

AULA DE INTRODUÇÃO ÀS MEDIDAS

Turmas da EESC – Enga. Ambiental – Lab.Física A – Prof. Reynaldo – 1^o semestre 2023

Objetivos:

Introduzir e discutir os conceitos de medida, instrumentos de medida, precisão, distribuições de valores medidos, média, desvio padrão e sua relação com modelos matemáticos das distribuições.

Métodos:

Utilizamos 2 objetos caseiros construídos com papel amassado e fitas adesivas com formato final semelhante, parecidos com bolas: um com aparência mais regular e outra com aparência mais irregular, conforme a figura a seguir.

Queríamos determinar o “diâmetro” destes objetos e para isso utilizamos 2 instrumentos de medida (também mostrados na figura a seguir): um medidor caseiro com precisão de 10mm (distância entre marcas) que chamamos de “paquímetro de costureira” por sua semelhança com o “metro de costureira” (uma fita flexível com marcas a cada cm, muito útil para tirar medidas do corpo de uma pessoa para fazer roupas sob medida), e um “paquímetro normal” com leitura digital e precisão de 0,01 mm.

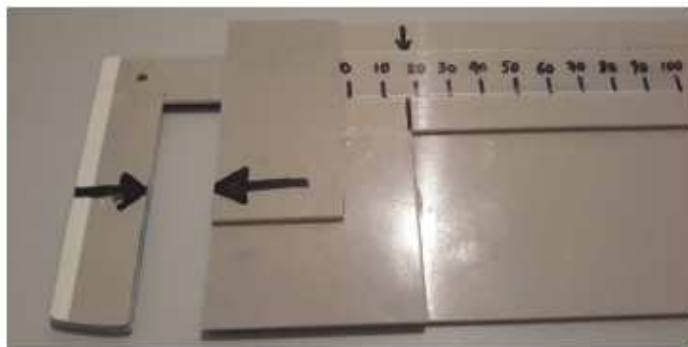
Haviam ~50 alunos na aula, então foi pedido a cada um que fizesse 10 medidas do “diâmetro” de cada objeto (cada uma delas feita em um ponto aleatório do objeto), usando cada um dos instrumentos. À medida em que os alunos terminavam suas medidas iam até a lousa para marcar os valores encontrados em histogramas.



BOLA IRREGULAR



BOLA REGULAR



“PAQUÍMETRO DE
COSTUREIRA”

precisão = 10 mm



PAQUÍMETRO NORMAL

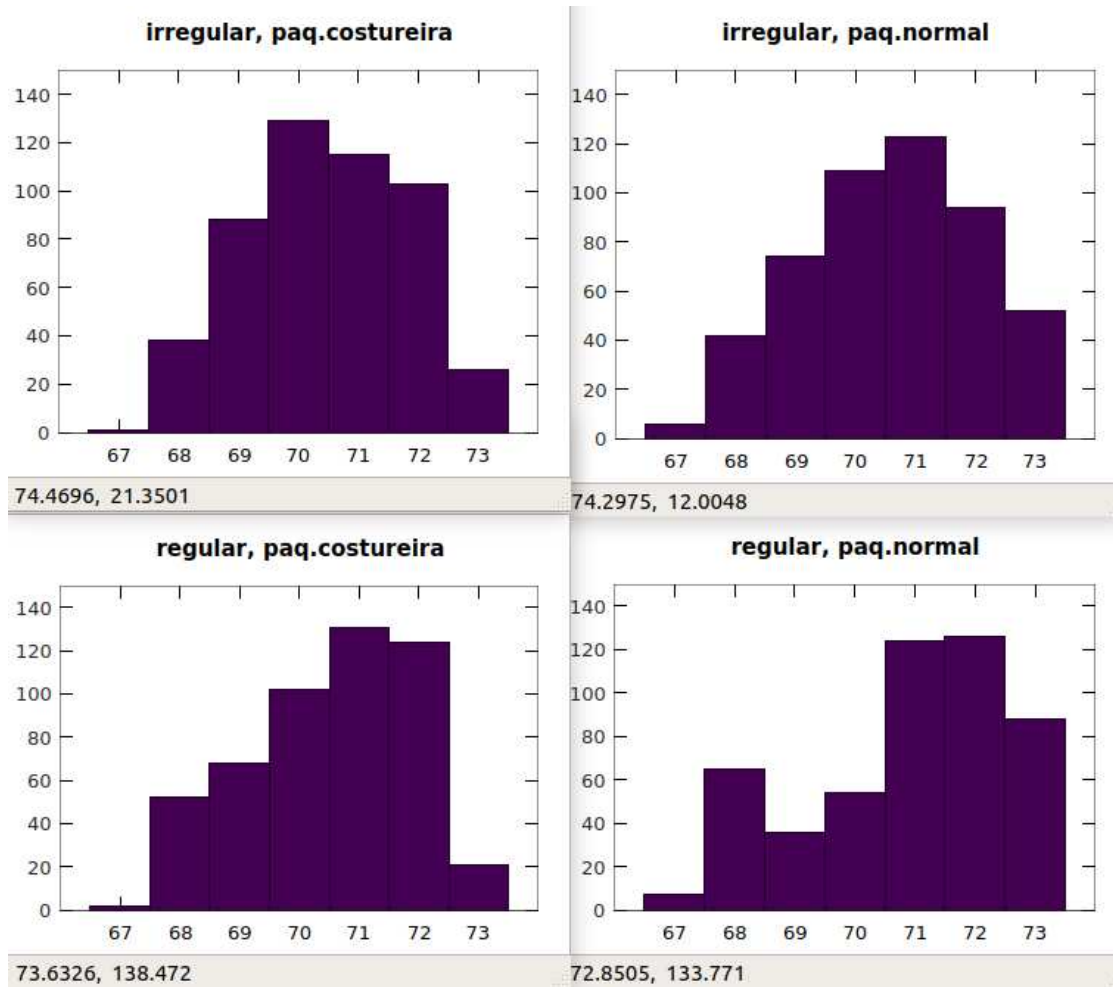
precisão = 0,01 mm

Resultados/Discussão:

Obtivemos 4 conjuntos com 500 medidas:

- bola irregular – paquímetro costureira;
- bola irregular – paquímetro normal;
- bola regular – paquímetro costureira;
- bola regular – paquímetro normal.

Os histogramas obtidos encontram-se reproduzidos na figura a seguir. No eixo horizontal estão os valores medidos em mm e no eixo vertical o número de ocorrências da medida.



Calculando a média e o desvio padrão para cada um dos conjuntos de dados temos:

conjunto de dados	média (mm)	desv.padrão (mm)	média c/ incerteza
irreg., paq.costureira	70,472	1,3627	70,5 ± 1,4
irreg., paq.normal	70,647	1,5145	70,6 ± 1,5
reg., paq.costureira	70,528	1,3947	70,5 ± 1,4
reg., paq.normal	70,952	1,7372	70,9 ± 1,4

Para interpretar estes resultados temos que pensar em um modelo do que estamos medindo e identificar os valores obtidos com características importantes deste modelo.

Por exemplo, se considerarmos que existe um “diâmetro”, significa que estamos modelando os objetos como esferas. Neste caso, a média e o desvio padrão dos conjuntos de medidas representam este diâmetro. Se olharmos apenas para as médias e desvios padrões poderíamos concluir que os dois objetos são esferas idênticas, pois, pelas regras de comparação de distribuições baseadas em média desvio padrão as quatro distribuições são experimentalmente idênticas, porque possuem uma grande faixa de superposição. Você acha que isso é verdade??? NÃO É! Vamos deixar isso em aberto por um momento e vamos nos concentrar em cada um dos objetos medidos separadamente.

Considerando o objeto mais irregular, observamos que não apenas as médias e desvios padrões obtidos para os conjuntos de medidas dos dois instrumentos são praticamente os mesmos mas as distribuições (histogramas) são praticamente idênticos. Apesar da incerteza de 5 mm, associada ao paquímetro de costureira, ser 500 vezes maior que a incerteza do paquímetro digital (0,01 mm), não se vê nenhuma diferença nas distribuições obtidas com estes dois instrumentos! Ou seja, não se ganhou nenhuma “informação” a mais sobre o objeto por utilizar o paquímetro digital em relação à “informação” que já tínhamos no conjunto de medidas do paquímetro de costureira. Isso acontece porque o “tamanho” das irregularidades do objeto (~desvio padrão das medidas) é da mesma ordem de grandeza da incerteza do instrumento de medida. Quando isso acontece não adianta usar instrumentos mais e mais precisos, nada será acrescentado ao que já sabíamos com as medidas do paquímetro de costureira! Como as duas distribuições sugerem um formato de curva normal ou gaussiana, elas são coerentes com o modelo de que existe um diâmetro, ou seja, as duas indicam que estamos medindo uma esfera com irregularidades ou imperfeições.

Mas quando vale a pena usar um instrumento mais preciso? Quando a distribuição apresentar alguma anomalia em relação ao formato “normal” ou gaussiano... Exemplos:

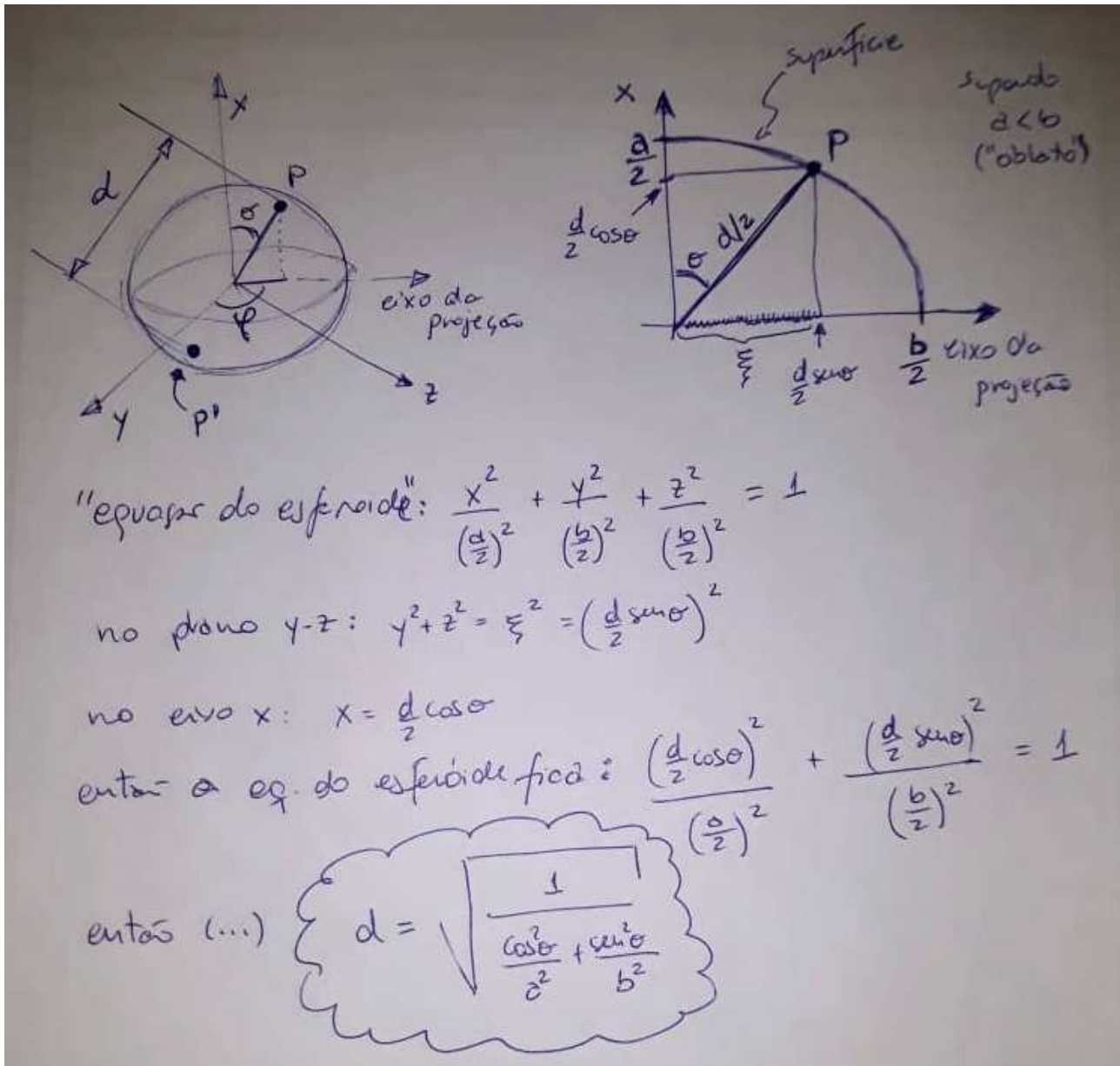
(1) quando todos os valores medidos são iguais ou muito próximos e o desvio padrão do conjunto de medidas tende a ser muito pequeno ou igual a zero, o histograma apresenta poucos canais com muitas medidas ou todas dentro de um único canal. É uma indicação que o objeto medido tem um formato muito mais regular do que a precisão do instrumento de medida consegue perceber.

(2) quando o formato da distribuição sugere que ela não é gaussiana (é o que aconteceu no caso da bola regular medida pelo paquímetro de costureira, que apresenta um formato assimétrico).

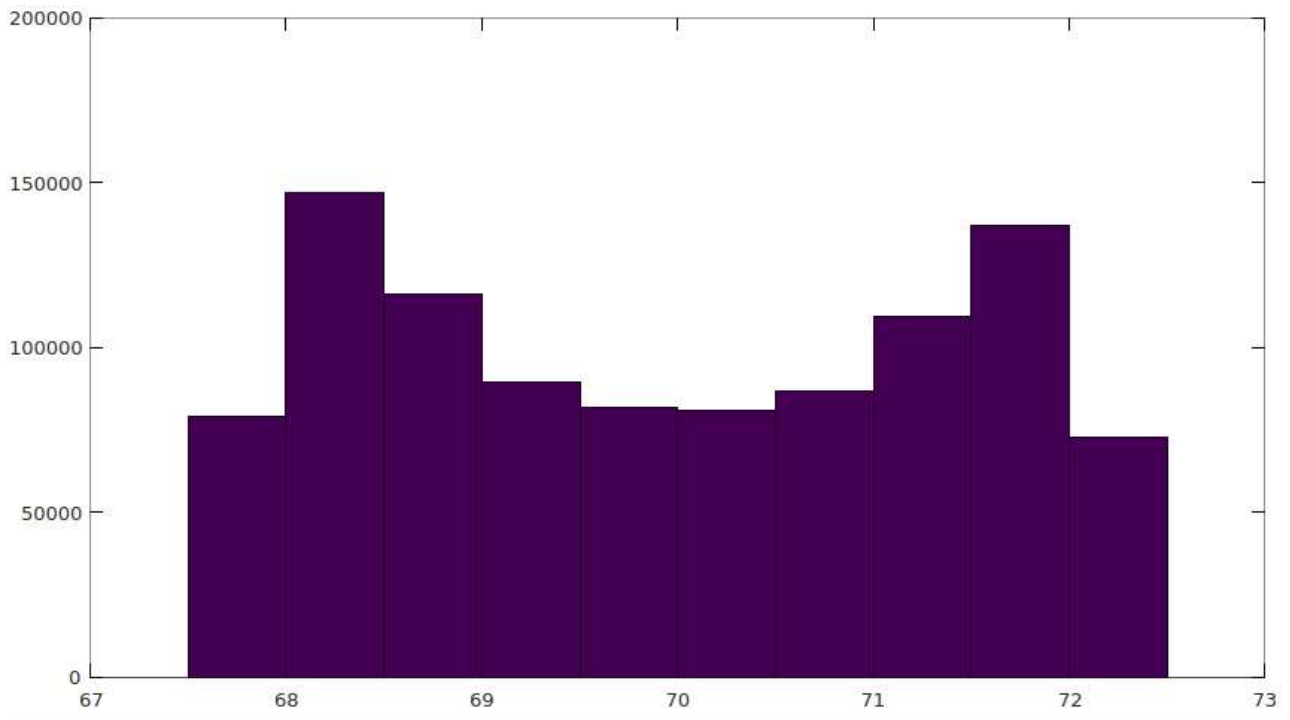
O objeto mais regular apresentou uma distribuição assimétrica quando medido pelo paquímetro de costureira, porém não “muito” diferente de uma curva gaussiana, “parece uma gaussiana com uma cauda do lado esquerdo”. Quando olhamos a distribuição obtida com as medidas do paquímetro digital observamos que aparecem 2 picos, indicando que as medidas não correspondem ao esperado para um modelo esférico. Agora sim, as medidas com o paquímetro digital trouxeram uma informação nova, que o comportamento não é gaussiano, ou seja, nosso modelo matemático está errado! E agora???

Simple, no dia em que fizemos as medidas uma aluna que é boa observadora mencionou que achava que o objeto mais regular na verdade era uma “esfera achatada” ou algo assim e que por isso acreditava que o histograma ia apresentar dois picos em vez de um só. Vamos seguir esta idéia e ver onde este modelo nos levaria. A superfície matemática mais simples com tais propriedades seria um esferóide, veja a figura a seguir. Vamos considerar um esferóide “oblato” (parecido com a forma do planeta Terra --- sinto muito, ele **NÃO** é plano!!!).

Quando fazemos uma medida do “diâmetro” de um esferóide, a partir de pontos escolhidos aleatoriamente em sua superfície, estamos encostando uma das pontas do instrumento em um ponto P que forma um ângulo θ com o eixo x, e cuja projeção no plano y-z forma um ângulo φ com o eixo y (veja a figura) e a outra ponta em um ponto P’, “diametralmente” oposto. Vamos chamar a medida obtida de d .



Se sortearmos 1.000.000 de valores de ângulos aleatórios entre 0 e $\pi/2$ e calcularmos o valor de d para cada um deles, obtemos um conjunto E-N-O-R-M-E de valores para a simulação deste modelo matemático para a nossa medida de “diâmetro” de um esferóide oblato (e demora menos de 1 segundo em um laptop porcaria com mais de 10 anos como o meu). Para tornar a coisa mais divertida e realista, podemos também acrescentar um ruído aleatório entre + e - 1 mm e somar a cada medida para levar em conta problemas experimentais de posicionamento dos paquímetros na superfície medida... O histograma para os dados assim simulados está na figura a seguir (onde consideramos $a=68$ mm e $b=72$ mm, compatíveis com nosso objeto).



Aparecem dois picos!!! Mas os dois tem mais ou menos a mesma altura, ou seja, a probabilidade de medir ao longo dos dois eixos é igual e um pouco maior do que medir em qualquer outra direção... efeitos dos senos e cossenos! Mas não é exatamente isso que observamos na distribuição do nosso objeto, ou seja, por um lado o novo modelo matemático explica a presença de um segundo pico e prova que média e desvio padrão neste caso não fazem sentido, por outro lado não explica porque medimos o pico com valor de “diâmetro” menor com menos frequência... aqui preciso lembrar que modelos matemáticos são sempre idealizações. Quando eu “construí” o objeto e pisei em cima dele para achatar, provavelmente ele deu uma achatada mas não virou um esferóide oblato perfeito, mas se aproxima mais disso do que de uma esfera!

Conclusão:

- Nem sempre um instrumento mais preciso (e caro!) dará um resultado melhor que outro mais simples (e barato).
- Quando fazemos uma medida, existe um modelo matemático do que estamos medindo, que nem sempre estará correto.
- A precisão do instrumento de medida deve estar adequada à precisão do objeto medido e à precisão do modelo que temos para a medida.
- Não ganhamos mais informação ao medir com instrumentos cada vez mais precisos um objeto irregular. O segredo é a precisão do instrumento e o tamanho médio das irregularidades serem da mesma ordem.
- média e desvio padrão só fazem sentido se usados para representar uma distribuição normal ou gaussiana de medidas. Observando a distribuição de medidas temos como saber se o instrumento e o modelo adotados são adequados para aquela medida.