

Instituto de Física
USP

Física V - Aula 24

Professora: Mazé Bechara

Aula 24 – Princípio de correspondência Experimento de Franck e Hertz, e regra de quantização de Wilson-Sommerfeld

1. O princípio de correspondência de Bohr. **Aplicação ao átomo de H.**
2. O Experimento de Franck e Hertz – mais uma evidência da quantização nos estados atômicos, agora com excitação dos átomos via energia de elétrons .
3. A regra de Quantização de Wilson-Sommerfeld. Aplicações: Movimento Circular Uniforme. MHS unidimensional.
4. *Princípio de correspondência e interpretações no mundo clássico-quântico: MCU e MHS.*

Princípio de Correspondência

(Estabelecido por Bohr em 1920)

1. **A Física Quântica** para qualquer sistema e dinâmica **deve coincidir com a Física Clássica no limite no qual os números quânticos que especificam o estado do sistema, se tornam muito grandes (números quânticos $\rightarrow\infty$).**
2. **regras de seleção são válidas para todos os números quânticos possíveis.** Assim, as regras de seleção que são necessárias para obter a coincidência de uma teoria quântica com a clássica **quando os números quânticos são grandes, também se aplicam na situação quântica**, ou seja, *de números quânticos pequenos.*

Interpretação deste princípio: a quantização existe no universo de qualquer dimensão. No universo físico macroscópico se está no limite $n \rightarrow\infty$, e neste limite as quantizações não são observáveis.



Figura do Tipler & Llewellyn

Princípio de Correspondência no átomo de H: energias contínuas e frequências emitidas

1. Mostre que para o átomo de hidrogênio vale para $n \rightarrow \infty$).

$$\frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{E_n - E_{n'}}{E_n} \rightarrow 0$$

2. Mostre que coincidem as expressões para as frequências emitidas para $n \rightarrow \infty$).

1. Razão quântica da emissão:

$$\nu = \frac{\Delta E_n}{h}$$

2. Razão clássica da emissão:

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi r}$$

3. Expressão comum para a frequência quando $n \rightarrow \infty$

$$\lim_{n, n' \rightarrow \infty} \nu = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{\mu}{n^3 \hbar^3}$$

desde que $\Delta n = n' - n = 1!!!$

A frequência ν_0 foi calculada como o inverso do período, como exige a Física Clássica, mas usando os raios e velocidades do modelo de Bohr.

A frequência ν foi calculada como a diferença entre duas energias, estado n e $n-1$, do modelo de Bohr sobre h , de acordo com uma das hipóteses sobre transições atômicas do modelo.

TABELA 4-2 O Princípio da Correspondência para o Hidrogênio

n	ν_0	ν	Diferença %
5	$5,26 \times 10^{13}$	$7,38 \times 10^{13}$	29
10	$6,57 \times 10^{12}$	$7,72 \times 10^{12}$	14
100	$6,578 \times 10^9$	$6,677 \times 10^9$	1,5
1.000	$6,5779 \times 10^6$	$6,5878 \times 10^6$	0,15
10.000	$6,5779 \times 10^3$	$6,5789 \times 10^3$	0,015

Conclusão: para o átomo de H, em termos de frequência de transição, $n \rightarrow \infty$ significa $n \sim 1000$!

Experimento de Franck-Hertz (1914)

prêmio Nobel de Física em 1925

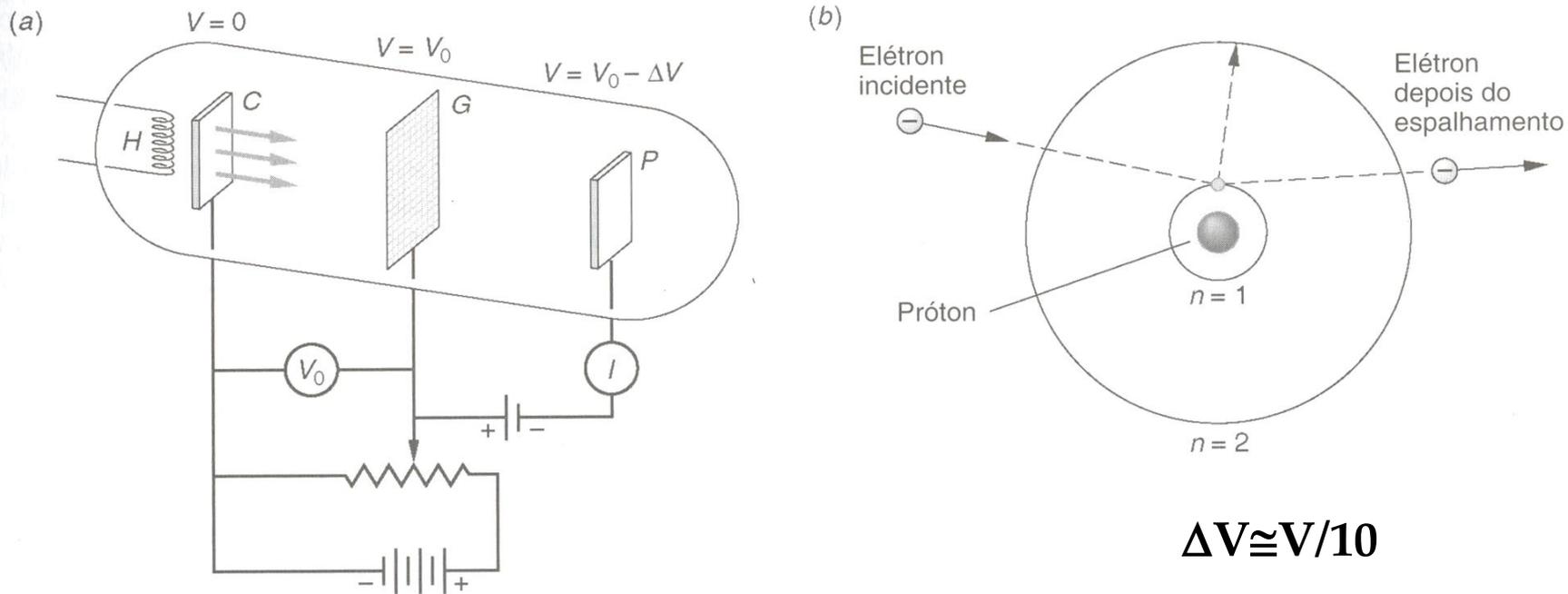
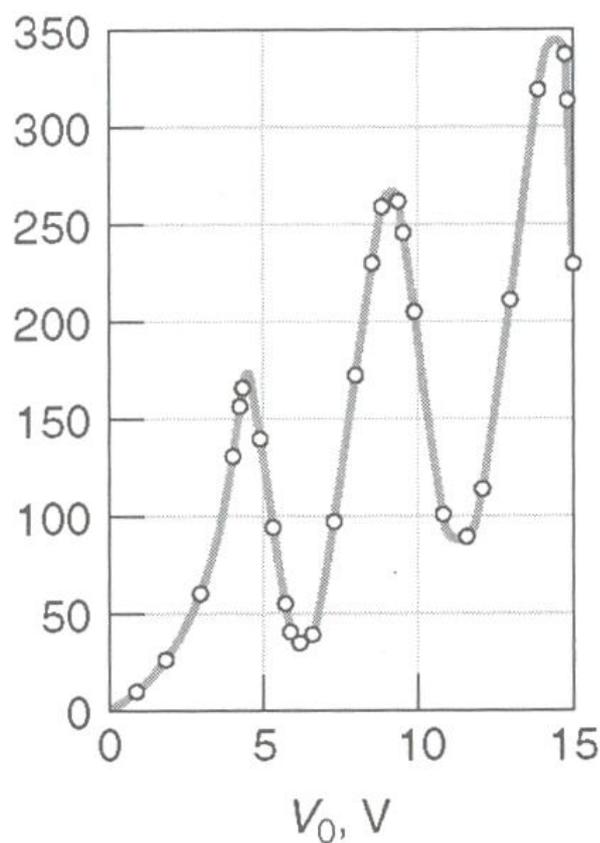


Fig. 4-20 (a) Diagrama esquemático do experimento de Franck-Hertz. Elétrons ejetados do catodo aquecido C são atraídos pela grade positiva G . Os elétrons que passam pelos furos da grade chegam à placa P e portanto contribuem para a corrente I , se tiverem energia suficiente para vencer o pequeno potencial negativo ΔV . O tubo contém um gás do elemento a ser estudado. (b) Resultados possíveis para o hidrogênio. Se o elétron incidente não tiver energia suficiente para transferir uma parcela $\Delta E = E_2 - E_1$ para o elétron do hidrogênio na órbita $n = 1$ (estado fundamental), o espalhamento será elástico; se o elétron tiver uma energia cinética igual ou maior que ΔE , o espalhamento será inelástico e uma energia ΔE será transferida para o elétron que está na órbita $n = 1$, transferindo-o para a órbita $n = 2$. O elétron excitado voltará rapidamente para o estado fundamental, emitindo um fóton de energia ΔE .

O Tubo tem vapor de mercúrio: Hg (Z=80, A=194)



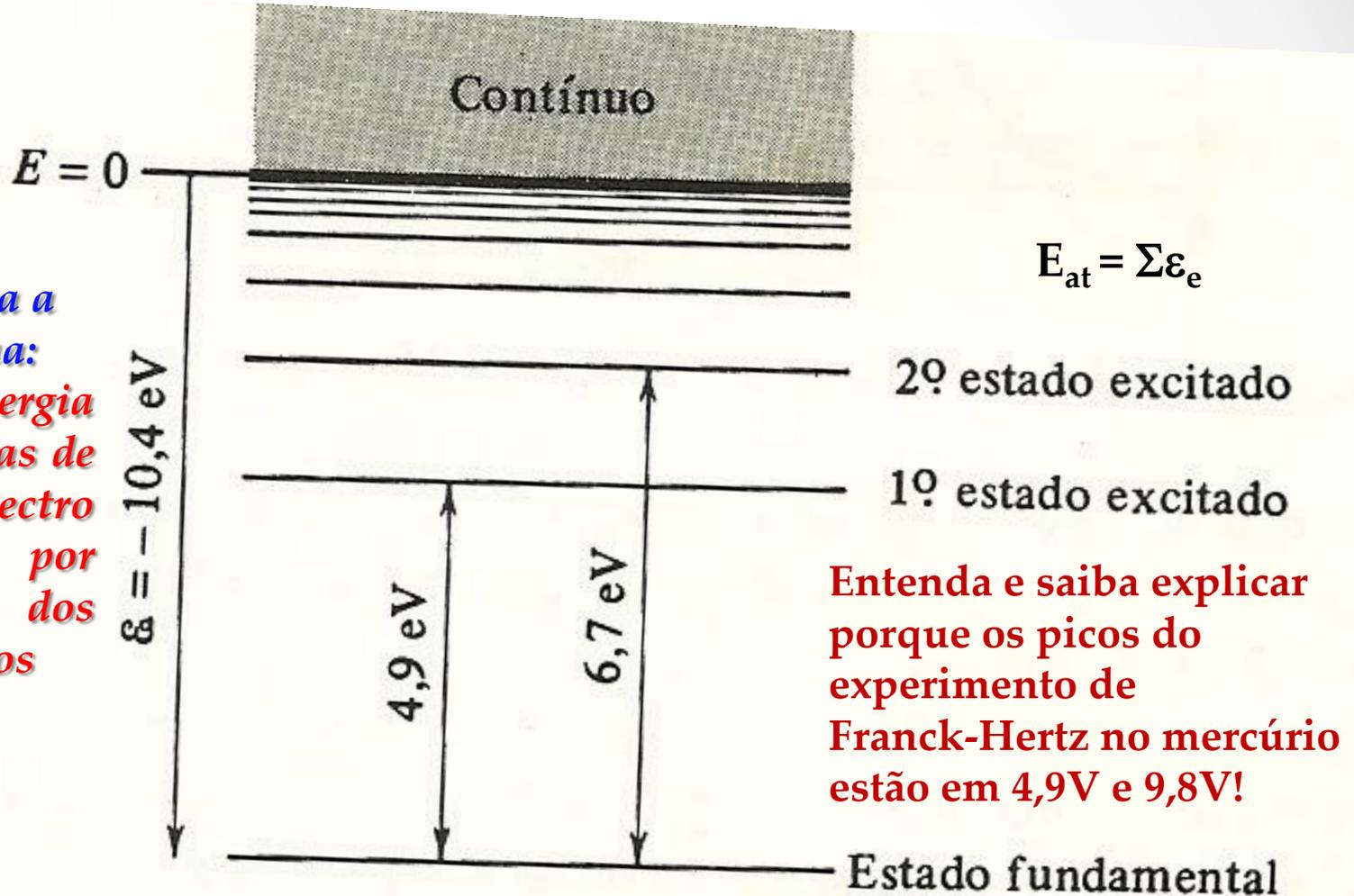
Corrente elétrica versus o potencial acelerador.

Interpretação para a queda e subida da corrente: espalhamento inelástico de elétrons por gás de mercúrio

Fig. 4-21 Corrente em função da tensão de aceleração no experimento de Franck-Hertz. A corrente diminui porque muitos elétrons perdem energia em colisões inelásticas com átomos de mercúrio e portanto não conseguem vencer o pequeno potencial negativo indicado na Fig. 4-20a. O espaçamento regular dos picos nesta curva indica que apenas uma certa energia, 4,9 eV, pode ser transferida para os átomos de mercúrio. Esta interpretação é confirmada pela observação de fótons com uma energia de 4,9 eV emitidos pelos átomos de mercúrio quando V_0 é maior que esta energia. [Fonte: J. Franck e G. Hertz, *Verband Deutscher Physikalischer Gesellschaften*, **16**, 457 (1914).]

Diagrama de níveis de energia dos átomos de mercúrio

Como se chega a este diagrama: medindo a energia de ionização e as de excitação (espectro de absorção, por exemplo) dos estados atômicos



Entenda e saiba explicar porque os picos do experimento de Franck-Hertz no mercúrio estão em 4,9V e 9,8V!

Fig. do Eisberg - Resnick

O processo observado no experimento de Franck e Hertz e sua interpretação

- **Interpretação do processo** - espalhamento inelástico dos elétrons do catodo pelos átomos de mercúrio de baixa pressão.
- **Como ocorre:** quando os elétrons do catodo atingem $4,9\text{eV}$ de energia cinética ($E_c = eV$) nas vizinhanças da grade, o **elétron do átomo rouba esta energia para uma transição do estado fundamental ao 1º estado excitado**. O elétron do catodo não consegue passar na grade, que tem pequeno potencial desacelerador, e cai a corrente.
- Com mais tensão, a corrente aumenta até chegar em ($9,8\text{V}$). Nesta situação alguns elétrons podem ceder energia cinética duas vezes entre o catodo e a grade: uma na metade do trajeto (Energia cinética igual a $4,9\text{eV}$) e outra novamente próximo a grade (novamente $4,9\text{eV}$ de energia cinética). E a corrente começa a cair novamente.
- **Moral da história: elétrons ligados a átomos só absorvem uma quantidade exata de energia, mesmo quando é energia cinética de outra partícula.**

O experimento de Franck e Hertz no mercúrio e sua interpretação

- **Questão 1:** Poderia em um experimento mais preciso com mercúrio aparecer um pico em outro potencial acelerador de elétrons? Justifique.
- **Questão 2.** Que comprimentos de onda o Hg deve absorver, emitir de radiação eletromagnética?

Como saber o que e como quantizar em outros movimentos no nível atômico molecular ?

E a estrutura fina dos estados atômicos?

- 1. As variáveis que descrevem a dinâmica devem ser relevantes nesta quantização.**
- 2. O espaço de fase nas variáveis generalizadas é a descrição clássica dos estados dinâmicos. Não teriam um papel nesta quantização?**
- 3. No caso do H, e outros átomos, não haveria a possibilidade de trajetórias elípticas dos elétrons em torno dos núcleos? A física clássica permite.**

A regra de quantização de Wilson-Sommerfeld

- Para **qualquer sistema físico, em movimento periódico**, existe a seguinte condição de quantização:

$$\oint_{1T} p_q dq = n_q h$$

- $n_q = 0, 1, 2, 3, \dots$

q são as coordenadas (generalizadas) necessárias para a descrição do movimento, e p_q os momentos (generalizados) associados às coordenadas q . A integral deve ser realizada em um período ($1T$) do movimento.

- **Observe que cada variável do movimento leva a um número quântico e alguma grandeza quantizada.**

A regra de quantização de Wilson-Sommerfeld – variáveis e momentos associados

- **Exemplos usuais das coordenadas generalizadas q :**
 - (1) coordenadas cartesianas (x, y, z) , todas em unidade de comprimento;
 - (2) coordenadas polares (r, θ) , distância e ângulo definindo a posição.
- **Os momentos os momentos (generalizados) p_q associados às coordenadas q do exemplo acima:**
 - (1) cartesianas: p_x , p_y e p_z , que correspondem a momentos lineares;
 - (2) polares: p_r e L_θ : momento linear e momento angular respectivamente. No caso do momento linear se relaciona com o momento de aproximação e afastamento da origem, e o momento angular indica a rotação em torno de um eixo.

Átomo de H na quantização de Wilson-Sommerfeld

- **Movimento de qualquer força central:**
- **Na variável angular θ :**

$$\oint_{1T} p_{\theta} d\theta = \int_0^{2\pi} L d\theta = n_{\theta} h$$

- De onde decorre **a hipótese de Bohr: $L = n_{\theta} h / 2\pi$.**
- No caso do **MCU, $dr=0 \Rightarrow$ a integral na variável r é nula.**
- **E se forem trajetórias elípticas, como possibilita a mecânica newtoniana, como fica a quantização na variável r ?**
- **Resposta na próxima aula**

Aplicações e interpretações da Física sobre a quantização

trabalhados em sala de aula

1. Qual é a grandeza quantizada no MCU segundo a regra de Wilson-Sommerfeld? Em que sistema é observada tal quantização? Quais os valores desta grandeza em seu exemplo? Resp. $L=n\hbar$ (coincide com a hipótese do modelo de Bohr). Vale para qualquer sistema com $L=cte$ (força central, MCU, etac). Para H os valores são em unidades de $\hbar+1,2,3....$
2. Uma bolinha de ping-pong de 2g de massa e 1,4m/s de velocidade está em MCU. O momento angular dela é quantizado? Justifique. Resp. Sim por hipótese do princípio de de correspondência. Calculando $L=mvr=5,6\times 10^{-4}Js$ e usando a quantização de Wilson-Sommerfeld $n\sim 5\times 10^{30}$, o que indica que se está no limite de correspondência (coincidência) entre as teorias quântica e clássica.

Wilson-Sommerfeld - Aplicações

trabalhados em sala de aula

1. (a) Qual é a grandeza quantizada no MHS unidimensional? (b) Como tal quantização se reflete na energia da partícula com tal movimento? (c) Compare tal resultado com a proposta de Planck para as oscilações na matéria. (d) Vale para este sistema o princípio de correspondência em energia. **Resp. (a), (b) e (c) $E = nh\nu$ coincidente com Planck. (d) E vale o princípio de correspondência para a energia. Demonstrado em aula que $E_n - E_{n'}/E_n \rightarrow 0$ quando n e $n' \rightarrow \infty$ (energias contínuas).**
2. Qual é a grandeza quantizada no movimento de uma partícula livre de força, em movimento unidimensional de vai e vem (choques elásticos) entre duas “paredes” distantes d uma da outra? **Deixo-lhes o prazer de calcular e comparar com o item anterior.**

Aplicações e interpretações da Física sobre a quantização

1. Seria a energia de um sistema mola-massa quantizada? Justifique.