

Computação Gráfica

História da Computação Gráfica

Transformações Geométricas

Prof. Alaor Cervati Neto



2023/1

Linha do Tempo da Computação Gráfica

The background features a white central area with teal-colored geometric shapes. Two large teal triangles point towards each other from the left and right sides, meeting at a point at the bottom center. A smaller, darker teal triangle is positioned at the very bottom center, overlapping the bottom vertex of the two larger triangles.

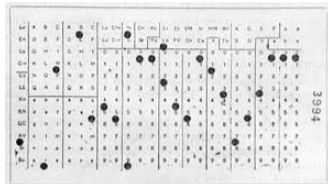
Pré-história

- 1200:** Ábaco chinês.
- 1450:** Prensa de Gutenberg.
- 1617:** Multiplicador de Napier.
- 1687:** *Principia Mathematica* — Isaac Newton.
- 1830:** Motor Analítico de Babbage.
- 1884:** Nipkow desenvolve *scanner* para captar e transmitir imagens.
- 1885:** Tubo de raios catódicos (CRT).



Pré-história

- 1890:** Hollerith cria o sistema de tabulação automática de cartões perfurados.
- 1927:** Philo Farnsworth inventa a televisão eletrônica. Padronização de filmes para 24 *fps*.
- 1936:** O Magnetofone é o primeiro gravador de fitas magnéticas.
- 1946:** ENIAC construído na Universidade da Pennsylvania.
- 1947:** Shockley, Bardeen, e Brattain do Bell Labs inventam o transistor.



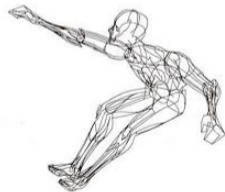
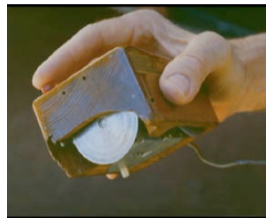
Década de 1950

- 1950:** Ben Laposky usa um osciloscópio para exibir formas de onda.
- 1951:** Primeira demonstração pública de exibição de gráficos em computador *Whirlwind*.
- 1953:** Código de transmissão NTSC.
- 1954:** FORTRAN — John Backus.
- 1958:** Circuito Integrado inventado por Kilby e Noyce.
- 1959:** Béla Julesz cria o estereograma de pontos aleatórios.



Início de 1960

- 1960:** William Fetter, da Boeing, cria o termo "computação gráfica" para descrever seus desenhos de fatores humanos na cabine de uma aeronave. LISP desenvolvido por John McCarthy.
- 1961:** *Spacewars*, o primeiro videogame, desenvolvido por Steve Russell do MIT para o DEC PDP-1.
- 1963:** Inicia-se o desenvolvimento do *sketchpad*. Mouse inventado por Doug Englebart. Fetter cria o "Primeiro Homem" digital.
- 1964:** BASIC desenvolvida por Kurtz e Kemeny. Criado o gerador de caracteres eletrônico.



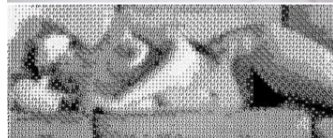
1965

- ▶ Primeiras exposições de arte criada por computador em Stuttgart e Nova York.
- ▶ Roberts introduz as coordenadas homogêneas.
- ▶ Ray Dolby, inventor da primeira filmadora (1956), funda o Dolby Laboratories.
- ▶ Fundado o departamento de ciência da computação em Utah.
- ▶ Algoritmo de Bresenham para desenhar linhas.
- ▶ Tektronix Direct View Storage Tube (DVST).



1966

- ▶ *Odyssey*, videogame desenvolvido por Ralph Baer, é o primeiro produto de consumo a usar computação gráfica.
- ▶ *Studies in Perception* por Knowlton e Harmon (Bell Labs).
- ▶ Apresentado o Painel de Plasma, desenvolvido inicialmente em 1964 como parte do projeto PLATO.
- ▶ Algoritmo de linhas ocultas de Loutrel.



1967

- ▶ *Sine Curve Man* e *Hummingbird* criados por Chuck Csuri.
- ▶ Sistema de desenho de linhas em tempo real Adage.
- ▶ GE apresenta o primeiro simulador de voo em tempo real a cores à NASA.
- ▶ Centro de Estudos Visuais Avançados do MIT fundado por Gyorgy Kepes.



1968

- ▶ Fundação da Intel.
- ▶ A Universidade de Utah pede que Dave Evans forme um departamento de computação gráfica.
- ▶ Edsger Dijkstra escreve o artigo "*Go To Statement Considered Harmful*", que marca o início da programação estruturada.
- ▶ Tektronix 4010.



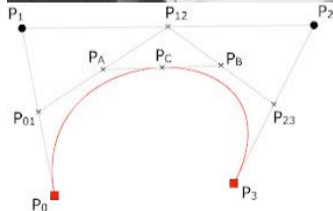
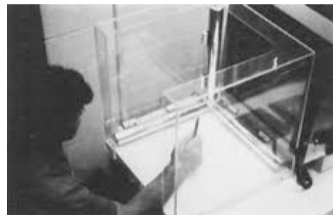
1969

- ▶ UNIX desenvolvido por Thompson e Ritchie no Bell Labs (em linguagem de montagem do PCP-7).
- ▶ Jogo *Computer Space* construído por Nolan Bushnell.
- ▶ Fundação da Xerox PARC.
- ▶ Bell Labs constrói o primeiro *framebuffer* (3 bit).
- ▶ Sony U-Matic 3/4" video cassette.
- ▶ Intel apresenta o chip de RAM de 1 KiB.
- ▶ Interface Gráfica de Usuário (GUI) desenvolvida pela Xerox (Alan Kay).
- ▶ Surge a ARPANET.



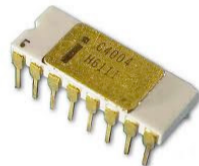
1970

- ▶ Dispositivo de entrada 3D *Sonic Pen*.
- ▶ Linguagem de programação Pascal desenvolvida por Wirth.
- ▶ Computador gráfico programável Imlac PDS-1 comercializado.
- ▶ Pierre Bezier, da Renault, desenvolve a representação de curvas de Bezier em forma livre.



1971

- ▶ Técnica de sombreamento de Gouraud.
- ▶ Processador de 4 bit Intel 4004.
- ▶ Publicação de *Interactive Graphics for Computer-Aided Design*.
- ▶ Disco flexível de 8 polegadas (IBM).



1972

- ▶ O símbolo @ é selecionado pela BBN para endereços de e-mail.
- ▶ A linguagem C é desenvolvida por Ritchie.
- ▶ Processador de 8 bit Intel 8008.
- ▶ *Frame buffer* de 8 bit desenvolvido por Dick Shoup na Xerox PARC.
- ▶ Fundação da Atari por Nolan Bushnell.
- ▶ Lançamento do Pong pela Atari.



1973

- ▶ E&S inicia as vendas do primeiro *frame buffer* comercial.
- ▶ Ethernet — Bob Metcalfe (Harvard).
- ▶ *Westworld*, primeiro filme comercial a usar computação gráfica 2D.
- ▶ Gordon Moore, presidente da Intel, descreve a lei de Moore (o número de transistores em um microchip dobra a cada 18 meses).
- ▶ O primeiro livro texto de computação gráfica, *Principles of Interactive Computer Graphics*, é publicado.



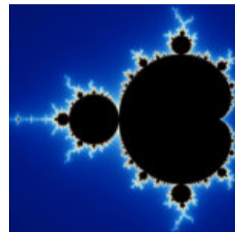
1974

- ▶ Protocolo TCP (Vint Cerf, Bob Kahn).
- ▶ DEC VT52 incorpora o primeiro cursor acessível em um terminal gráfico.
- ▶ Intel (Zilog) 8080.
- ▶ *Futureworld* (sequência de *Westworld*) usa Computação Gráfica 3D.



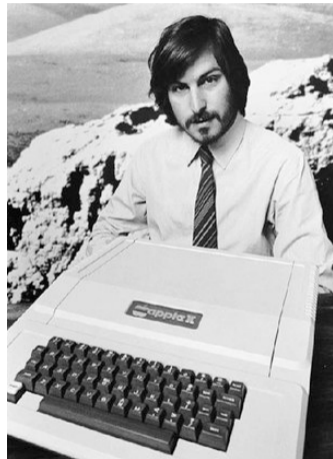
1975

- ▶ Modelo de Phong.
- ▶ Fractais — Benoit Mandelbrot (IBM).
- ▶ Bill Gates funda a Microsoft.
- ▶ Martin Newell (Utah) desenvolve bule em CG.



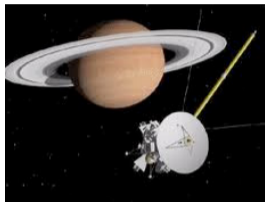
1976

- ▶ Modelo hierárquico para detecção de superfície visível de Jim Clark.
- ▶ Jim Blinn desenvolve mapeamento de reflectância e ambiente (Universidade de Utah).
- ▶ Apple 1 (Wozniak).
- ▶ Gravador de vídeo Ampex VPR-1 Type C 1”.
- ▶ Steve Jobs e Steve Wozniak fundam a Apple.



1977

- ▶ Formato VHS (Video Home System) — Matsushita.
- ▶ Frank Crow apresenta o *antialiasing*.
- ▶ Jim Blinn apresenta um novo modelo de iluminação que considera "facetadas" das superfícies.
- ▶ A Academia de Artes e Ciências Cinematográficas cria a categoria de Efeitos Visuais para o Oscar.
- ▶ Larry Cuba produz simulação da Estrela da Morte para *Star Wars* usando sistema desenvolvido por Tom DeFanti na Universidade de Ohio.



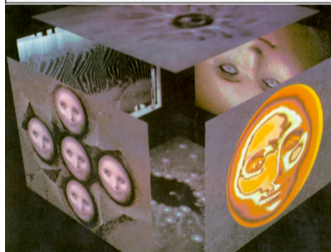
1978

- ▶ Primeiro filme com títulos em Computação Gráfica — *Superman* (R. Greenberg).
- ▶ James Blinn produz a primeira de uma série de animações intitulada *The Mechanical Universe*.
- ▶ Lançado o DEC VAX 11/780.
- ▶ Blinn apresenta o mapeamento *Bump*.



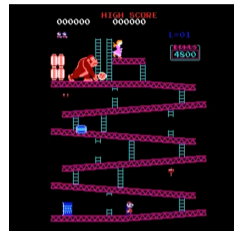
1979

- ▶ Terminal colorido IBM 3279.
- ▶ Processador de 32 bit Motorola 68000.
- ▶ Atari lança computadores de 8 bit.
- ▶ *Sunstone* — Ed Emshwiller (NYIT).
- ▶ George Lucas contrata Ed Catmull, Ralph Guggenheim, e Alvy Ray Smith para formar a Lucasfilm.



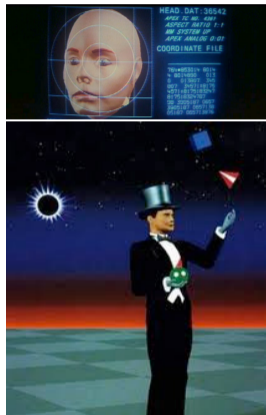
1980

- ▶ Turner Whitted do Bell Labs publica artigo descrevendo o *ray tracing*.
- ▶ Nintendo apresenta *Donkey Kong*.
- ▶ IBM licencia DOS da Microsoft.
- ▶ Seagate lança o primeiro disco rígido.
- ▶ Sony Walkman.



1981

- ▶ IBM apresenta o primeiro IBM PC (chip de 16 bit 8088).
- ▶ Renderizador REYES desenvolvido na Lucasfilm.
- ▶ *Looker* inclui personagem humano virtual Cindy — primeiro filme com gráficos sombreados.
- ▶ *Adam Powers, the Juggler*, produzido pela Information International Inc.



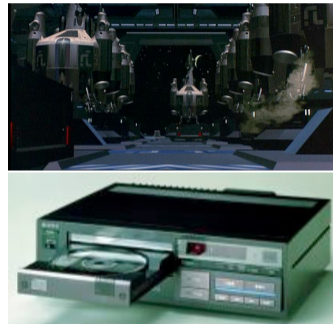
1982

- ▶ *Tron* lançado.
- ▶ Fundação da Sun (Stanford University Network) Microsystems.
- ▶ Adobe fundada por John Warnock.
- ▶ Fundação da Autodesk; lançamento do AutoCAD.
- ▶ Divisão de Computação Gráfica da Industrial Light and Magic desenvolve "efeito Genesis" para *Star Trek II*.



1983

- ▶ Publicado artigo sobre sistema de partículas (Reeves — Lucasfilm).
- ▶ Lançado *The Last Starfighter*.
- ▶ UNIX System V.
- ▶ Autodesk apresenta primeiro software de CAD para PC.
- ▶ Sony e Philips apresentam o primeiro *CD player*.



1984

- ▶ Robert Abel & Associates produz o primeiro comercial de 30 s gerado por computador para o Super Bowl (*Brilliance*).
- ▶ WaveFront Technologies é o primeiro pacote de software 3D disponível comercialmente.
- ▶ Relatório da International Resource Development prevê a extinção do teclado na próxima década.
- ▶ *A-buffer* (ou *alpha-buffer*), *distributed ray tracing*, e *motion blur* apresentados pela Lucasfilm; John Lasseter ingressa na empresa.
- ▶ *The Cornell Box* inventada por Cohen.



1985

- ▶ *Max Headroom* — figura real mediada por computador.
- ▶ Placa Taiga 16 (AT&T) chega ao mercado.
- ▶ NeXT Incorporated fundada por Steve Jobs e outros ex-funcionários da Apple.
- ▶ PostScript (Adobe — John Warnock).



1986

- ▶ Steve Jobs compra Pixar da Lucasfilm.
- ▶ Industrial Light and Magic inicia grupo de CGI.
- ▶ Projeto *Waldo* de Jim Henson apresenta captura de movimentos.
- ▶ *Luxo Jr.* (Pixar) indicado para Oscar (primeiro filme em CGI a ser indicado).



1987

- ▶ Formatos GIF (CompuServe) e JPEG (Joint Photographic Experts Group).
- ▶ LucasArts formada.
- ▶ VGA (*Video Graphics Array*) inventado pela IBM.
- ▶ Windows 2.0, MS/OS 2, Excel, Adobe Illustrator.
- ▶ Sun 4 SPARC workstation.
- ▶ Algoritmo *Marching Cubes* publicado por Lorensen e Cline (GE).



1988

- ▶ Formato PICT (Apple).
- ▶ Open Software Foundation (OSF).
- ▶ NeXT Cube.
- ▶ *Who Framed Roger Rabbit* mistura animação e *live action*.
- ▶ PIXAR ganha Oscar com *Tin Toy*.



1989

- ▶ Sony apresenta fita de vídeo de 8 mm.
- ▶ Adobe Photoshop.
- ▶ Intel 80486.
- ▶ ILM cria *The Abyss*.



1990

- ▶ Microsoft lança Windows 3.0.
- ▶ 3D Studio (AutoDesk).
- ▶ IBM RS6000 workstation.

From Computer Desktop Encyclopedia
Reproduced with permission.
© 2000 International Business Machines Corporation
Unauthorized use not permitted.



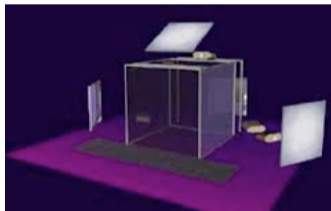
1991

- ▶ World Wide Web (CERN).
- ▶ Disney e PIXAR fazem acordo para produzir 3 filmes, incluindo primeiro longa metragem animado por computador, *Toy Story*.
- ▶ ILM produz *Terminator 2*.
- ▶ JPEG/MPEG.
- ▶ SGI Indigo workstation.



1992

- ▶ Apple apresenta QuickTime.
- ▶ Lançamento do OpenGL.
- ▶ Universidade de Illinois apresenta tecnologia de realidade virtual CAVE no SIGGRAPH 92.
- ▶ Novell compra UNIX da AT&T.



1993

- ▶ Sistema de GPS.
- ▶ Adobe Acrobat, Windows NT, Doom, Myst.
- ▶ ILM e Spielberg produzem *Jurassic Park*.
- ▶ WaveFront compra TDI.



1994

- ▶ Microsoft compra SoftImage e anuncia Windows 95.
- ▶ Lançado Linux 1.0.
- ▶ *Reboot* (Mainframe Entertainment) usa personagens 3D.
- ▶ Padrão para transmissão HDTV adotado nos Estados Unidos.
- ▶ Facetracker usado pela SimmGraphics para animar expressões faciais de Super Mario.



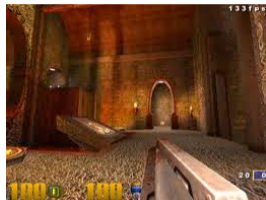
1995

- ▶ Toy Story (Pixar).
- ▶ Fundação da DreamWorks SKG (Steven Spielberg, Jeffrey Katzenberg, e David Geffen).
- ▶ Internet Explorer 2.0.
- ▶ Sun apresenta Java.
- ▶ Apresentado Sony Playstation.
- ▶ Formato MP3 estabelecido.



1996

- ▶ Quake chega ao mercado.
- ▶ SGI apresenta O2 workstation.
- ▶ Lançamento do Windows 95.



1997

- ▶ Lançado Flash 1.0.
- ▶ Revelada tecnologia do DVD.
- ▶ IBM Deep Blue vence no xadrez.
- ▶ Apple Computer compra NeXT.
- ▶ SGI Octane.



1998

- ▶ Google, QuickTime 3.0, e Alias Maya lançados.
- ▶ Padrões MPEG-4 e XML.
- ▶ *Geri's Game* (Pixar) ganha Oscar de Melhor Curta.
- ▶ Avid compra SoftImage da Microsoft.



1999

- ▶ *Star Wars Episode One – The Phantom Menace* usa 66 personagens digitais compostos com *live action*.
- ▶ Vírus de computador melissa.
- ▶ *Toy Story 2* produzido pela Pixar.
- ▶ *Stuart Little* produzido por Sony Pictures Imageworks.



2000

- ▶ Playstation 2.
- ▶ Protótipo do Microsoft X-Box exibido no SIGGRAPH 2000.
- ▶ *Hollow Man* produzido por Sony Pictures Imageworks.
- ▶ Maya portado para Macintosh.
- ▶ Mac OS-X apresentado.



2001

- ▶ Apple iPod.
- ▶ Fusão da AOL/TimeWarner.
- ▶ Windows XP.
- ▶ Microsoft X-Box e Nintendo GameCube lançados.



Século XXI

2002: Fusão HP/Compaq.

2003: Apple apresenta o Power Mac G5.

2005: Adobe compra Macromedia.

2006: Apple Computer adota o chip Intel, introduz Bootcamp para rodar Windows.



Transformações Geométricas

The background features a white central area with teal-colored geometric shapes. Two large teal triangles point towards each other from the left and right sides, meeting at a point at the bottom center. A smaller, darker teal triangle is positioned at the very bottom center, overlapping the bottom vertex of the two larger triangles.

Transformações Geométricas

- ▶ Renderizamos objetos 2D de forma estática.
- ▶ Agora forneceremos movimento a nossos objetos.
- ▶ Transformações Geométricas são operações aplicadas na descrição geométrica dos objetos (vértices).

Transformações Geométricas

Transformações Geométricas primárias:

- ▶ Translação.
- ▶ Escala.
- ▶ Rotação.

Transformações Geométricas secundárias:

- ▶ Reflexão.
- ▶ Cisalhamento.

Transformações Geométricas 2D

The background features a white central area with teal-colored geometric shapes. Two large teal triangles point towards each other from the left and right sides, meeting at a point at the bottom center. A smaller, darker teal triangle is positioned at the very bottom center, overlapping the bottom vertex of the two larger triangles.

Transformações Geométricas 2D

Coordenadas Homogêneas:

- ▶ Sistema de coordenadas em geometria projetiva.
- ▶ Um ponto no espaço 2D é uma projeção de um ponto 3D no plano.

Um ponto 2D em coordenadas homogêneas:

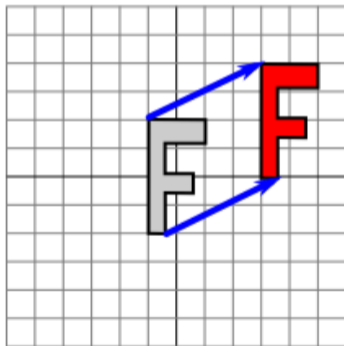
- ▶ Possui três valores: (x_h, y_h, h) .
- ▶ Onde h é um parâmetro homogêneo ($h \neq 0$).

Por conveniência, usaremos $h = 1$:

- ▶ Mantemos as coordenadas Euclidianas.
- ▶ Obtemos maior poder de representação.

Translação

Adicionar *offsets* às coordenadas de um objeto:



Translação

Considerando uma coordenada (x, y) :

- ▶ Adicionando um *offset* (t_x, t_y) .
- ▶ Nova coordenada (x', y') :

$$\begin{cases} x' = x + t_x \\ y' = y + t_y \end{cases}$$

Notação matricial: $P' = P + T$:

$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, P' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}$$

Translação em Coordenadas Homogêneas

- ▶ Permite translação com multiplicação de matrizes.
- ▶ Sejam as coordenadas (x, y, h) e um *offset* (t_x, t_y) .
- ▶ A nova coordenada é (x'_h, y'_h, h) :

$$\text{Nova coordenada} \left\{ \begin{bmatrix} x'_h \\ y'_h \\ h \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de translação}} \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \\ h \end{bmatrix} \right\} \text{Coordenada original}$$

Translação em Coordenadas Homogêneas

Quando $h = 1$, voltamos ao sistema de coordenadas cartesiano:

$$\begin{cases} x'_h = (1 \cdot x_h + 0 \cdot y_h + t_x \cdot h) \implies x'_h = x_h + t_x \\ y'_h = (0 \cdot x_h + 1 \cdot y_h + t_y \cdot h) \implies y'_h = y_h + t_y \\ h = (0 \cdot x_h + 0 \cdot y_h + 1 \cdot h) \implies h = 1 \end{cases}$$

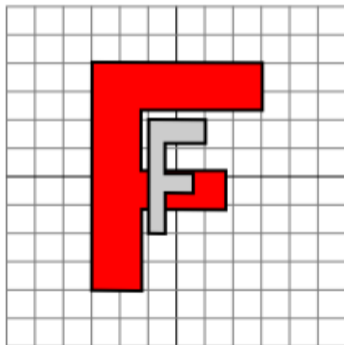
Translação em Coordenadas Homogêneas

Portanto, quando $h = 1$, as coordenadas cartesianas são um caso particular de coordenadas homogêneas:

$$P' = T(t_x, t_y) \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}$$

Escala

Altera o tamanho de um objeto por um dado fator:



Escala

Considerando uma coordenada (x, y) :

- ▶ Fator de escala (s_x, s_y) .
- ▶ Nova coordenada (x', y') :

$$\begin{cases} x' = x \cdot s_x \\ y' = y \cdot s_y \end{cases}$$

Notação matricial:

$$P' = S \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Escala em Coordenadas Homogêneas

$$P' = S(s_x, s_y) \cdot P$$
$$\text{Nova coordenada} \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \\ \\ \end{array} \right. = \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de escala}} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix}} \right\} \text{Coordenada original}$$

s_x e s_y devem ser maiores que zero.

Se $s_x > 1$ e $s_y > 1$, o objeto aumenta.

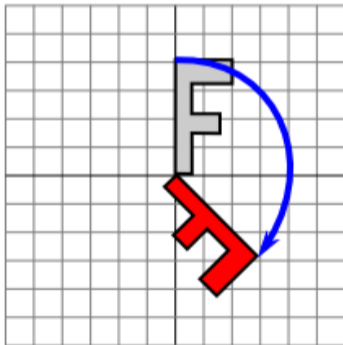
Se $s_x < 1$ e $s_y < 1$, o objeto diminui.

Se $s_x = s_y$, a escala é uniforme.

Se $s_x \neq s_y$, a escala é diferencial.

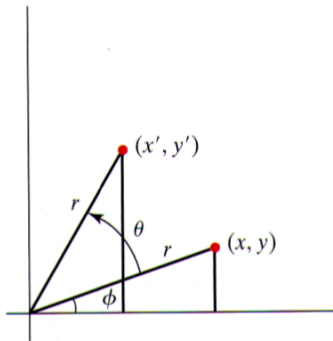
Rotação

Move o objeto ao redor de um eixo em um ângulo:



Rotação

Rotacionamos (x, y) a partir da origem do sistema de coordenadas:



Rotação

Considerando uma coordenada (x, y) :

- ▶ O raio r é constante, ϕ é o ângulo original de $P = (x, y)$, e θ é o ângulo de rotação.
- ▶ Nova coordenada (x', y') :

$$\begin{cases} \cos(\phi + \theta) = \frac{x'}{r} \implies x' = r \cos(\phi + \theta) \\ \sin(\phi + \theta) = \frac{y'}{r} \implies y' = r \sin(\phi + \theta) \end{cases}$$

Soma de ângulos:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \sin \beta + \sin \alpha \cdot \cos \beta$$

Rotação

Portanto:

$$\begin{cases} x' = r \cos \phi \cdot \cos \theta - r \sin \phi \cdot \sin \theta \\ y' = r \cos \phi \cdot \sin \theta + r \sin \phi \cdot \cos \theta \end{cases}$$

Descrevendo P por coordenadas polares:

$$x = r \cos \phi, y = r \sin \phi$$

Rotação

Por substituição:

$$\begin{cases} x' = x \cos \theta - y \sin \theta \\ y' = x \sin \theta + y \cos \theta \end{cases}$$

Na forma matricial:

$$P' = R \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Rotação em Coordenadas Homogêneas

$$P' = R(\theta) \cdot P$$
$$\text{Nova coordenada} \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. = \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz de rotação}} \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \left. \right\} \text{Coordenada original}$$

Matriz de Transformação

A grande vantagem de coordenadas homogêneas é que uma sequência de transformações pode ser representada em uma única matriz:

$$\begin{aligned}P' &= M_2 \cdot M_1 \cdot P \\ &= (M_2 \cdot M_1) \cdot P \\ &= M \cdot P\end{aligned}$$

A transformação é dada por M em vez de M_1 e M_2 .

Escala com ponto de referência

1. Translação do objeto para a origem considerando o ponto de referência (x_f, y_f) .
2. Transformação de escala.
3. Translação do objeto para a posição original.

$$\begin{aligned} & \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_f \\ 0 & 1 & y_f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^3 \overbrace{\begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^2 \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_f \\ 0 & 1 & -y_f \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^1 \\ & = \underbrace{\begin{bmatrix} s_x & 0 & x_f(1-s_x) \\ 0 & s_y & y_f(1-s_y) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \\ & \text{Matriz de transformação final} \end{aligned}$$

Rotação com ponto de referência

1. Translação do objeto para a origem considerando o ponto de referência (x_r, y_r) .
2. Transformação de rotação.
3. Translação do objeto para a posição original.

$$\begin{aligned} & \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & x_r \\ 0 & 1 & y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^3 \overbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^2 \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & -x_r \\ 0 & 1 & -y_r \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}^1 \\ &= \underbrace{\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & x_r - x_r \cos \theta + y_r \sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta & y_r - y_r \cos \theta - x_r \sin \theta \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}} \\ & \text{Matriz de transformação final} \end{aligned}$$

Em Resumo

- ▶ Dada uma matriz de transformação qualquer M .
- ▶ Dadas as coordenadas P .
- ▶ Novas coordenadas são $P' = M \cdot P$.
- ▶ Simples multiplicação de matrizes.
- ▶ Podemos gerar transformações compostas a partir de translação, escala, e rotação.

Entretanto

Multiplicação de matrizes pode não ser comutativa, isto é, $M_2 \cdot M_1 \neq M_1 \cdot M_2$:

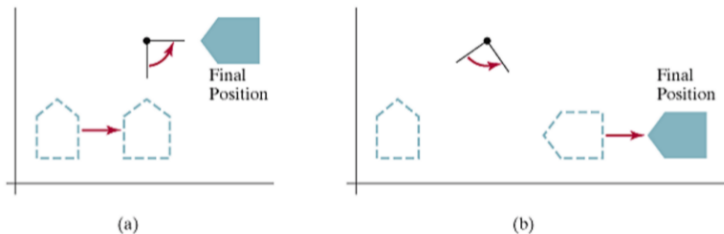
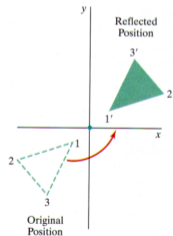
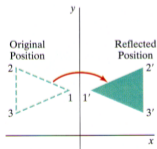
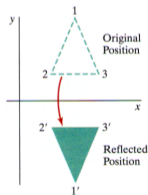


Figura: (a) primeiro o objeto é transladado depois rotacionado em 45^0 (b) primeiro o objeto é rotacionado em 45^0 , depois transladado.

Reflexão

$$x = 0 : \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, y = 0 : \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, x = 0 \text{ e } y = 0 : \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



Cisalhamento

Cisalhamento (*shearing*) na direção de x :

$$\begin{bmatrix} 1 & sh_x & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

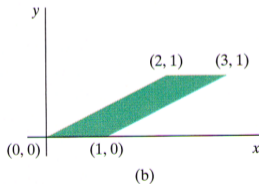
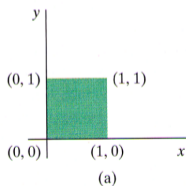


Figura: Convertendo um quadrado em um paralelogramo usando $sh_x = 2$.

Transformações Geométricas 3D

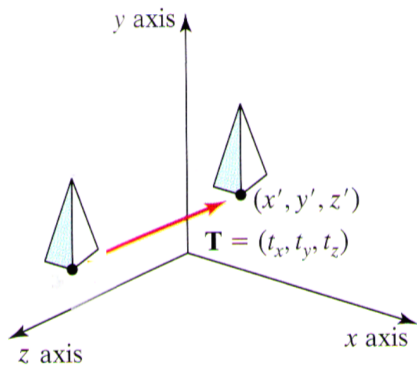
The background features a white central area with teal-colored geometric shapes. Two large teal triangles point towards each other from the left and right sides, meeting at a point at the bottom center. A smaller, darker teal triangle is positioned at the very bottom center, overlapping the bottom vertex of the two larger triangles.

Transformações Geométricas 3D

- ▶ São extensões de métodos 2D.
- ▶ Porém incluindo a coordenada z .
- ▶ São representadas por matrizes 4×4 .

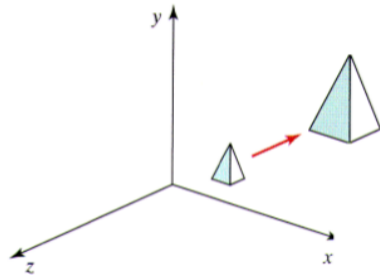
Translação

$$P' = T \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



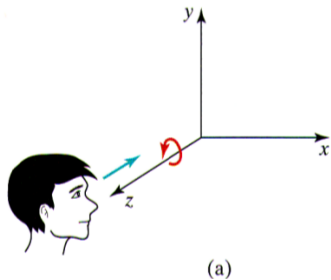
Escala

$$P' = S \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



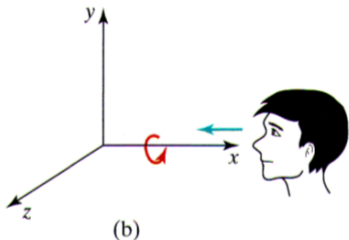
Rotação

$$P' = R_z(\theta) \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



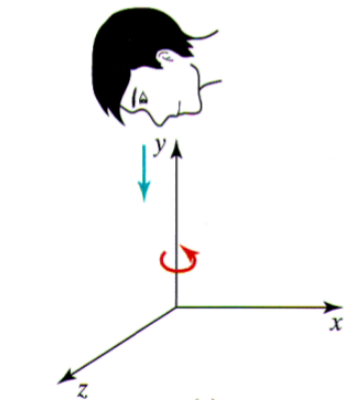
Rotação

$$P' = R_x(\theta) \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



Rotação

$$P' = R_y(\theta) \cdot P$$
$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$



Transformações Geométricas em OpenGL

- ▶ Por padrão, OpenGL trabalha com coordenadas homogêneas em 3D (x, y, z, h) .
- ▶ Para atividades com objetos 2D:
 - ▶ $h = 1$.
 - ▶ $z = 0$.

Material de base para a aula

- ▶ CARLSON, Wayne E. Computer graphics and computer animation: a retrospective overview. Ohio State University, 2017. <https://openlibrary-repo.ecampusontario.ca/jspui/handle/123456789/980>.
- ▶ Transformação Geométrica 3D. Fernando Paulovich. Slides SCC 250 – Computação Gráfica, 2010.
- ▶ Hughes, J. F., Van Dam, A., Foley, J. D., McGuire, M., Feiner, S. K., & Sklar, D. F. (2014). Computer graphics: principles and practice. Terceira Edição. Pearson Education.
- ▶ Computação Gráfica: Aulas 03 e 04. Slides de Ricardo M. Marcacini. Disciplina SCC0250/0650, ICMC/USP, 2021.

Exercícios

The background features a white central area with teal-colored geometric shapes. Two large teal triangles point towards each other from the left and right sides, meeting at a point at the bottom center. A smaller, darker teal triangle is positioned at the very bottom center, overlapping the meeting point of the two larger triangles.

Exercícios

Para a resolução dos exercícios, use o dia de seu nascimento como D e o mês como M .

1. Apresente a matriz que representa uma transformação consistindo de uma translação em $t_x = M$ e $t_y = D$, seguida de uma escala uniforme com $s = 2$.
2. Verifique se a rotação $R(M + D)$ resulta na mesma matriz de transformação que $R(M) \cdot R(D)$.
3. Considere um quadrado de lado $L = 5$, inicialmente posicionado em $x = M$ e $y = D$. Calcule e apresente a matriz de transformação que faça o quadrado rotacionar 45° em relação ao seu próprio centro. Apresente os vértices iniciais e finais do quadrado.