



Disciplina: Matemática Aplicada a Finanças.

Professor: Daniel Ferreira Caixe.





Matemática Aplicada a Finanças

Aula: Conceitos Básicos.

Professor: Daniel Ferreira Caixe.



ESALQ

Agenda



ESALQ

▪ Conceitos básicos:

- ✓ Capital;
- ✓ Juros;
- ✓ Taxa de juros;
- ✓ Diagrama de fluxos de caixa; e
- ✓ Capitalização.



ESALQ

Capital (C)



ESALQ

- Qualquer valor:
- ✓ Expresso em moeda; e
- ✓ Disponível em determinada época.
- ❖ **Exemplos:** US\$ 1.000 em 31/12/2021 ou R\$ 30.000 em 01/08/2023.



ESALQ

Juro (J)



ESALQ

➤ É “**preço**” pago pelo **uso de um capital** por certo **período** de tempo (expresso em unidades monetárias).

❖ **Investidor ou tomador de recursos?**

(a) Investidor: juro é a **remuneração** do capital aplicado; e

(b) Tomador de recursos: juro é o **custo** do empréstimo/financiamento.



ESALQ

Determinantes de i



ESALQ

(a) O risco da operação (investimento ou empréstimo/financiamento):

❖ **Por que há risco?**

➤ Troca de liquidez imediata por expectativa incerta de recebimento futuro;

▪ **Fatores de risco:**

✓ Chance de inadimplência do captador (\uparrow default risk \rightarrow \uparrow taxa de juros periódica);

✓ Duração da operação (\uparrow tempo \rightarrow \uparrow taxa de juros periódica).



ESALQ

Determinantes de i



ESALQ

(b) A inflação ao longo do período da operação:

- Aumento generalizado nos preços dos produtos/serviços;
- Resulta na perda do poder de compra do capital;

▪ **Efeito da inflação na taxa de juros:**

- ✓ A taxa de juros deve **compensar a perda** no poder de compra do capital;
- ✓ **↑ inflação → ↑ taxa de juros periódica.**



ESALQ

Determinantes de i



ESALQ

(c) Ganho (ou lucro) do proprietário do capital:

➤ Deve compensar o “sacrifício” de ficar sem o capital por certo tempo;

▪ **Tal ganho depende do que?**

✓ Do custo de oportunidade da operação:

- Remuneração oferecida por uma segunda melhor alternativa;

✓ **↑ custo de oportunidade → ↑ taxa de juros periódica.**



ESALQ

Taxa de Juros (i)



ESALQ

➤ É um quociente: resultado da divisão dos Juros pelo Capital;

$$\text{Taxa de juros} = \frac{\text{Juros}}{\text{Capital}}$$

✓ Pode ser representada **equivalentemente** de duas maneiras:

(I) **Taxa percentual (centesimal)**; e

(II) **Taxa decimal (unitária)**.



ESALQ

Taxa Percentual (Centesimal)



ESALQ

➤ É o valor dos juros para **cada centésima parte** do capital;

❖ **Exemplo:** taxa de 20% aplicada em Capital de R\$ 1.000.

$$\text{Juros} = 1.000 \times \frac{20}{100} = \frac{1.000}{100} \times 20 = 10 \times 20 = \text{R\$ } 200$$

✓ 1.000 tem dez centos. Cada um rende 20 e os juros totais são 200.



ESALQ

Taxa Decimal (Unitária)



ESALQ

- É o valor dos juros para **cada unidade** de capital;
- ❖ **Exemplo:** taxa de 0,20 aplicada em Capital de R\$ 1.000.

$$\text{Juros} = 1.000 \times 0,20 = \text{R\$ } 200$$

✓ 0,20 por unidade de 1.000 e os juros totais são 200.

***Usada nas fórmulas de matemática financeira.**



ESALQ

Percentual para Decimal



ESALQ

Taxa percentual	Taxa decimal
1,50%	$1,5 / 100 = 0,015$
8%	$8 / 100 = 0,08$
17%	$17 / 100 = 0,17$
86%	$86 / 100 = 0,86$
120%	$120 / 100 = 1,20$
1.500%	$1.500 / 100 = 15,0$



ESALQ

Taxas e Tempo



ESALQ

As taxas de juros estão atreladas a um intervalo de tempo:

❖ Exemplos:

- ✓ 10% a.a. (ao ano);
- ✓ 8% a.s. (ao semestre);
- ✓ 4% a.q. (ao quadrimestre);
- ✓ 2% a.t. (ao trimestre);
- ✓ 1% a.m. (ao mês).



ESALQ

Exercício de Fixação I



ESALQ

Uma pessoa tomou um empréstimo de R\$ 80.000 por um mês, e, no vencimento, pagou juros de R\$ 2.000.

- (a) Quanto foi pago de juros por cada unidade de capital?
- (b) Quanto foi pago de juros por cada centésima parte do capital?



ESALQ

Exercício de Fixação I



ESALQ

(a) Quanto foi pago de juros por cada unidade de capital?

$$\text{Taxa de juros (unitária)} = \frac{\text{Juros}}{\text{Capital}} = \frac{2.000}{80.000} = 0,025$$

✓ R\$ 0,025 por unidade de 80.000.



ESALQ

Exercício de Fixação I



ESALQ

(b) Quanto foi pago de juros por cada centésima parte do capital?

$$\text{Taxa de juros (percentual)} = \frac{\text{Juros}}{\text{Capital}} \times 100 = \frac{2.000}{80.000} \times 100 = 2,5\%$$

✓ R\$ 2,5 por cada “cento” de 80.000.



ESALQ

Variação Percentual ($\Delta\%$)



ESALQ

- É a diferença entre dois valores, medida em centésima parte do valor inicial;

$$\Delta\% = \frac{(\text{Valor final} - \text{Valor inicial})}{\text{Valor inicial}} \times 100$$

$$\Delta\% = \left(\frac{\text{Valor final}}{\text{Valor inicial}} - 1 \right) \times 100$$



ESALQ

Variação Percentual ($\Delta\%$)



ESALQ

- Na reunião de 16/03/2022, o Comitê de Política Monetária definiu que a meta para a taxa Selic mude de 10,75% a.a. para 11,75% a.a.:

$$\Delta\% = \frac{(11,75 - 10,75)}{10,75} \times 100 \cong 9,30\%$$

$$\Delta\% = \left(\frac{11,75}{10,75} - 1 \right) \times 100 \cong 9,30\%$$



ESALQ

Variação em Ponto Percentual (Δ p.p.)



ESALQ

➤ É a diferença, em valores absolutos, entre duas taxas percentuais:

$$\Delta p.p. = \text{Taxa \% final} - \text{Taxa \% inicial}$$



ESALQ

Variação em Ponto Percentual (Δ p.p.)



ESALQ

- Na reunião de 16/03/2022, o Comitê de Política Monetário definiu que a meta para a taxa Selic mude de 10,75% a.a. para 11,75% a.a.:

$$\Delta p.p = 11,75 - 10,75 = 1 p.p.$$



ESALQ

Diagrama de Fluxos de Caixa



ESALQ

- Fluxos de caixa (FCs) são entradas e saídas de capitais;
- ❖ Diagrama de FCs:
 - ✓ É a representação gráfica (geométrica) de entradas e saídas de capitais ao longo do tempo.



ESALQ

Diagrama de Fluxos de Caixa



ESALQ

▪ Componentes:

(a) Linha horizontal:

➤ É o horizonte de tempo da operação financeira.

(b) Pontos na linha horizontal:

➤ São os momentos (datas), expressos em meses, anos etc.;

❖ Obs.: o ponto zero indica o momento inicial.



ESALQ

Diagrama de Fluxos de Caixa



ESALQ

(c) Setas para cima da linha do tempo:

- Indicam entradas (recebimentos) de dinheiro.

(d) Setas para baixo da linha do tempo:

- Indicam saídas (pagamentos ou aplicações) de dinheiro.



ESALQ

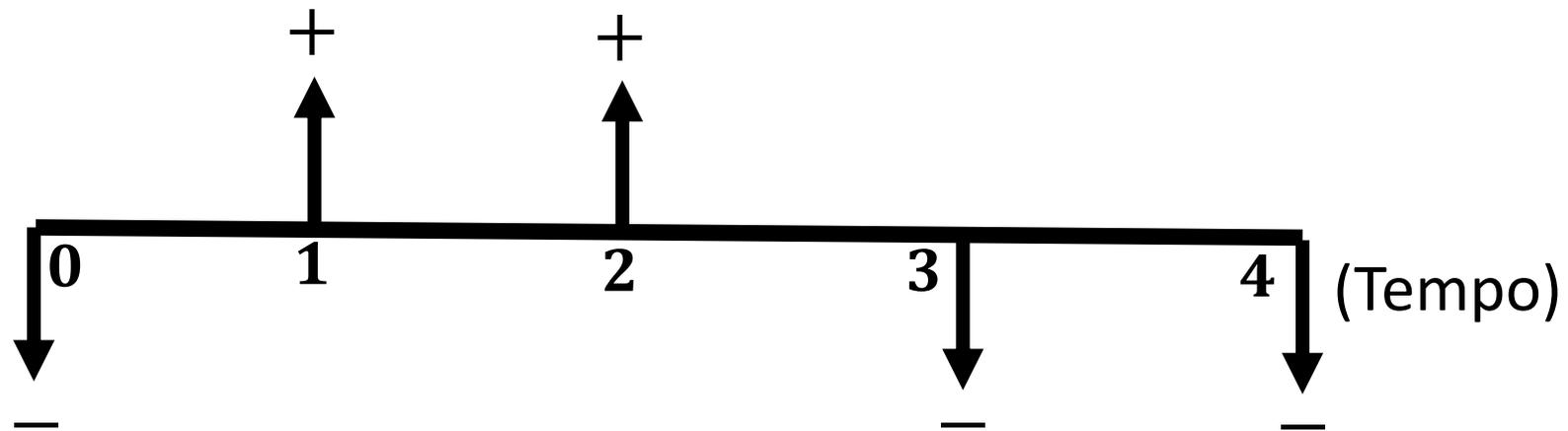
Diagrama de Fluxos de Caixa



ESALQ

Entradas
de Caixa

Saídas
de Caixa





ESALQ

Exemplo



ESALQ

Elabore os diagramas de fluxo de caixa para o tomador e o credor de um financiamento de R\$ 40.000, que será pago em 5 prestações mensais e iguais de R\$ 8.400 cada.

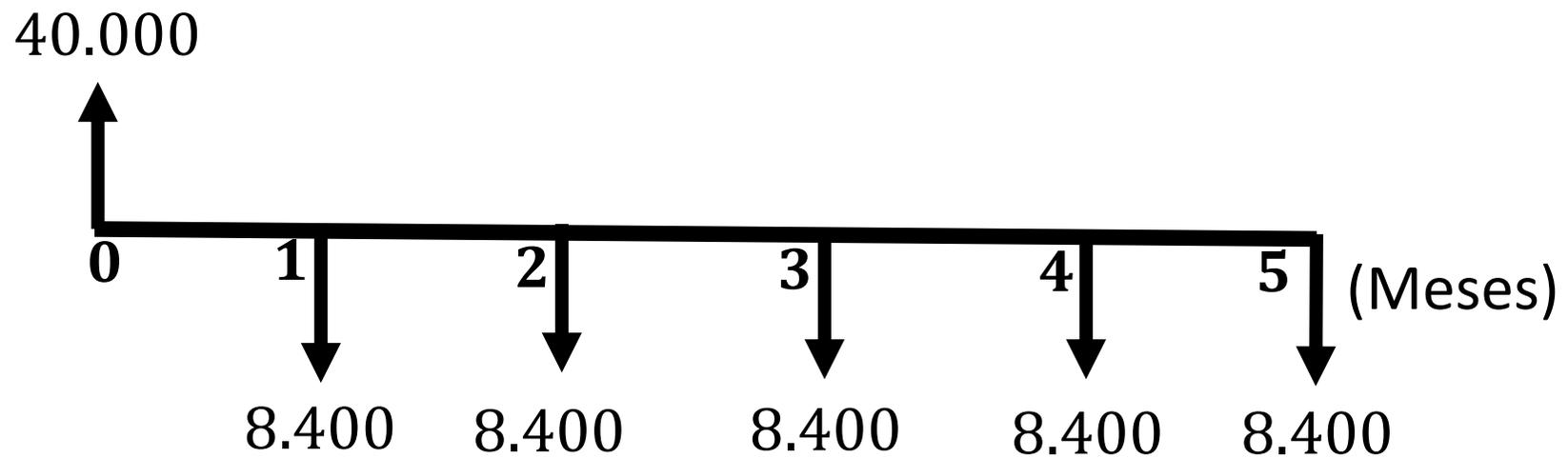


ESALQ

Tomador de Recursos



ESALQ



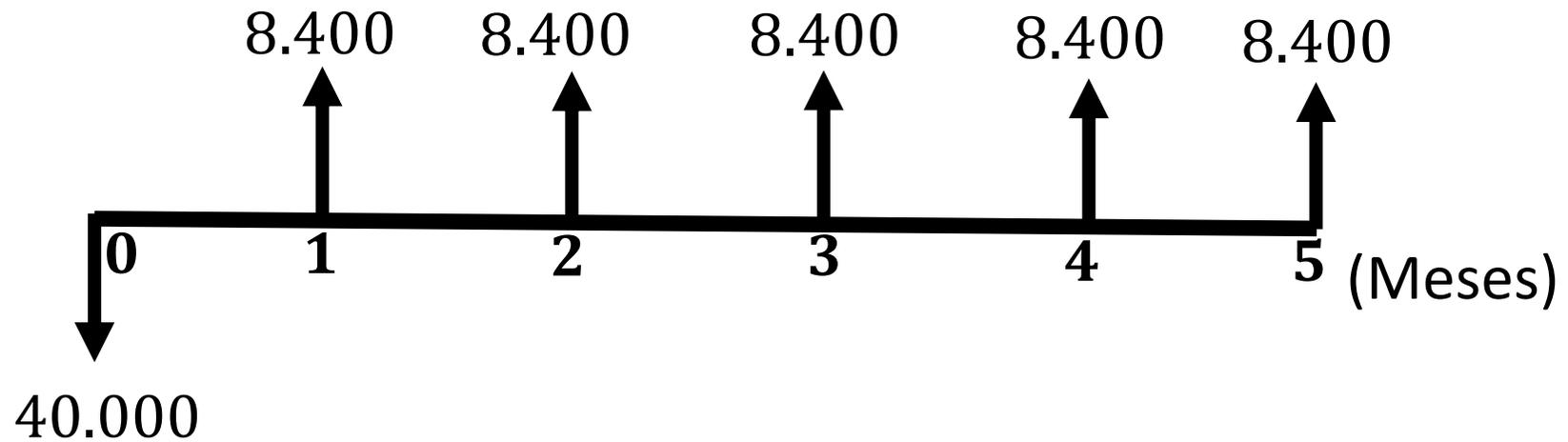


ESALQ

Credor de Recursos



ESALQ





ESALQ

Exercício de Fixação II



ESALQ

Elabore o diagrama de fluxo de caixa da seguinte operação de compra e venda de determinada mercadoria de uma loja comercial:

- A loja adquire mercadorias por R\$ 70.000,00 para pagamento em duas parcelas nos seguintes valores: 30% à vista (no ato da compra) e 70% em 30 dias;
- 40% das mercadorias são vendidas em 15 dias por R\$ 44.000,00, e os 60% restantes em 60 dias da data da compra pelo valor de R\$ 70.000,00;



ESALQ

Exercício de Fixação II



ESALQ

- O prazo de cobrança das mercadorias (prazo de recebimentos das vendas) é igual a 30 dias; e
- São recolhidos 20% sobre as receitas de impostos sobre vendas. O prazo de recolhimento é de 20 dias após as vendas (não o recebimento das vendas).



ESALQ

Exercício de Fixação II



ESALQ

▪ Pagamento da Compra:

À Vista: $0,30 \times 70.000 = \text{R\$ } 21.000$

Em 30 dias: $0,70 \times 70.000 = \text{R\$ } 49.000$

▪ Venda da Mercadoria:

Em 15 dias: R\$ 44.000

Em 60 dias: R\$ 70.000

Prazo de Cobrança/Recebimento: 30 dias



ESALQ

Exercício de Fixação II



ESALQ

▪ Impostos sobre as vendas:

Em 35 dias (15+20): $0,20 \times 44.000 = \text{R\$ } 8.800$

Em 80 dias (60+20): $0,20 \times 70.000 = \text{R\$ } 14.000$

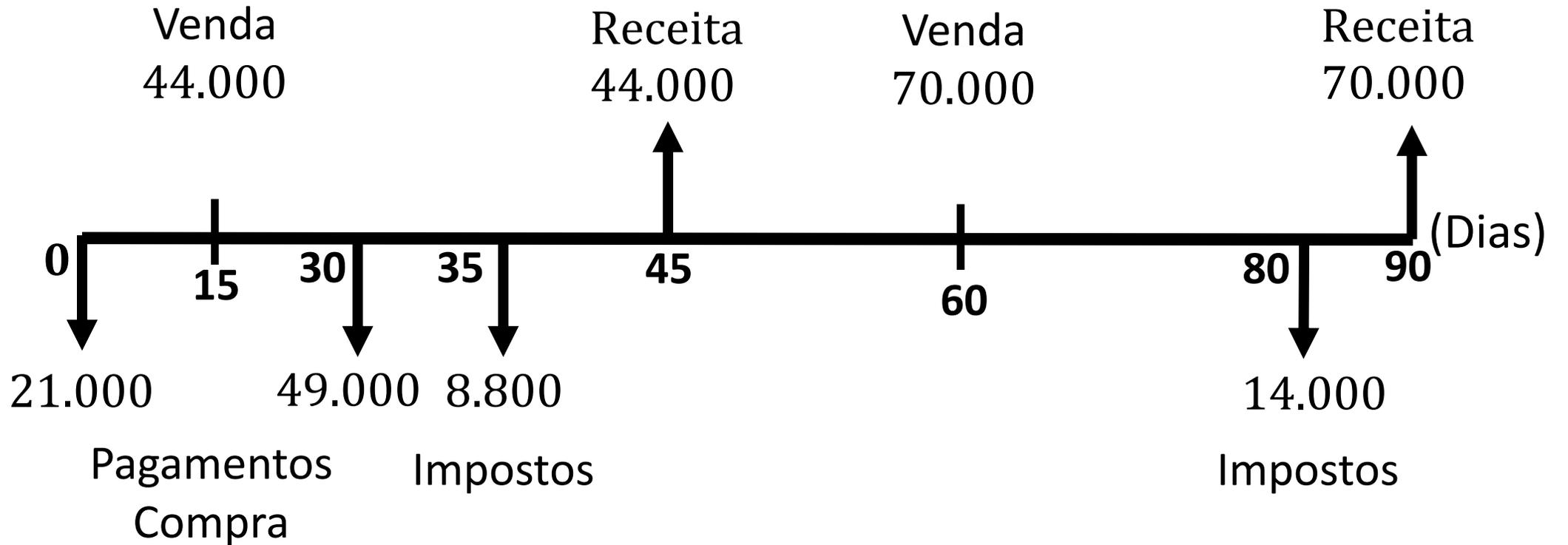


ESALQ

Exercício de Fixação II



ESALQ





ESALQ

Regras Básicas



ESALQ

Nas fórmulas de Matemática Financeira:

(I) O **prazo da operação** e a **taxa de juros** devem estar expressos na **mesma unidade de tempo**.

❖ E se estiverem diferentes?

✓ Devem ser usadas a **média aritmética** (regra de juros simples) ou a **média geométrica** (regra de juros compostos) para deixá-los iguais.



ESALQ

Capitalização



ESALQ

- É o processo pelo qual os **juros são formados** e, sucessivamente, **incorporados ao capital** no decorrer do tempo;
- **Regimes (Critérios):**
 - (a) **Simple (linear); e**
 - (b) **Composto (exponencial).**



ESALQ

Simple



ESALQ

➤ Comporta-se como se fosse uma **progressão aritmética** (PA);

❖ **Por quê?**

➤ Os juros **crecem de forma linear** ao longo do tempo;

➤ Os juros incidem **somente** sobre o **capital inicial da operação** (não incidem sobre o saldo dos juros acumulados).



ESALQ

Exemplo



ESALQ

Suponha um empréstimo de R\$ 1.000 pelo prazo de 5 anos, pagando-se juros simples de 10% ao ano.



ESALQ

Simples



ESALQ

	Juros (R\$)	Juros Acumulados (R\$)	Saldo Devedor (R\$)
Início do 1 ^o ano	0	0	1.000
Fim do 1 ^o ano	$0,10 \times 1.000 = 100$	100	1.100
Fim do 2 ^o ano	$0,10 \times 1.000 = 100$	200	1.200
Fim do 3 ^o ano	$0,10 \times 1.000 = 100$	300	1.300
Fim do 4 ^o ano	$0,10 \times 1.000 = 100$	400	1.400
Fim do 5 ^o ano	$0,10 \times 1.000 = 100$	500	1.500



ESALQ

Composto



ESALQ

➤ Comporta-se como se fosse uma **progressão geométrica** (PG);

❖ **Por quê?**

➤ Os juros **crecem de forma exponencial** ao longo do tempo;

➤ Os juros incidem sobre o **saldo devedor do início** de cada período (isto é, sobre o **capital inicial somado aos juros** capitalizados até então).



ESALQ

Exemplo



ESALQ

Suponha um empréstimo de R\$ 1.000 pelo prazo de 5 anos, pagando-se juros compostos de 10% ao ano.



ESALQ

Composto



ESALQ

	Juros (R\$)	Juros Acumulados (R\$)	Saldo Devedor (R\$)
Início do 1 ^o ano	0,00	0,00	1.000
Fim do 1 ^o ano	$0,10 \times 1.000 = 100$	100	1.100
Fim do 2 ^o ano	$0,10 \times 1.100 = 110$	210	1.210
Fim do 3 ^o ano	$0,10 \times 1.210 = 121$	331,0	1.331
Fim do 4 ^o ano	$0,10 \times 1.331 = 133,10$	464,1	1.464,1
Fim do 5 ^o ano	$0,10 \times 1.464,10 = 146,41$	610,5	1.610,5



ESALQ

Observação



ESALQ

- No primeiro período, **os juros** simples e compostos **igualam-se** (R\$ 100,00), e, conseqüentemente, o **saldo devedor**:
- ✓ Para operações que envolvam **um só período** de incidência de juros (período de capitalização):
 - É **indiferente** o uso do regime **simples ou composto**, pois ambos produzem os mesmos resultados.



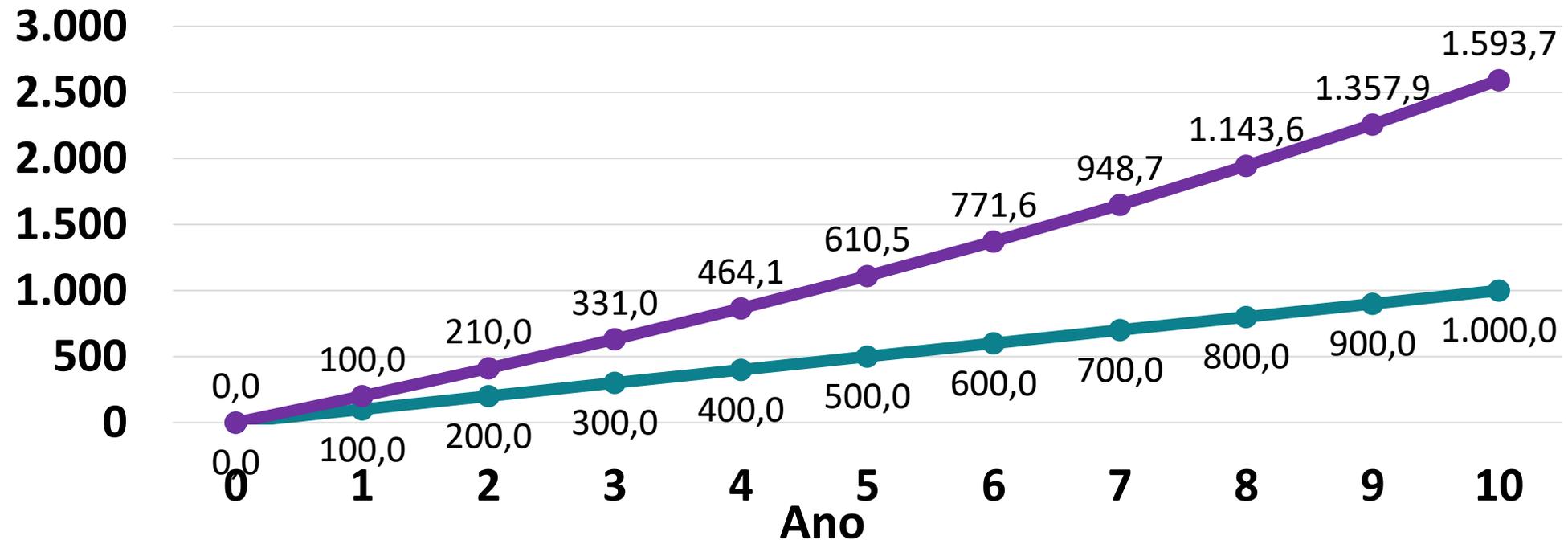
ESALQ

Simple X Compostos



ESALQ

Juros
Acumulados





ESALQ

Tipos Capitalização (Período)



ESALQ

(a) Discreta (Descontínua):

- O período de capitalização é **previamente definido** (dia, mês , ano etc.); e
- Os juros são devidos ao **final de cada período**;
- Mais usada nos problemas de **matemática financeira**.

❖ Exemplos:

- Aplicações financeiras; empréstimos; e financiamentos.



ESALQ

Tipos Capitalização (Período)



ESALQ

(b) Contínua (Instantânea):

- O período de capitalização é **extremamente pequeno** (instante infinitesimal):
- ✓ A incidência dos juros ocorre a “**todo momento**” (grande frequência de capitalização).
- ❖ **Exemplos:**
 - Faturamento de um supermercado; a formação do custo de fabricação; e formação de depreciação de um equipamento.



ESALQ

Referências



ESALQ

ASSAF NETO, A. **Matemática financeira**: edição universitária. 2. ed. Barueri: Atlas, 2022.

VIEIRA SOBRINHO, J. D. **Matemática Financeira**. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2023.