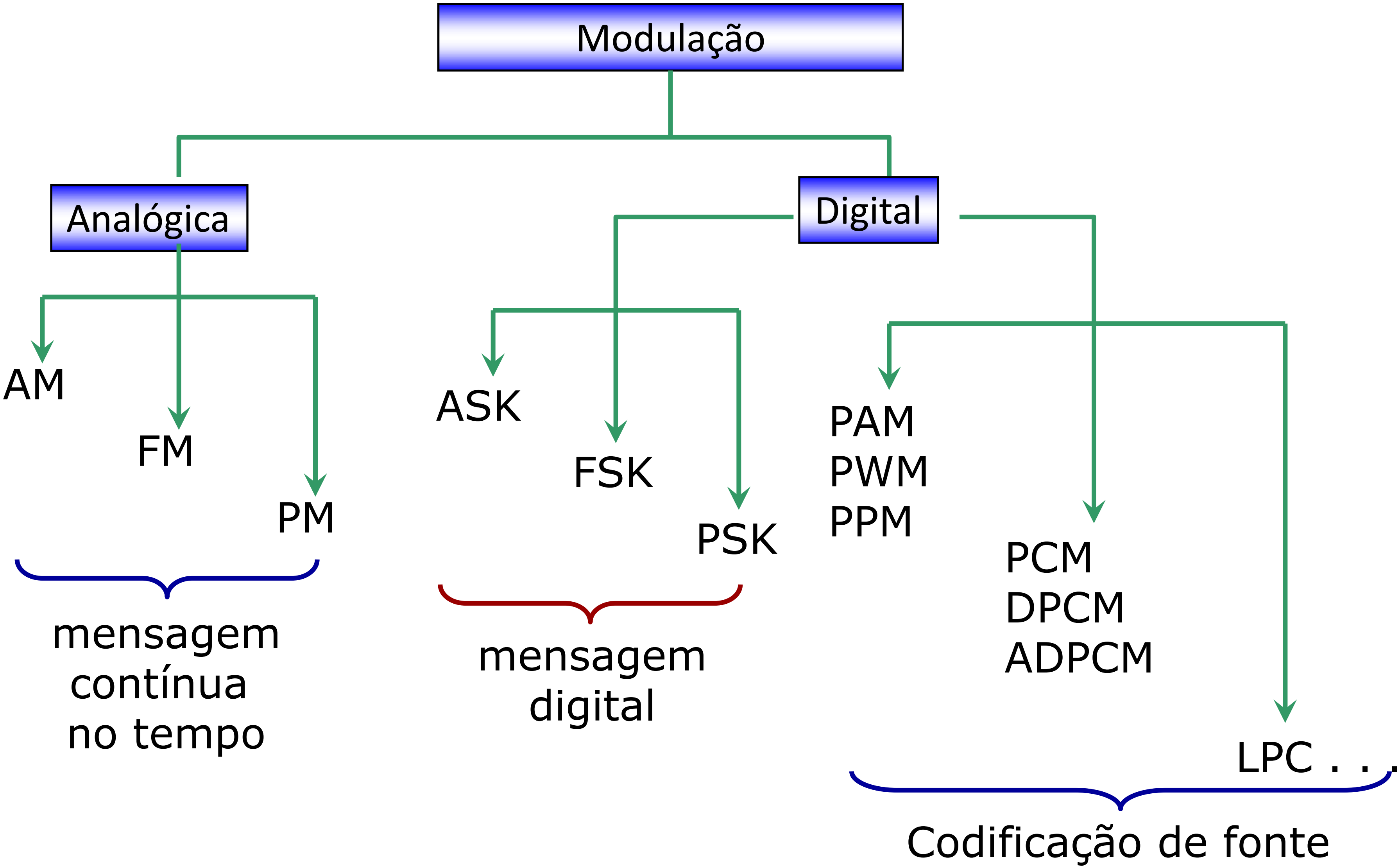
SEL 360 e 616
Princípios de Comunicação

Tania Regina Tronco

trtronco@gmail.com

Tipos de Modulação



- MENSAGEM: Voz, áudio, vídeo, dados, ...

Modulação de Amplitude

Introdução

Propriedades da Transformada de Fourier

- A transformada de Fourier é uma ferramenta para expressar uma função em termos de seus componentes exponenciais em várias freqüências.
- Trabalhamos em dois domínios: tempo e freqüência
- Vamos nos lembrar das equações que definem a transformada de Fourier

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\, e^{-j\omega t}\, dt \qquad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t}\, d\omega$$

- Notação:

$$f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

Exemplo: Transformada de Fourier do Cosseno

$$f(t) = A\,cos(2\pi f_o t)$$

$$TF\{A\,cos(2\pi f_o t)\}$$

$$= A\int_{-\infty}^{\infty} cos(2\pi f_o t)\, e^{-i2\pi f\ \ t}\, dt$$

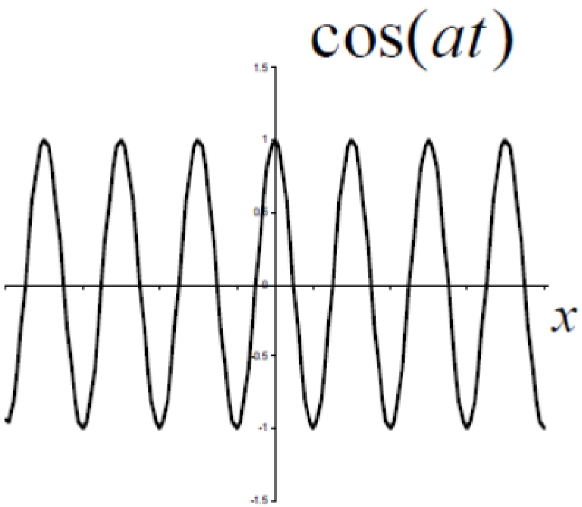
$$= A\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{i2\pi f_o t} + e^{-i2\pi f_o t})}{2}\, e^{-i2\pi f_o t}\, dt\ =$$

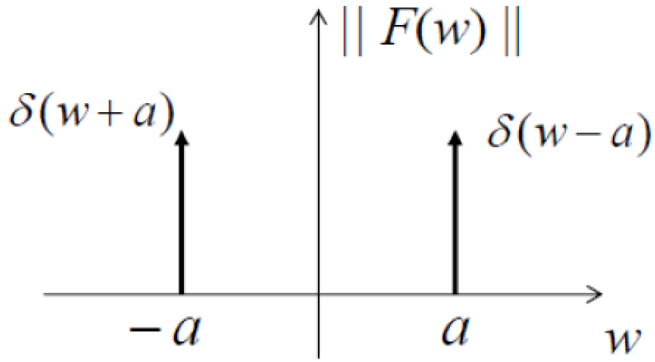
$$A\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(e^{-i2\pi(f-f_o)t} + e^{-i2\pi(f+f_o)t})}{2}\ dt\ = \frac{A}{2}[\delta(f-f_o) + \delta(f+f_o)]$$

- Utilizando a identidade de Euler:

$$\cos(\omega t) + j\text{sen}(\omega t) = e^{j\omega t} \longrightarrow \cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$$

Cosseno





$$F(w)=\frac{1}{2}\left[\delta(w+a)+\delta(w-a)\right]$$

Propriedades da Transformada de Fourier

- Deslocamento na frequência

$$\text{Se} \qquad f(t) \leftrightarrow F(\omega)$$

$$\text{Então,} \quad f(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow F(\omega-\omega_0)$$

Demonstração:

$$\mathscr{F}\left[f(t)e^{j\omega_0 t}\right] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{j\omega_0 t}e^{-j\omega t}\,dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j(\omega-\omega_0)t}\,dt = F(\omega-\omega_0)$$

Propriedades da Transformada de Fourier

- Deslocamento na frequência

$$f(t)e^{j\omega_0 t} \leftrightarrow F(\omega - \omega_0)$$

Freqüentemente, nos sistemas de comunicação, deseja-se transladar o espectro de freqüência. Essa translação é geralmente feita multiplicando-se um sinal f(t) por um sinal senoidal. Esse processo é conhecido como modulação.

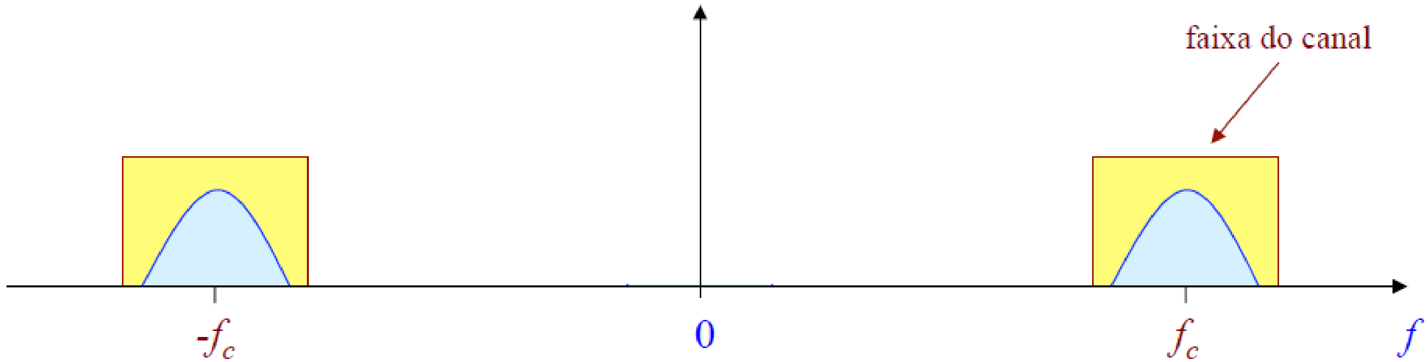
Observe que:

$$f(t)\cos\omega_0 t = \frac{1}{2}\left[f(t)e^{j\omega_0 t} + f(t)e^{-j\omega_0 t}\right]$$

$$f(t)\cos\omega_0 t \leftrightarrow \frac{1}{2}\left[F(\omega + \omega_0) + F(\omega - \omega_0)\right]$$

Modulação

Transmissão de sinais mensagens por um canal de comunicações passa faixa requer um deslocamento deste sinal para a faixa onde se encontra o canal.



Tipos de modulação analógica:

- modulação de amplitude
- modulação angular

Modulação em Amplitude (AM)

Modulação de amplitude é definida como um processo no qual a amplitude da onda portadora $c(t)$ varia linearmente segundo o sinal mensagem $m(t)$.

Portadora: $c(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$

Forma padrão para uma onda modulada em amplitude:

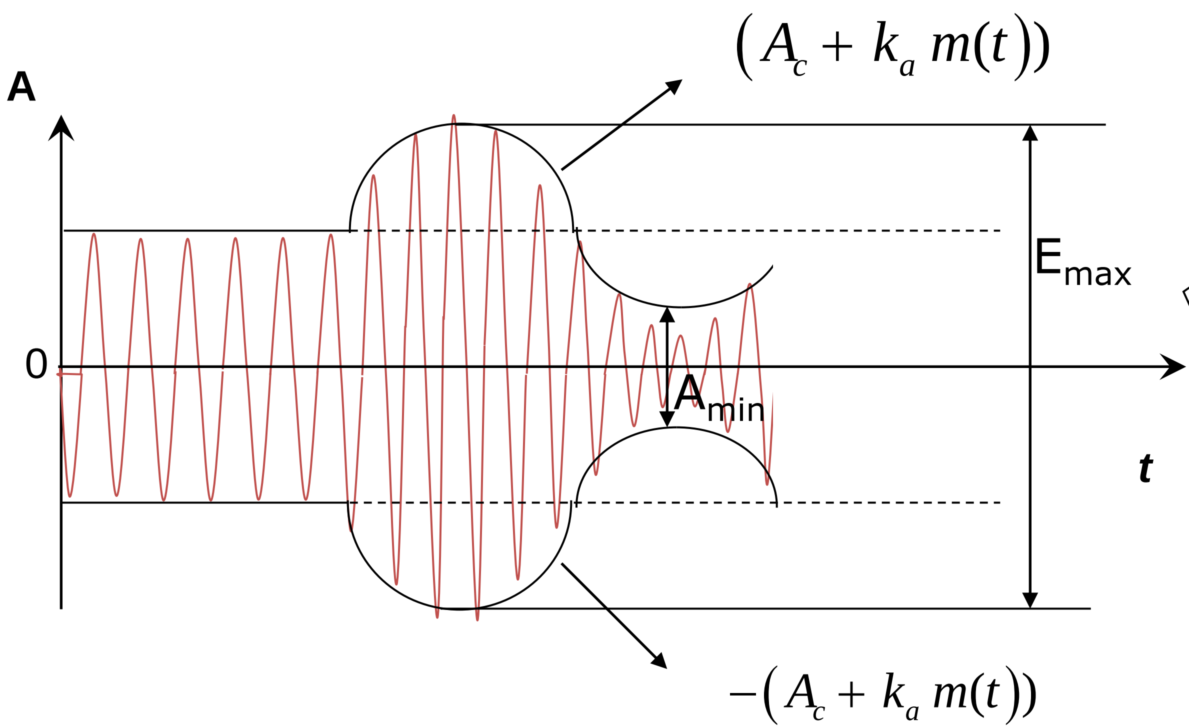
$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$

k_a = sensitividade do modulador

envoltória da onda AM: $a(t) = A_c|1 + k_a m(t)|$

Representação de um sinal AM

- A aparência de um sinal AM é ilustrada abaixo para um ciclo do sinal modulante. Ela é resultante da figura:
  que mostra a amplitude, que agora chamaremos de envoltória superior do sinal AM, dada por $A=A_c+K_a m(t)$. Analogamente, a envoltória inferior é dada por $-(A_c+K_a m(t))$.

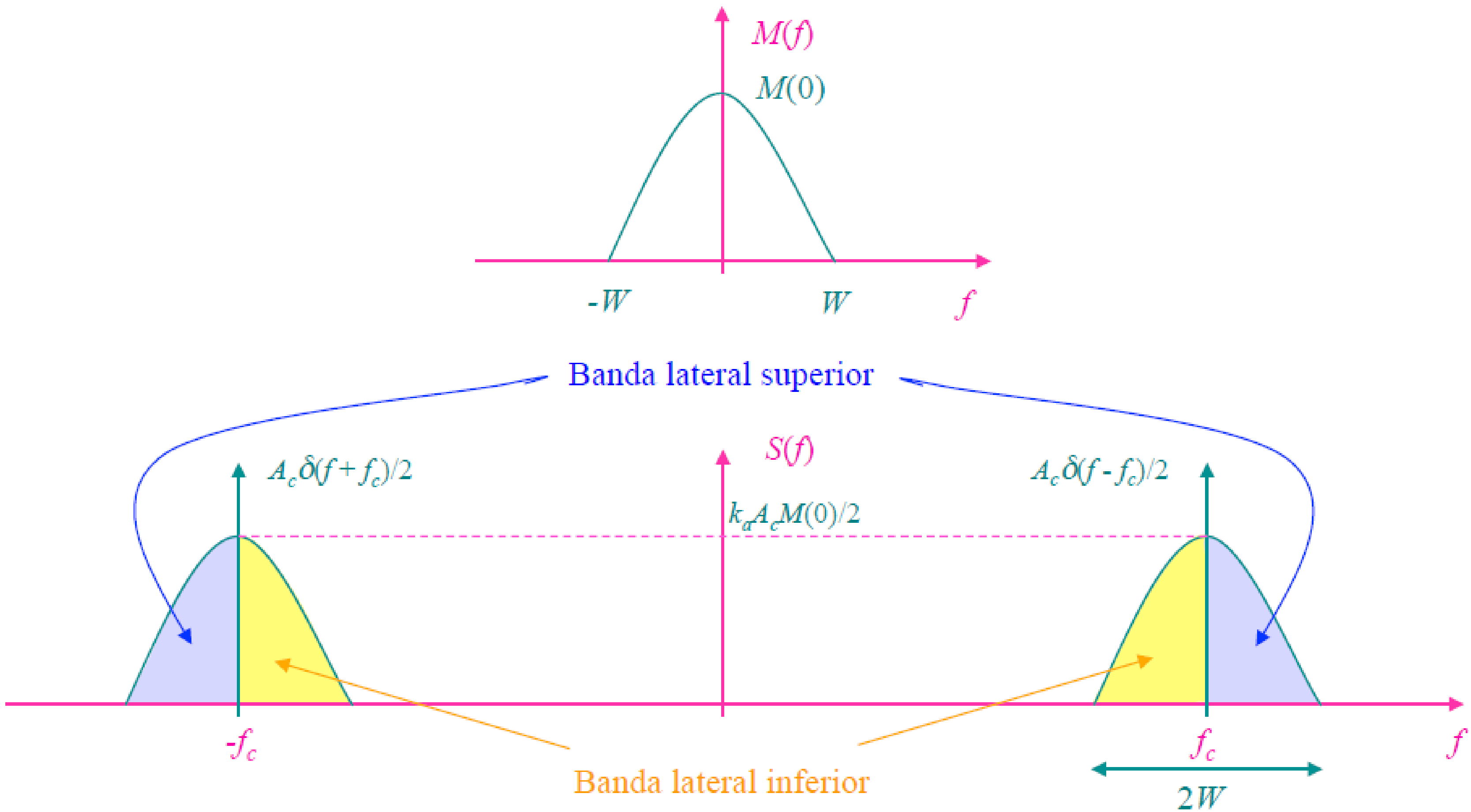


O sinal modulado estende-se entre 2 envoltórias limites e tem uma taxa de repetição igual à freqüência da portadora.

Representação no domínio da frequência:

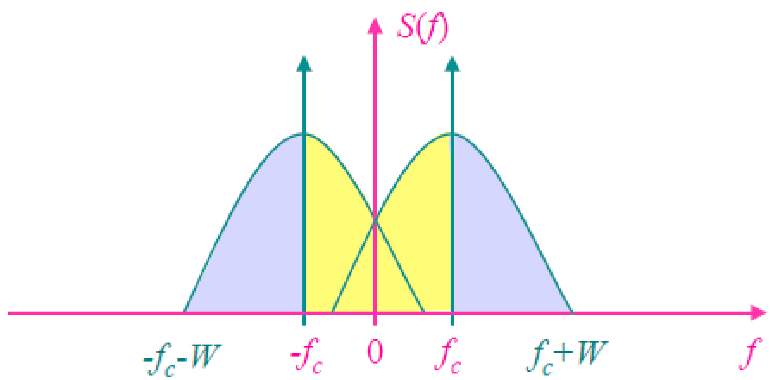
$$S(f)=\frac{A_c}{2}\left[\delta(f+f_c)+\delta(f-f_c)\right]+\frac{k_a A_c}{2}\left[M(f+f_c)+M(f-f_c)\right]$$

onde $M(f) \Leftrightarrow m(t)$ é o espectro do sinal mensagem passa-baixas limitado em faixa W.



A condição de que $f_c > W$ garante a não sobreposição dos espectros da parte de frequências negativas sobre a parte das positivas.

Condição de $f_c < W$:

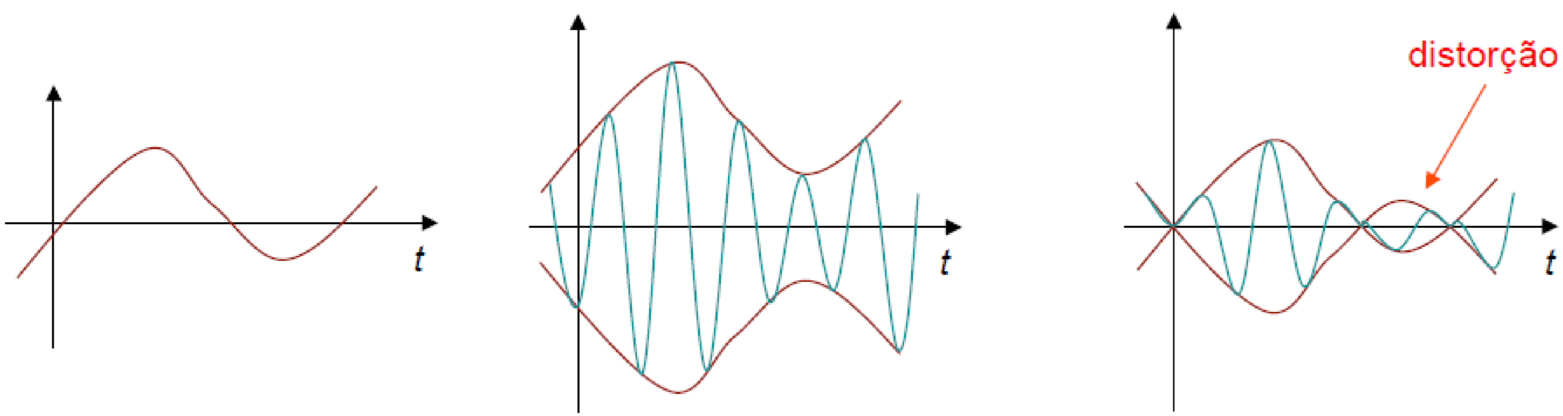


1º caso: $|k_a m(t)| \leq 1$ para todo t:

então, $1 + k_a m(t) \geq 0 \Rightarrow a(t) = A_c[1 + k_a m(t)]$ para todo t

2º caso: $|k_a m(t)| > 1$ para algum t:

Neste caso a portadora se torna sobremodulada, resultando em uma inversão de fase quando o fator $[1 + k_a m(t)]$ cruza o zero. Assim a onda modulada apresenta uma distorção na envoltória.

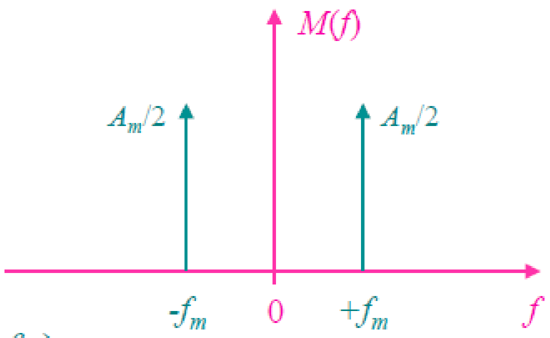


sinal mensagem

sinal modulado 1º caso

sinal modulado 2º caso

Exemplo: Modulação por um tom



sinal mensagem: $m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$

Sinal modulado: $s(t) = A_c[1 + k_a A_m \cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$

$$s(t) = A_c[1 + \mu \cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$$

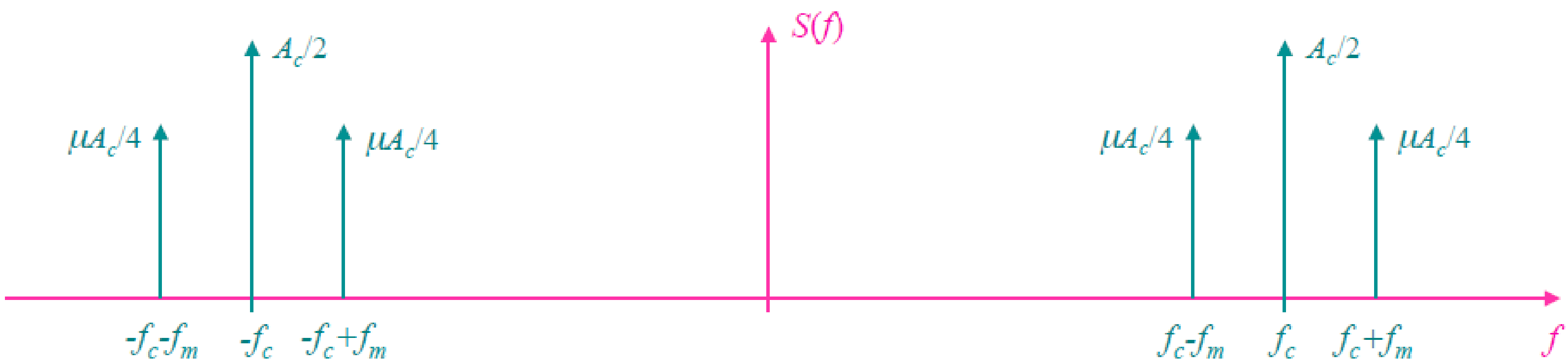
$\mu = k_a A_m$ = índice de modulação ou porcentagem de modulação

Re-arranjando a expressão da modulação, temos:

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}\mu A_c \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2}\mu A_c \cos[2\pi(f_c - f_m)t]$$

Assim, o espectro da onda AM fica:

$$S(f) = \frac{1}{2}A_c[\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)]$$
$$+\frac{1}{4}\mu A_c[\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)]$$
$$+\frac{1}{4}\mu A_c[\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m)]$$



Exercício 1

- O circuito de sintonia de um oscilador, num transmissor AM, emprega uma bobina de $50\mu H$ e um capacitor de 1nF.
- Se a saída do oscilador é modulada por frequências de áudio que vão até 10kHz, qual a faixa de frequências ocupada pelas bandas laterais?

Solução Exercício 1

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\left(5\times10^{-5}\times1\times10^{-9}\right)^{1/2}}$$

$$= \frac{1}{2\pi\left(5\times10^{-14}\right)^{1/2}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{5}\times10^{-7}} = 7{,}12\times10^{5}$$

$$= 712\ \mathrm{kHz}$$

- Como a frequência de modulação mais alta é 10 kHz, a faixa de frequência ocupada pelas bandas laterais irá se estender de 10 kHz acima a 10 kHz abaixo da portadora, portanto de 722 a 702 kHz.

Exercício 2

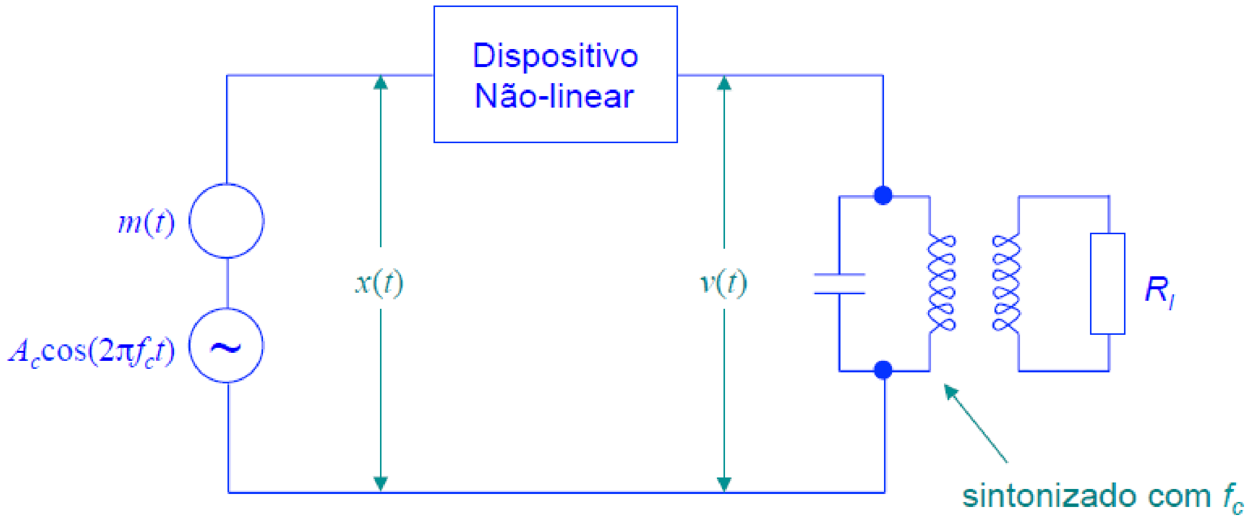
- A modulação em amplitude é produzida pelo sinal
  - $e_m(t) = 3 \cos(2\pi 10^3 t)$ Volts
- modulando a portadora
  - $e_c(t) = 10 \cos(2\pi 10^6 t)$ Volts.
- Determine
  - Equação do sinal AM
  - Espectro de frequências

Exercício 3

- Um sinal AM apresenta a seguinte equação:
  - $s(t) = 10\{1+0,5\cos 2000\pi t\}\cos 20000\pi t$ Volts
- Desenhe o espectro de frequências do sinal

Geração do sinal AM:

Modulador por lei quadrática:

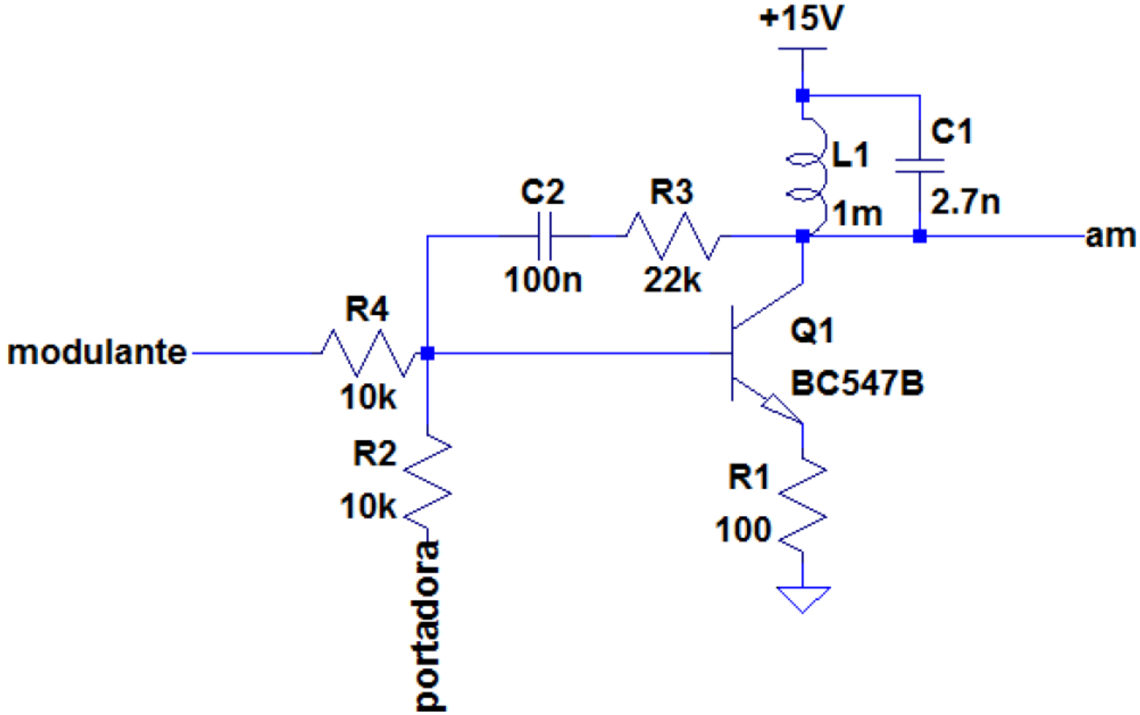


$$v(t) = a_1 x(t) + a_2 x^2(t)$$

$$v(t) = a_1 \left[A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t)\right] + a_2 \left[A_c \cos(2\pi f_c t) + m(t)\right]^2$$

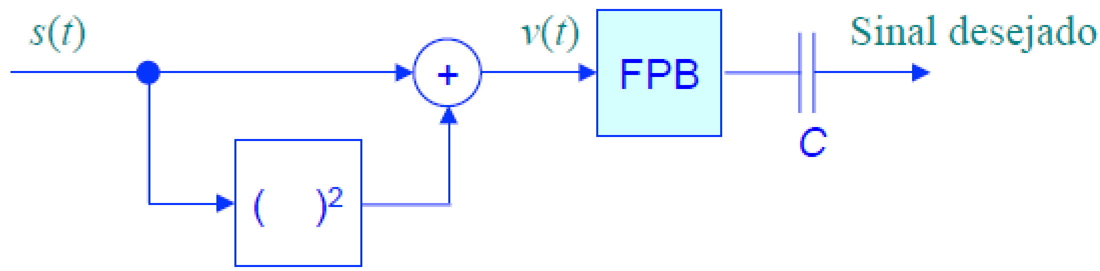
$$v(t) = \underbrace{a_1 A_c \left[1 + \frac{2a_2}{a_1} m(t)\right] \cos(2\pi f_c t)}_{\text{onda AM}} + \underbrace{a_1 m(t) + a_2 m^2(t) + a_2 A_c^2 \cos^2(2\pi f_c t)}_{\text{termos indesejados}}$$

Exemplo de Gerador de Onda AM



Demodulação de ondas AM:

a) Detector de lei quadrática:



$s(t)$ é o sinal modulado na entrada do detector.

$$v(t) = a_1 s(t) + a_2 s^2(t)$$

$$= a_1\left[A_c\left[1+k_a m(t)\right]\cos(2\pi f_c t)\right] + a_2\left[A_c\left[1+k_a m(t)\right]\cos(2\pi f_c t)\right]^2$$

$$= a_1 A_c\left[1+k_a m(t)\right]\cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2}a_2 A_c^2\left[1+2k_a m(t)+k_a^2 m^2(t)\right]\left[1+\cos(4\pi f_c t\right.$$

$$v(t) = \underbrace{\frac{1}{2}a_2 A_c^2}_{\substack{\text{termo DC} \\ \text{eliminado} \\ \text{usando} \\ \text{1 capacitor}}} + \underbrace{a_2 A_c^2 k_a m(t)}_{\text{sinal desejado}} + \underbrace{\frac{1}{2}a_2 A_c^2 k_a^2 m^2(t)}_{\text{distorção}} + \underbrace{\text{termos indesejados}}_{\text{filtrados por FPB}}$$

A razão sinal desejado pela distorção é igual a $2/(k_a m(t))$. Então para que a distorção seja minimizada, esta razão deve ser grande, isto é $|k_a m(t)| << 1$ para todo t.

Trabalho 1

- 1. Desenvolva um código em Matlab (ou similar) para simular a modulação e a demodulação AM DSB de uma portadora de 1MHz com uma onda modulante de 10kHz. Utilize um índice de modulação de 60% e uma taxa de amostragem de 10 MHz.
- 2. Varie os índices de modulação e analise os resultados.