9.8 Determine os valores máximos e mínimos (caso existam) da função dada no intervalo dado

3.) $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} - x^3 + 4x^2 - 4x + 1$ em $[-3, 3]$

f é contínua num fechado e limitado ∴ f possui máximo e mínimo

$f'(x) = x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 4$

1 é raiz dupla

$$\begin{array}{r|l} x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 8x - 4 & x^2 - 2x + 1 \\ \hline -x^4 + 2x^3 - x^2 & x^2 - 4 \\ \hline -4x^2 + 8x - 4 & \\ 4x^2 - 8x + 4 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \underbrace{(x-1)^2}_{\geq 0} \cdot \underline{(x^2-4)} = 0$$

$x = 1$ $\quad$ $x = 1$

$$\Leftrightarrow \text{ ou } x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \text{ ou } x = \pm 2.$$

Pontos críticos no interior de $[-3,3]$:

$$x \in \{1, \pm 2\}.$$

Candidatos a extremante:

$$x \in \{\underbrace{1, \pm 2}_{\text{pontos críticos no int. do intervalo}}, \pm 3\}$$

extremidades do intervalo

	3		2		1		2		3
$(x-1)^2$	+	+	+	+	0	+	+	+	+
x^2-4	+	+	0	—	—	—	0	+	+
f'	+	+	0	—	0	—	0	+	+
		↗		↘		↘		↗	

$$f(x)=\frac{x^5}{5}-\frac{x^4}{2}-x^3+4x^2-4x+1$$

$$f(-2)=-\frac{2^5}{5}-\frac{2^4}{2}+\overbrace{2^3+4\cdot4+8+1}$$

$$=\frac{-32-40+165}{5}=\frac{93}{5}$$

$$f(-3)=-\frac{3^5}{5}-\frac{3^4}{2}+\overbrace{27+36+12+1}$$

$$=\frac{-486-405\qquad+760}{10}$$

$$=-\frac{131}{10}$$

$$\begin{array}{r} 486 \\ +\,405 \\ \hline 891 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 891 \\ -\,760 \\ \hline 131 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 33 \\ \times\ 5 \\ \hline 165 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 165 \\ -\,72 \\ \hline 93 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times\ 3 \\ \hline 243 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 243 \\ \times\ 2 \\ \hline 486 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ +\,27 \\ \hline 76 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 760 \\ -\,486 \\ \hline 274 \end{array}$$

$f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^4}{2} - x^3 + 4x^2 - 4x + 1$

$f(-2)$ valor máximo

$= \frac{93}{5} = \frac{186}{10}$

$f(-3) = -\frac{131}{10}$ valor mínimo

Valor mínimo é negativo

$f(-3)$ é o valor mínimo

-3 é ponto de mínimo.

Valor máximo é positivo

$f(-2)$ é valor máximo

-2 é ponto de máximo

$f(2) = \frac{2^5}{5} - \frac{2^4}{2} - 2^3 + 4 \cdot 2^2 - 4 \cdot 2 + 1$

$= \frac{32 - 40 + 5}{5} = \cancel{-\frac{3}{5}}$

$-8 + 16 - 8 + 1 = 1$

valor mínimo

$\downarrow$

$f(2) < f(1) < 0$

$f(2) = -\frac{6}{10} > f(-3)$

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times\ 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 81 \\ \times\ 5 \\ \hline 405 \end{array}$$

$f(3) = \frac{3^5}{5} - \frac{3^4}{2} - 3^3 + 4 \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 1$

$= \frac{486 - 405 - 20}{10} = \cancel{\frac{61}{10}}$

$-27 + 36 - 12 + 1$

$= -3 + 1 = -2$

$$\begin{array}{r} 486 \\ -425 \\ \hline 61 \end{array}$$

$f(-2) > f(3)$

$f(1) = \frac{1}{5} - \frac{1}{2} - 1 + 4 - 4 + 1 = \frac{2 - 5}{10} = \cancel{-\frac{3}{10}}$

$\bar{x}$ entre o x

f

f

Série

Raio de convergência

$\sum a_k x^k$

x_0

$e^{-\frac{1}{x^2}}$

0

$P_n(x)$

$\cos 1$ com erro menor que 10^{-5}

$\bar{x}$ entre 0 e x.

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{(-1)^k x^{2k}}{(2k)!} + \frac{f^{(2k+1)}(\bar{x})}{(2k+1)!} x^{2k+1}$$

Polinômio de Taylor de grau 2K

resto de Lagrange

100

P/ $x = 1$

$\bar{x}$ entre 0 e 1

3

$$\cos 1 - \left(1 - \frac{1}{2!} + \dots + \frac{(-1)^k 1^{2k}}{(2k)!}\right) = \frac{f^{(2k+1)}(\bar{x})}{(2k+1)!} 1^{2k+1}$$

$$\left|\cos 1 - \left(1 - \frac{1}{2!} + \dots + \frac{(-1)^k}{(2k)!}\right)\right| = \frac{|f^{(2k+1)}(\bar{x})|}{(2k+1)!} \leq \frac{1}{(2k+1)!} < 10^{-5}$$

$$\frac{1}{(2k+1)!} < 10^{-5}$$

$$\iff 10^{5} < (2k+1)!$$

$$k = 5$$

$$(2k+1)! = 11! = \underbrace{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}_{> 10^3} \cdot \overbrace{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2}^{=120} > 10^{5}$$

$$\left| \cos 1 - \left(1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6!} + \frac{1}{8!} - \frac{1}{10!}\right) \right| < 10^{-5}$$

$\uparrow$

0, … 0, …

$$\left|\cos 1 - \left(1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{6!} + \frac{1}{8!} - \frac{1}{10!}\right)\right| < 10^{-6}$$

$0,5 = \frac{1}{2!} = 0,5$

$0,0416666 \le \frac{1}{4!} \le 0,0416667$

$0,0013888 \le \frac{1}{6!} \le 0,0013889$

$0,0002480 \le \frac{1}{8!} \le 0,0002481$

$0,0000002 \le \frac{1}{10!} \le 0,0000003$

$e \approx 2,7$

$1 \le 1 \le 1$

$-0,5 \le -\frac{1}{2!} \le -0,5$

$0,041666 \le \frac{1}{4!} \le 0,041667$

$-0,0013889 \le -\frac{1}{6!} \le -0,0013888$

$0,0002480 \le \frac{1}{8!} \le 0,0002481$

$-0,0000003 \le -\frac{1}{10!} \le -0,0000002$

$\boxed{\begin{array}{l} 0,0000001 \\ 0,0000005 \end{array}} < \sum_{k=5}^{\infty} \frac{1}{2k!}$

$0,0000015$