos os elementos têm um estado de oxidação 0.

Ligações químicas

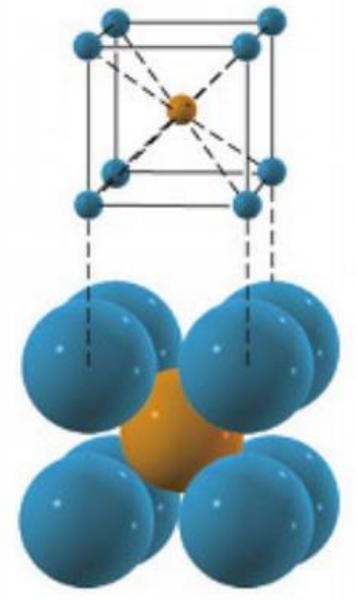


Estrutura

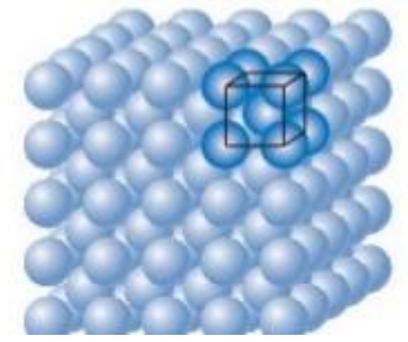
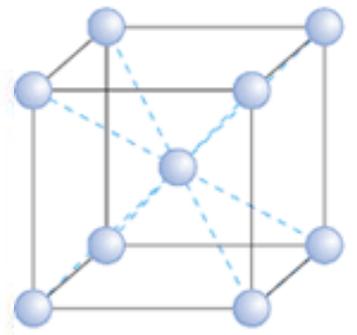
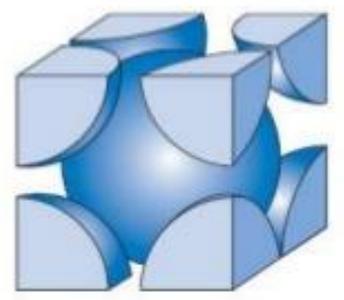
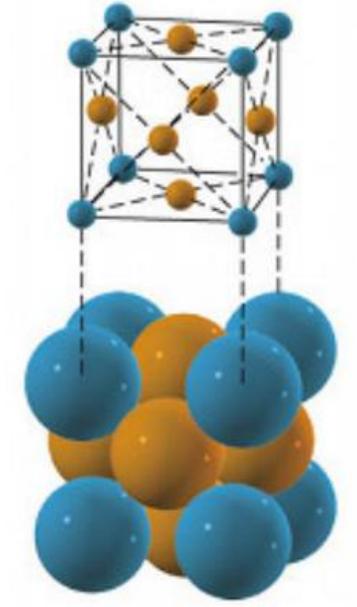
Cúbica



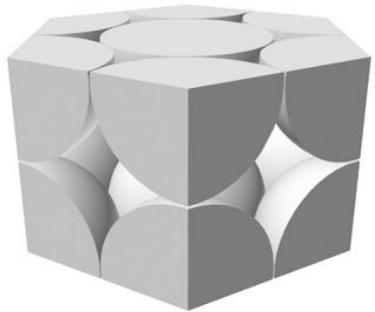
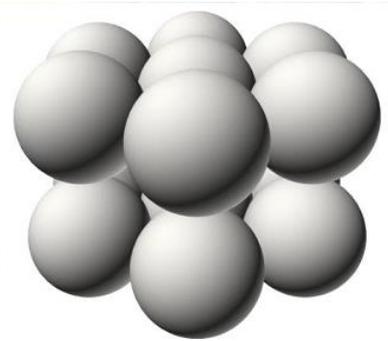
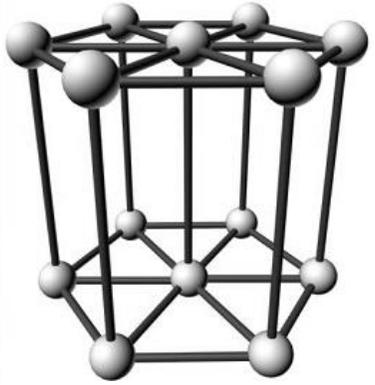
Corpo Centrado



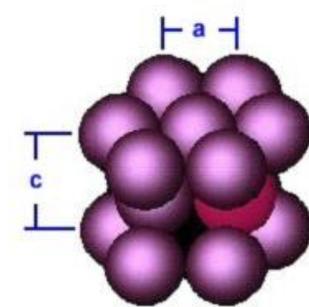
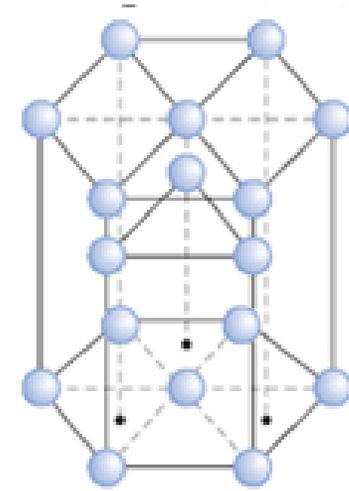
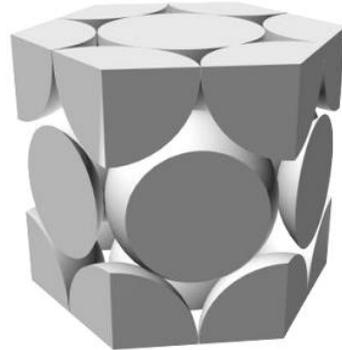
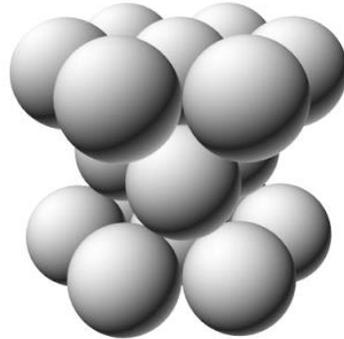
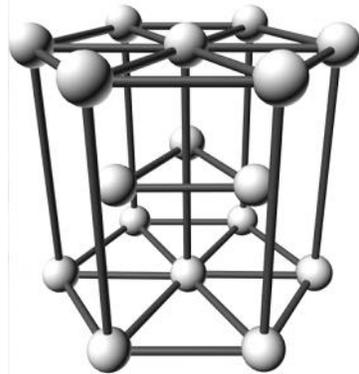
Face Centrada



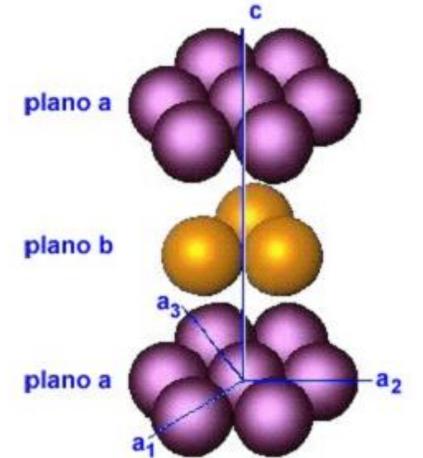
Hexagonal Simples



Hexagonal Compacta

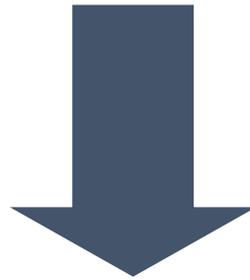


$$c / a = 1,633$$



todos os materiais estão expostos a estímulos externos que provocam algum tipo de resposta

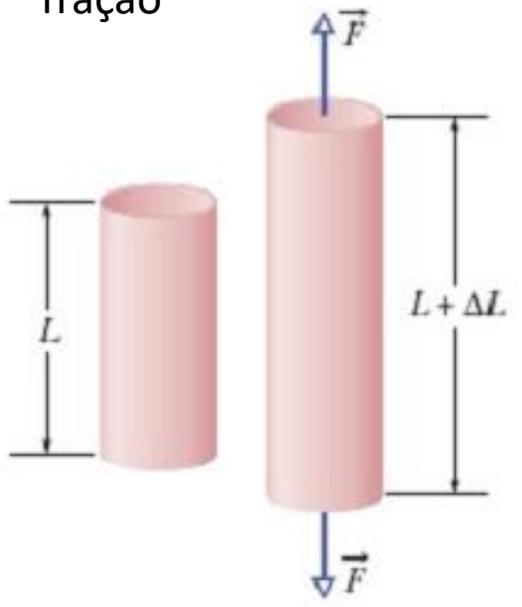
o tipo e a intensidade dessa resposta definem essas propriedades



- ↪ mecânica
- ↪ elétrica
- ↪ térmica
- ↪ magnética
- ↪ óptica

Ensaio mecânicos

Tração



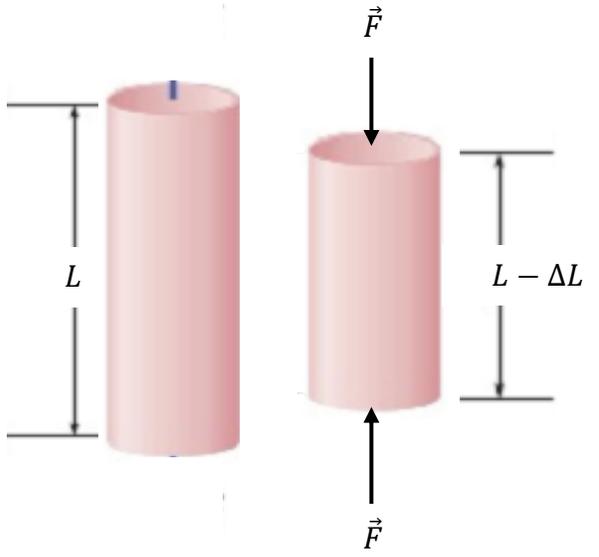
$$\frac{F}{A} = E \frac{\Delta L}{L}$$

$\frac{F}{A}$ = tensão aplicada

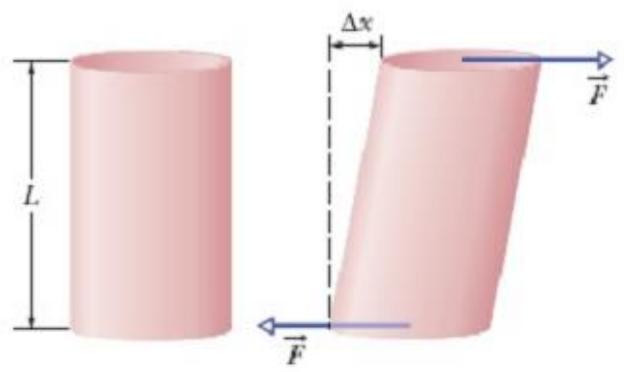
E = módulo elasticidade

$\frac{\Delta L}{L}$ = taxa de deformação

Compressão



Cisalhamento



$$\frac{F}{A} = G \frac{\Delta x}{L}$$

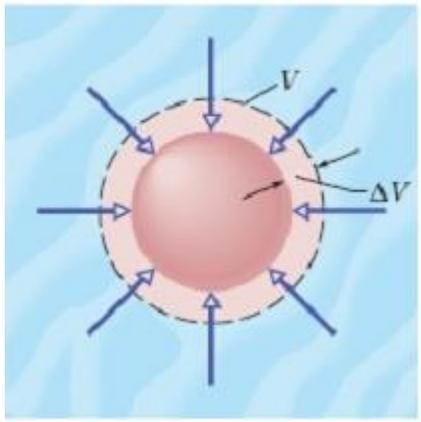
F = força aplicada

A = área de secção transversal

G = módulo cisalhamento

$\frac{\Delta x}{L}$ = taxa de deformação

Hidrostático

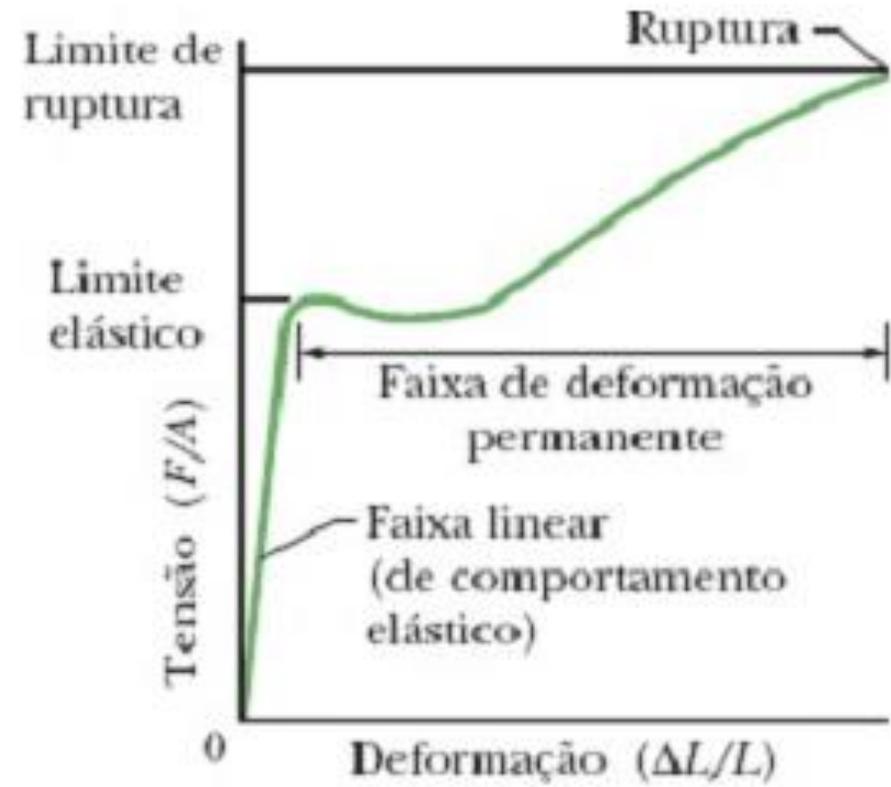
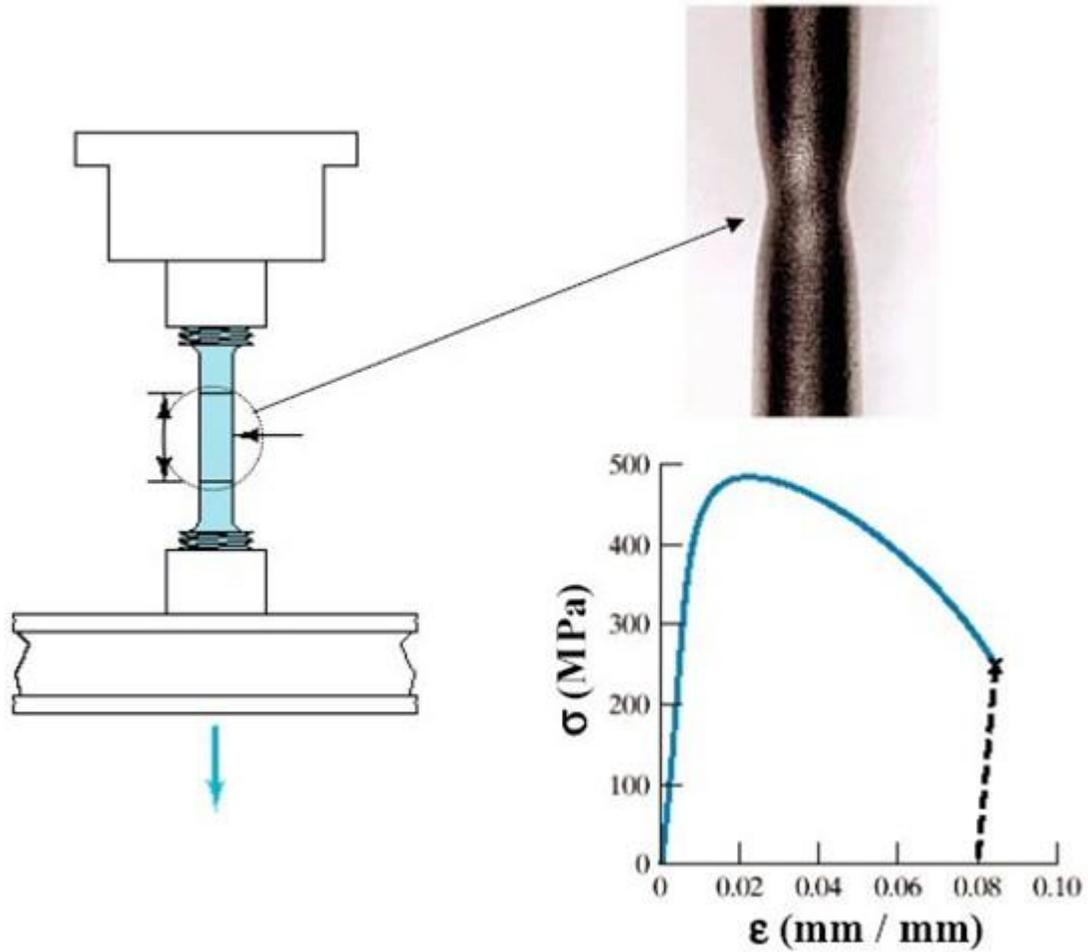


$$p = B \frac{\Delta V}{V}$$

p = pressão

B = módulo elasticidade volumétrica

$\frac{\Delta V}{V}$ = taxa de deformação volumétrica



Material	Módulo de Young, Y (Pa)	Módulo de compressão, B (Pa)	Módulo de cisalhamento, S (Pa)
Alumínio	$7,0 \times 10^{10}$	$7,5 \times 10^{10}$	$2,5 \times 10^{10}$
Bronze	$9,0 \times 10^{10}$	$6,0 \times 10^{10}$	$3,5 \times 10^{10}$
Cobre	11×10^{10}	14×10^{10}	$4,4 \times 10^{10}$
Vidro Crown	$6,0 \times 10^{10}$	$5,0 \times 10^{10}$	$2,5 \times 10^{10}$
Ferro	21×10^{10}	16×10^{10}	$7,7 \times 10^{10}$
Chumbo	$1,6 \times 10^{10}$	$4,1 \times 10^{10}$	$0,6 \times 10^{10}$
Níquel	21×10^{10}	17×10^{10}	$7,8 \times 10^{10}$
Aço	20×10^{10}	16×10^{10}	$7,5 \times 10^{10}$

Qual é a peça solicitada por maior tensão: (a) uma barra de alumínio, de seção reta de 0,97mm X 1,21 mm com uma carga aplicada de 16,75 N ou (b) uma barra de aço de seção circular de diâmetro 0,505 mm sob uma carga de 10,8 N?

a) Barra Al

$$\text{Incógnita} \rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = ?$$

$$\text{Dados} \rightarrow 0,97 \text{ mm} \times 1,21 \text{ mm} \rightarrow A = 1,1737 \text{ mm}^2$$

$$F = 16,75 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{16,75}{1,1737} \rightarrow \sigma \cong 14,3 \text{ N/mm}^2$$

b) Barra Aço

$$\text{Incógnita} \rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = ?$$

$$\text{Dados} \rightarrow \varnothing = 0,505 \text{ mm} \rightarrow A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{0,505}{2}\right)^2 = 0,2003 \text{ mm}^2$$

$$F = 10,80 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{10,8}{0,2003} \rightarrow \sigma \cong 53,9 \text{ N/mm}^2$$

A barra de aço tem uma tensão de solicitação maior do que a barra de alumínio

Uma haste de aço tem raio R de 9,5 mm e um comprimento L de 81 cm. Uma força de $62 \cdot 10^3 \text{ N}$ estica a haste ao longo de seu comprimento. Quais são a tensão, o alongamento e a deformação na haste?

Incógnitas $\rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = ?; \Delta L = ?; \frac{\Delta L}{L} = ?$

Dados $\rightarrow R = 9,5 \text{ mm} = 9,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}; L = 81 \text{ cm} = 0,81 \text{ m}; F = 62 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $A = \pi r^2 = \pi (9,5 \cdot 10^{-3})^2 = 2,83 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$

Pesquisado $\rightarrow E = 2,0 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \rightarrow$ tabela Halliday – 7ªed. pág 14

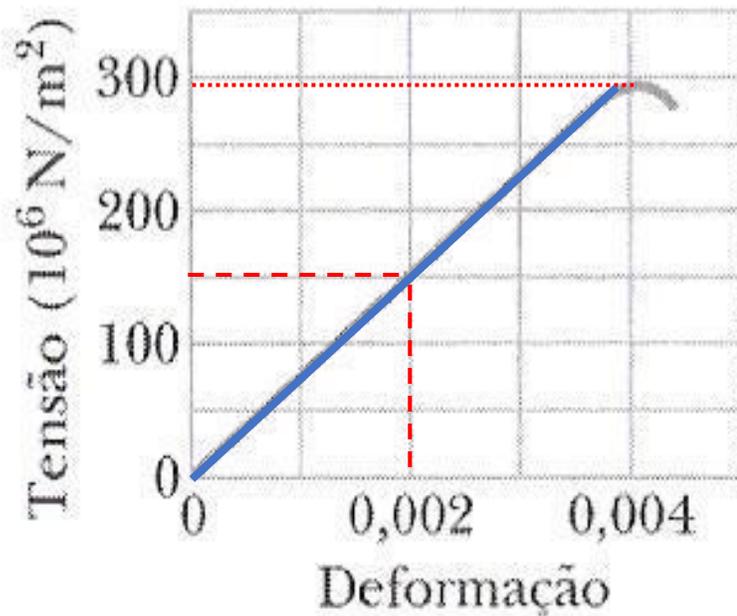
$$\rightarrow \sigma = \frac{F}{A} = \frac{62 \cdot 10^3}{2,83 \cdot 10^{-4}} \cong 2,2 \cdot 10^8 \text{ N/m}^2$$

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \Delta L = \frac{\sigma \cdot L}{E} \rightarrow \Delta L = \frac{2,2 \cdot 10^8 \cdot 0,81}{2,0 \cdot 10^{11}} \rightarrow \Delta L = 8,9 \cdot 10^{-4} \text{ m} \rightarrow \Delta L = 0,89 \text{ mm}$$

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{8,9 \cdot 10^{-4}}{0,81} \cong 11 \cdot 10^{-4} \cdot 100\% \rightarrow \frac{\Delta L}{L} \cong 0,11\%$$

A figura mostra a curva tensão-deformação para o quartzito. Quais são (a) o módulo de Young e (b) o valor aproximado do limite elástico para este material?

$$\sigma = E \frac{\Delta L}{L} \rightarrow \sigma = E \text{ def} \rightarrow E = \frac{\sigma}{\text{def}}$$



(a) Pelo gráfico temos \rightarrow deformação de 0,002 $\rightarrow \sigma = 150 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$\rightarrow E = \frac{150 \cdot 10^6}{0,002} \rightarrow E = 7,5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

(b) O limite elástico é representado pela reta no gráfico \rightarrow comportamento linear

A reta começa a mudar próxima de $\sigma = 300 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$

$$\rightarrow \sigma \cong 300 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$