

Física III 2023 – Aula 9

Objetivos de aprendizagem

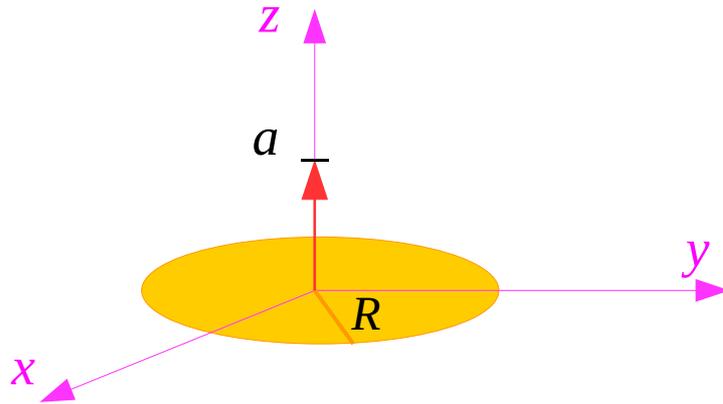
- Determinar o campo elétrico produzido por uma distribuição de carga contínua superficial ou volumétrica

Prob. 7: Exemplo 5 Cap. 11

Considere um disco de raio R carregado com uma densidade de carga superficial σ constante e positiva no plano x, y com centro na origem do sistema de coordenadas. Calcule:

a) a carga total do disco.

b) o campo elétrico \vec{E} num ponto P de coordenadas cartesianas $(0,0,a)$.



Integral:

• Integral do apêndice B: $\int \frac{x dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{\sqrt{x^2 + a^2}}$

$$E_z = \frac{\sigma a}{2 \epsilon_0} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right)$$

$$\sigma = \frac{q}{\pi R^2}$$

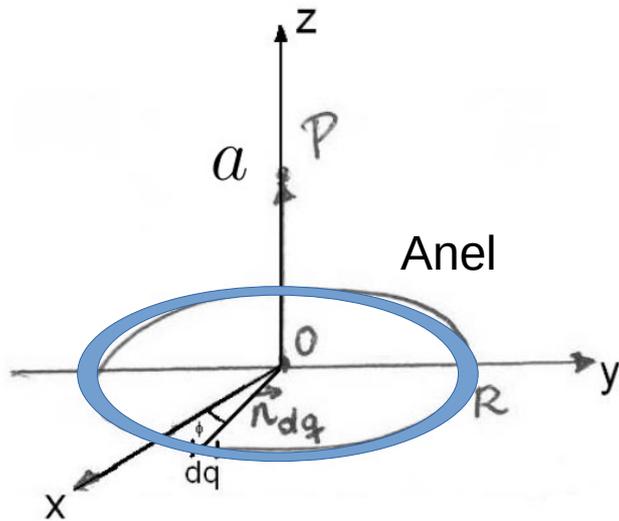
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2}{R^2} \right) \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{a^2}}} \right] \vec{k}$$

$$\lim a \rightarrow \infty ?$$

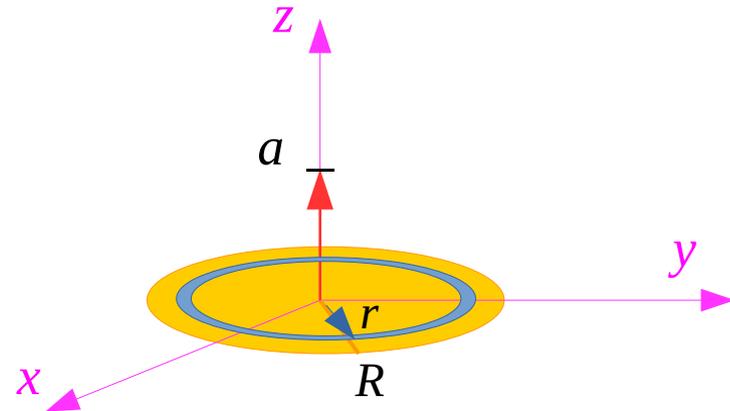
$$\lim a \gg R ?$$

Exercício 1 (Cap. 11)

1. Calcule o campo do disco estudado no exemplo 5 a partir do resultado do exemplo 3 da aula 10. Considere o disco como uma superposição de anéis.

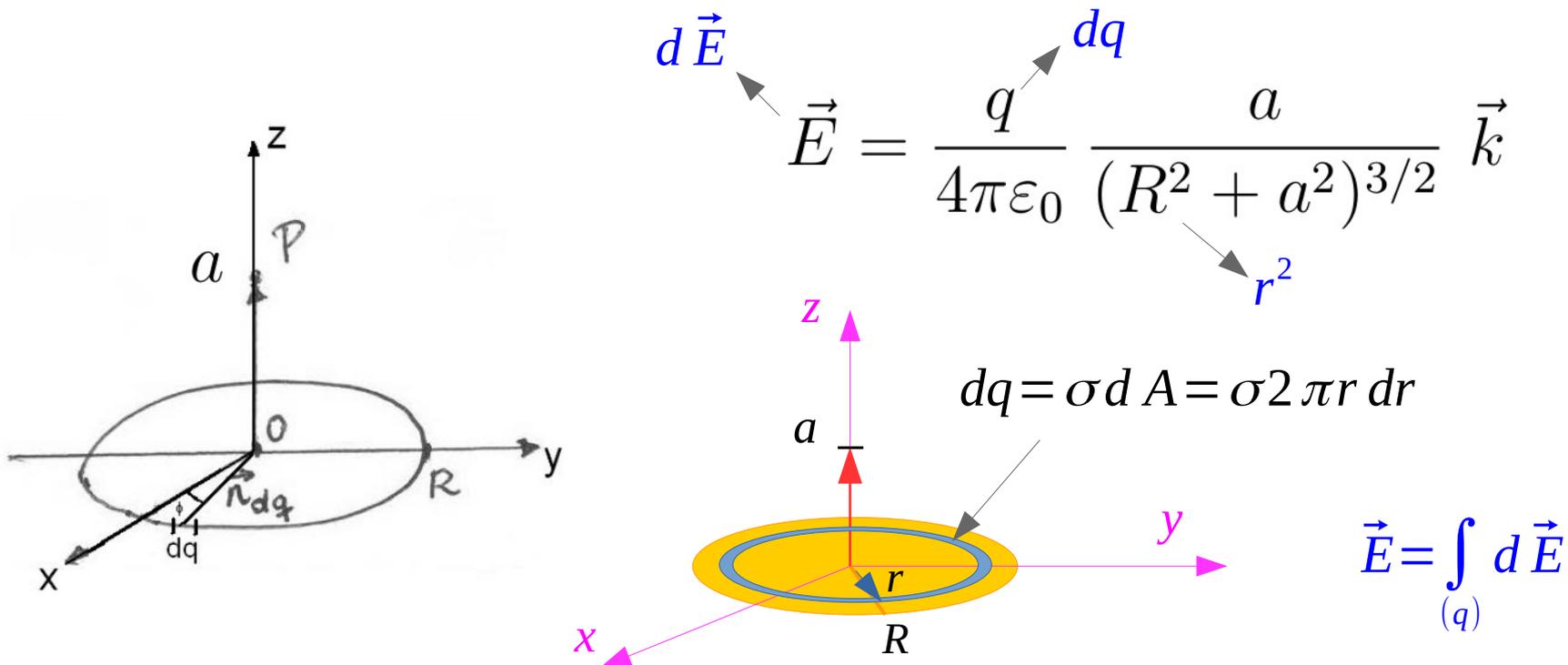


$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{a}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \vec{k}$$



Exercício 1 (Cap. 11)

1. Calcule o campo do disco estudado no exemplo 5 a partir do resultado do exemplo 3 da aula 10. Considere o disco como uma superposição de anéis.



The diagram illustrates the calculation of the electric field of a charged disk. On the left, a 3D coordinate system with axes x , y , and z shows a disk of radius R in the xy -plane. A point P is located on the z -axis at a distance a from the origin O . A small charge element dq is shown on the disk's surface, with a normal vector \vec{n}_{dq} pointing upwards. On the right, the same setup is shown with a yellow disk and a blue ring of radius r and thickness dr . The charge of the ring is $dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$. The electric field vector \vec{E} is shown pointing along the z -axis, and a differential field vector $d\vec{E}$ is shown pointing from the ring towards point P . The distance from the ring to point P is $r^2 + a^2$.

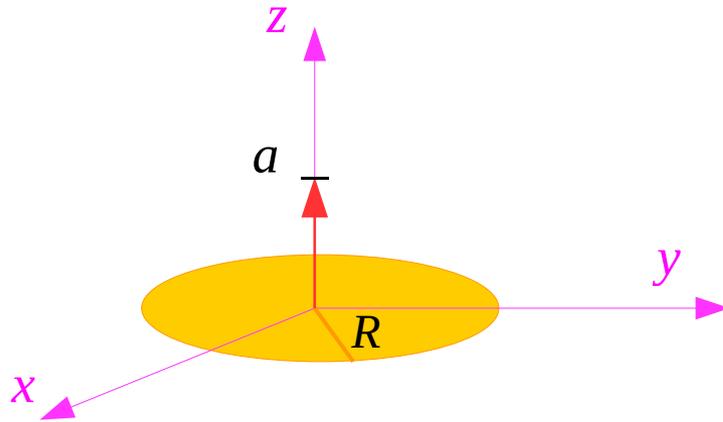
$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{a}{(R^2 + a^2)^{3/2}} \vec{k}$$
$$dq = \sigma dA = \sigma 2\pi r dr$$
$$\vec{E} = \int_{(q)} d\vec{E}$$

Prob. 8: Exemplo 6 Cap. 11

Considere um disco de raio R carregado com uma densidade de carga superficial $\sigma = \sigma_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$, onde σ_0 é uma constante e positiva. O disco está no plano x, y com centro na origem do sistema de coordenadas. Calcule:

a) a carga total do disco.

b) o campo elétrico \vec{E} num ponto P de coordenadas cartesianas $(0,0,a)$.



Integrairs

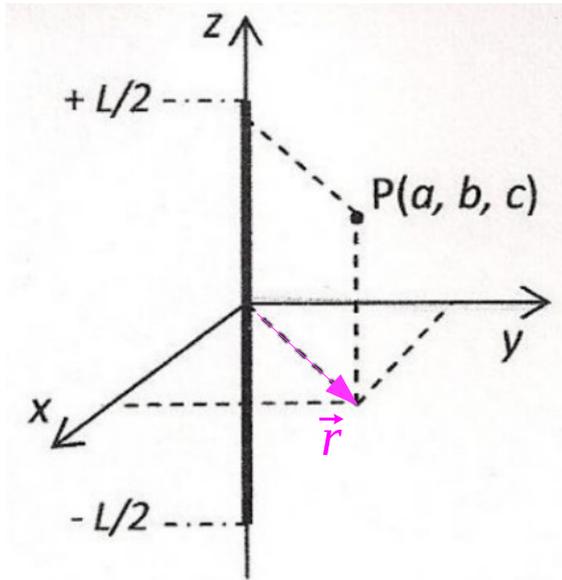
- Ap. B:
$$\int \frac{x^3 dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \sqrt{x^2 + a^2} + \frac{a^2}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$
- Resp.:
$$E_z = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{4}{R^2}\right) \left[\left(1 + \frac{a^2}{R^2}\right) \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{a^2}}}\right) + \frac{a^2}{R^2} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{R^2}{a^2}}\right) \right]$$

$\lim a \gg R ?$

Exercício Cap. 9

3. Considere um fio retilíneo infinito, carregado com densidade linear λ , constante e positiva, disposto ao longo do eixo z . Calcule o campo elétrico em um ponto fora do fio a uma distância d do mesmo.

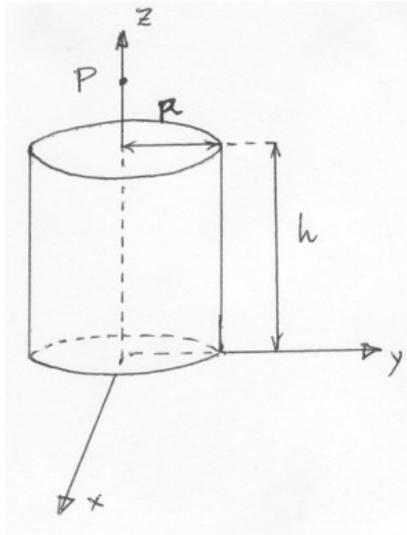
- Integrar, ou usar limite do resultado do Ex. 2 Cap. 9:



$$\vec{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \left[\frac{1}{\sqrt{r^2 + (c - L/2)^2}} - \frac{1}{\sqrt{r^2 + (c + L/2)^2}} \right] \vec{k} - \frac{1}{r} \left[\frac{c - L/2}{\sqrt{r^2 + (c - L/2)^2}} - \frac{c + L/2}{\sqrt{r^2 + (c + L/2)^2}} \right] \hat{r} \right\}$$

Exercício Cap. 11

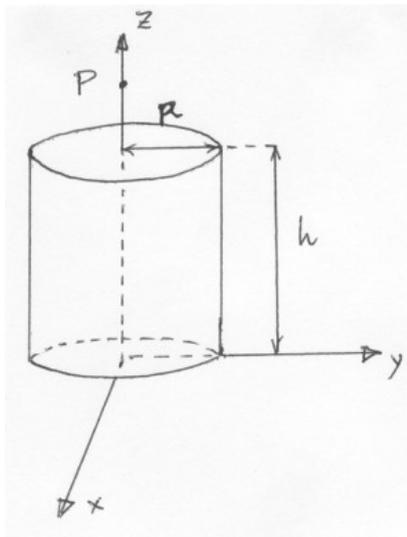
2. É dado um cilindro de raio R e altura h , carregado com uma densidade volumétrica de carga ρ , constante e positiva. O eixo do cilindro coincide com o eixo z , como mostra a figura.



- calcule a carga total do sistema.
- calcule o campo elétrico num ponto P de coordenadas $(0, 0, a)$, $a > h$.
- interprete fisicamente o caso $a \gg R$ e $a \gg h$.

Exercício Cap. 11

2. É dado um cilindro de raio R e altura h , carregado com uma densidade volumétrica de carga ρ , constante e positiva. O eixo do cilindro coincide com o eixo z , como mostra a figura.



- calcule a carga total do sistema.
- calcule o campo elétrico num ponto P de coordenadas $(0, 0, a)$, $a > h$.
- interprete fisicamente o caso $a \gg R$ e $a \gg h$.

Campo de um disco de raio R à distância a (ex. 5 cap. 11)

$$\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{2}{R^2} \right) \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{R^2}{a^2}}} \right] \vec{k}$$

Como aproveitar este resultado?

Resultado

$$E = \frac{q}{4 \pi \varepsilon_0 h R^2} [h - \sqrt{(a-h)^2 + R^2} + \sqrt{a^2 + R^2}]$$