2 Parte individual

6

TVI, TVM

Weierstrass não entra

Questão 4. *(2,0) Disserte sobre o seu aprendizado de cálculo nos capítulos 1-5, 7-8: principais dificuldades superadas, ideias novas mais interessantes, impressão inicial e atual do raciocínio para fazer cálculo, estratégias de estudo que tem funcionado melhor, conceitos principais que foram bem entendidos ou não, seu amadurecimento desde o início do curso, auto avaliação etc...*

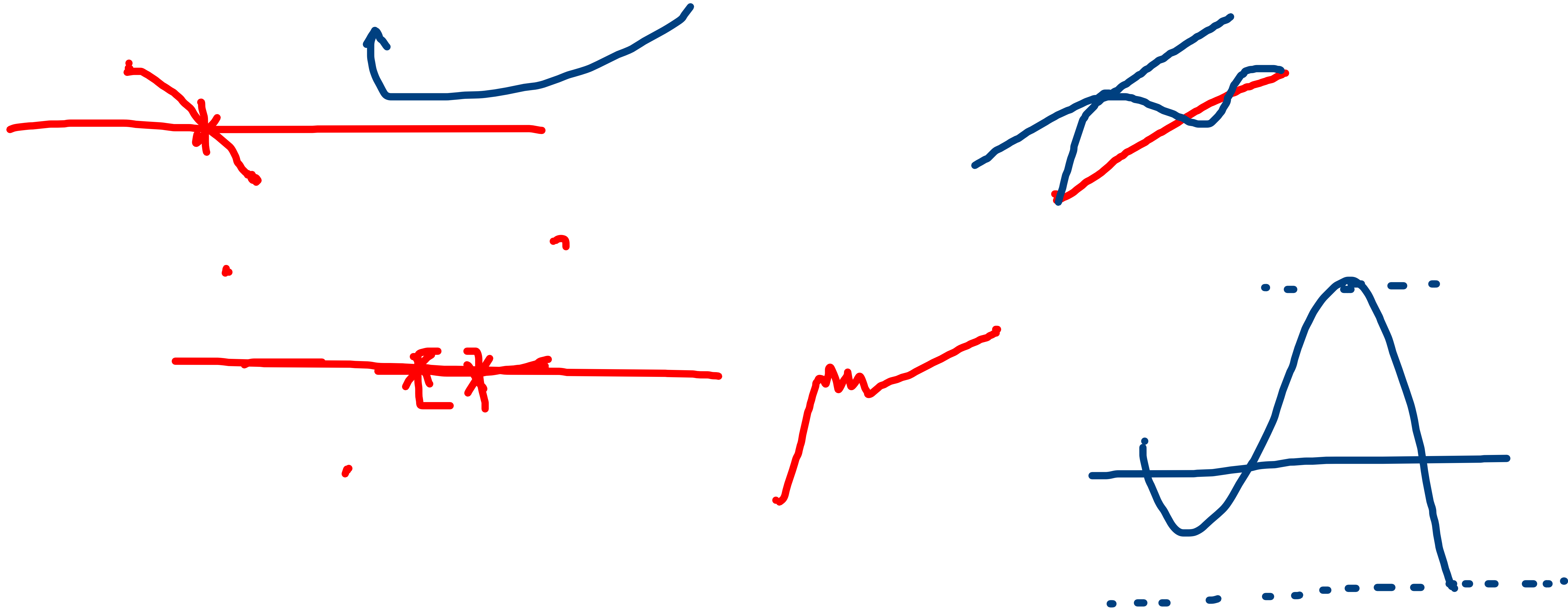
Questão 5. *(2,5) A questão é sobre percepção de métodos de resolução de exercícios e não apresentar a solução dos exercícios.*

Enuncie ao menos cinco exercícios que melhor representem a variedade de técnicas e conceitos que você conseguiu dominar no curso que te dá segurança que houve progresso no seu aprendizado e comente o que você entendeu/percebeu em cada um deles ao resolver (o "backstory" de cada resolução).

Questão 6. *(pode valer bônus de até 0,6 para outra pessoa, auto elogios serão ignorados)*

Caso haja alguém do grupo que tenha se destacado em ajudar o grupo a aprender que você queira indicar para um bônus, indique o nome e o motivo. (O bônus vai depender da unanimidade da indicação dentro do grupo). Se houver alguém fora do grupo que se destacou por ajudar você a aprender a matéria também pode indicar um segundo nome e explicitar o motivo.

TVI, TVM, Teo de Weierstrass



→ TVM de Cauchy -

- L'Hospital
- Polinômio de Taylor com resto de Lagrange.

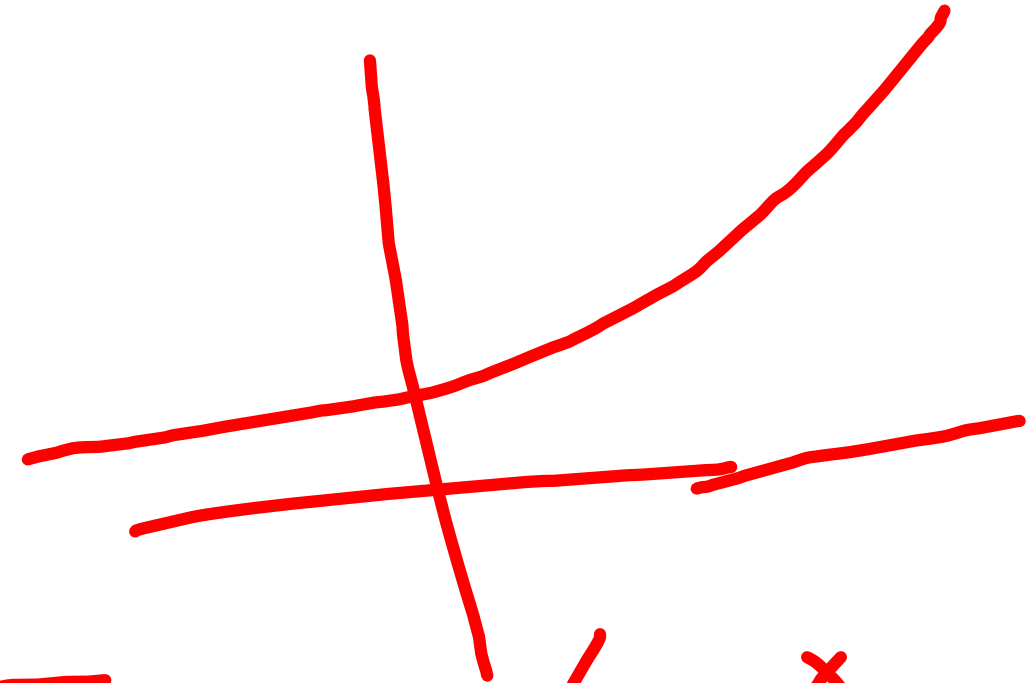
$$\boxed{f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}}$$

$$\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$$

$$f'(c)\,[g(b)-g(a)] = g'(c)\,[f(b)-f(a)]$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{L'H}{\underset{\infty/\infty}{=}} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$

$$\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)} \overset{L'H}{\underset{0/0}{=}} \lim_{x\to a}\frac{f'(x)}{g'(x)}$$



Ex $$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^{x}\nearrow}{x\searrow +\infty} \overset{L'H}{\underset{\infty/\infty}{=}} \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{1} = +\infty$$

$$e^x = \sum_{n=0}^{+\infty}\frac{x^n}{n!}$$

série

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^2} \overset{L'H}{\underset{\left[\frac{\infty}{\infty}\right]}{=}} \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{2x} = \frac{1}{2}\lim_{x\to+\infty} e^x = +\infty$$

ant.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

hip. ind

$n+1$:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^{n+1}} \overset{\left[\frac{\infty}{\infty}\right]}{=} \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{(n+1)x^n} = \frac{1}{n+1}\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^n} = +\infty$$

$$\therefore \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x^m} = +\infty \quad \forall m.$$

$\alpha > 0$

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^\alpha} = +\infty$$

$\exists\, m \in \mathbb{N}$ t.q

$m \geq \alpha$

$x^m \geq x^\alpha$

$\frac{1}{x^m} \leq \frac{1}{x^\alpha}$

$\underbrace{\frac{e^x}{x^m}}_{\to +\infty} \leq \underbrace{\frac{e^x}{x^\alpha}}_{\to +\infty}$

$$\boxed{\lim_{x\to 0^+} x \cdot \ln x = 0}$$

$\bar{n}$ podemusar L'H

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{x}{\frac{1}{\ln x}} \quad \cancel{= \lim_{x\to 0^+} \frac{1}{-\frac{1}{(\ln x)^2} \cdot \frac{1}{x}}} \quad \lim_{x\to 0^+} - x(\ln x)^2$$

$$\lim_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{\frac{1}{x}} \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0^+} \frac{\frac{1}{x}}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x\to 0^+} - \frac{x^2}{x} = \lim_{x\to 0^+} -x = 0$$

$$\lim_{x \to 0^+} x^x = \lim_{x \to 0^+} e^{(\ln x)\cdot x}$$

$$= e^{\lim_{x \to 0^+} \underbrace{\ln x \cdot x}_{0}} = e^0 = 1$$

cont. de e^x

Pág. anterior

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^{100} + x^{53} - 2}{2x^{23} - x^{15} + x^{12} - x - 1}$$

L'H

$$= \lim_{x \to 1} \frac{100x^{99} + 53x^{52}}{46x^{22} - 15x^{14} + 12x^{11} - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{100 + 53}{46 - 15 + 12 - 1} = \frac{153}{42}$$

limitado

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos\left(x^2 - \frac{1}{x}\right) \operatorname{sen}(x^3 - x^2)}{x} = 0$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sen}(x^3-x^2)}{x} \left[\frac{0}{0}\right] \overset{L'H}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\overbrace{\cos(x^3-x^2)}^{1} \cdot \overbrace{(3x^2-2x)}^{0}}{1} = 0$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} \overset{L'H}{\underset{\left[\frac{0}{0}\right]}{=}} \lim_{x \to 0} \frac{\cos x}{1} = 1$$

$$\lim_{x \to +\infty} \sqrt[8]{x^8 + x^7} - x =$$

$$\lim_{x \to +\infty} x\left[\sqrt[8]{1 + \frac{1}{x}} - 1\right] = \lim_{x \to +\infty} \frac{\sqrt[8]{1 + \frac{1}{x}} - 1}{\frac{1}{x}}$$

$$\left[\frac{0}{0}\right]^{L'H} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{1}{8}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-\frac{7}{8}} \cdot \left(0-\frac{1}{x^2}\right) - 0}{-\frac{1}{x^2}}$$

$$= \lim_{x \to \infty} \frac{1}{8} \cdot \frac{\underbrace{\left(1+\frac{1}{x}\right)^{-\frac{7}{8}}}_{\to 1} \cdot \left(-\cancel{\frac{1}{x^2}}\right)}{-\cancel{\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{8}$$

$f(a) < g(a)$

$f'(x) \leq g'(x)$

$\Rightarrow$

$f(x) < g(x)$

TVM

$f(x)$ $g(x)$ $h(x)$

$x > \operatorname{sen} x > x - \frac{1}{6}x^3$

$f(0) = g(0)$

$f'(x) = 1 > \cos x, \quad \frac{\pi}{2} \geq x > 0$

$\therefore f(x) > g(x) \quad x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$

$f\left(\frac{\pi}{2}\right) > g\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$f'(x) = 1 \geq g'(x)$ $\Rightarrow f(x) > g(x) \ \forall x > \pi/2.$

$f(a) = g(a)$

$f'(x) < g'(x)$ $\forall x > a$

$\Rightarrow f(x) < g(x)$

$\rightarrow$

$h(x) = f(x) - g(x)$

$h'(x) = f'(x) - g'(x) < 0$

$h(x) < h(a)$

$f(x) - g(x) < 0$

$g(x) = \sin x$

$h(x) = x - \frac{1}{6}x^3$

$g(0) = h(0)$

$g'(x) = \cos x$

$h'(x) = 1 - \frac{1}{2}x^2$

$g'(x) > h'(x), \forall x > 0$

$\Leftarrow$

$g(x) > h(x)$

$g'(0) = 1$

$h'(0) = 1$

$\Rightarrow$ $g'(x) > h'(x)$ $\forall x > 0$

$g''(x) = -\sin x$ $\quad g''(x) > h''(x)$

$h''(x) = -x$

$x > \sin x, \forall x > 0$

$\boxed{-x < -\sin x, \forall x > 0}$

$e^{\pi} \lessgtr \pi^{e}$?

$\boxed{e^{x} \quad x^{e}}$

$e^{e} = e^{e}$

Próxima aula.

MAT 1351 Calculo 1 - P1

O envio deve ser feito pelo Moodle quando possível. A data final será 16/06 às 23:59. Quem tiver que enviar por e-mail, mandem para artur.tomita@usp.br com cópia para ahtomita@gmail.com e coloquem [Calculo 1 2021 P1].

Apenas um membro do grupo deve fazer o envio da parte em grupo, mas tem que estar todos os membros no cabeçário.

1 Parte em grupo

Questão 1. *(1,0) A função* $f(x) = \frac{x^3+3x^2-x-6}{4x+8}$ *se* $x > -2$ *e* $f(x) = \frac{3}{8}x^2 + \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}$ *se* $x \leq -2$ *é contínua em* -2*? É derivável em* -2*?*

Questão 2. *(3,0) Calcule três dos seguintes limites:*

a) $\lim_{x \longrightarrow +\infty} \quad \sqrt[3]{2x^3 - x} - \sqrt[3]{2x^3 + 3x}$;

b) $\lim_{x \longrightarrow -1^-} \quad \frac{x^{11}+2x^7+x^2+1}{x+1}$;

c) $\lim_{x \longrightarrow -\infty} \quad \frac{11x^8+7x^5+3x^2+1}{3x^7+x^6-2}$;

d) $\lim_{x \longrightarrow 2} \quad \frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{5}}{x^2+2x-8}$.

e) $\lim_{x \longrightarrow 3} \frac{\sin(2x^2-x-15)}{x^2-x-6}$.

f) $\lim_{x \to 0} cos(1 + e^{\frac{1}{x}})[\frac{\sin(x^3-2x^2)}{x}]$

Questão 3. *(1,5) Calcule* $f'(x)$ *onde* $f(x) = \cos(x^3 - 5).e^{x^2+1} + \ln(\arcsin(2x)) + \frac{x^5+7x}{1+\arctan(x^2)}$.