Lista 4

1) Explique a diferença entre S_F e S_{Fadm}.

2) Faça um diagrama do coeficiente b_2 em função do diâmetro d e explique-o segundo Kugel e Von Phillipp.

3) Conceitue β_K e comente como obtê-lo.

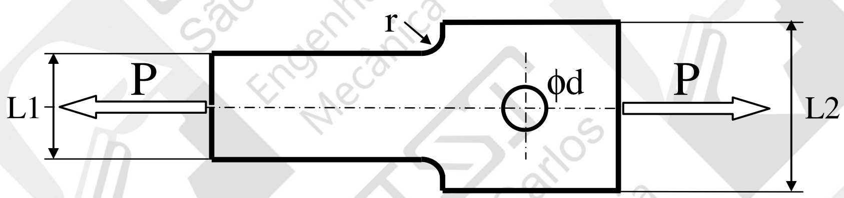
4) Num certo eixo são consideradas a secção 1 numa porção lisa e a secção 2 em um ponto de entalhe do mesmo. Escreva um procedimento para obter, por meio de ensaios, a relação:

$$\frac{S_{F_{adm\,1}}}{S_{F_{adm\,2}}}$$

5) Uma barra de secção quadrada de aço ABNT 1020 (σ_{rt} = 420 [MPa] e σ_e = 260 [MPa]) retificada deverá suportar uma carga de tração variável entre 10000 [Kgf] e 20000 [Kgf]. Dimensione a barra, partindo de um pré-dimensionamento com σ_{adm} = 100 [MPa]. Assumir os demais dados necessários.

6) Uma barra, feita do mesmo material do exercício 5, ficará sujeita a um momento de torção variável de + 40 [Kgf.m] a - 40 [Kgf.m]. A secção transversal é uma coroa circular com D/d = 2. Dimensione a barra, usando-se no pré-dimensionamento τ_{adm} = 75 [MPa].

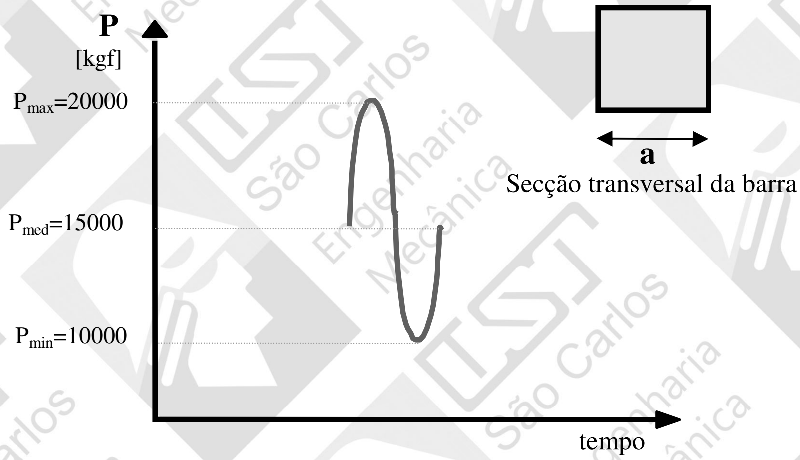
7) Uma peça como a da figura abaixo será utilizada no acionamento de um mecanismo de retorno rápido com P atingindo o valor máximo de 9500 [Kgf]. O material é ABNT 4320 com dados metalúrgicos bem controlados, tratado termicamente, com σ_{rt} = 102 [Kgf/mm^2] e σ_e = 78 [Kgf/mm^2]. A peça será retificada. No pré-dimensionamento use σ_{adm} = 17 [Kgf/mm^2]. Adote os dados julgados necessários.



r/L_1 = 0,05;
L_2/L_1 = 1,10;
d/L_2 = 0,25;
espessura e = 40 [mm].

Resolução da lista 4

Exercício 5



a) Pré-dimensionamento

Em projeto mecânico é comum obterem-se equações em que a incógnita (por exemplo, o diâmetro do eixo) não pode ser facilmente isolada. Então normalmente é utilizado um procedimento iterativo, no qual se adota um valor inicial e depois é feita uma verificação para sua aceitação. No caso da verificação à fadiga o valor inicial não é adotado de forma aleatória. Seu valor é obtido usando-se o dimensionamento estático, no qual é possível isolar-se a variável desejada. A seguir, sabendo-se que o dimensionamento à fadiga seja mais exigente, majora-se este resultado de 10 % a 30 %. Isto é denominado pré-dimensionamento estático.

O pré-dimensionamento estático no presente caso se utiliza do modelo de tensão normal simples:

$$\sigma_{máx} \leq \sigma_{adm} \quad \Rightarrow \quad \frac{P_{máx}}{\bar{a}^2} \leq \sigma_{adm} \quad \Rightarrow \quad \bar{a} = \sqrt{\frac{P_{máx}}{\sigma_{adm}}}$$

e adotando-se as unidades corretas tem-se:

$$\bar{a} = \sqrt{\frac{200000}{100 \times 10^6}} = 0{,}045 \text{ [m]} = 45 \text{ [mm]} \qquad \text{adotando} \qquad a = (1{,}1 \text{ a } 1{,}3)\,\bar{a}$$

Tem-se a = 55 [mm]

b) Verificação à fadiga

Para resistir à fadiga é necessário que $\sigma_{máx} \leq \sigma_{F\ adm}$.Calcula-se primeiro a tensão admissível à fadiga.

b1) Calculo do coeficiente de variação da tensão "k"

$$\sigma_{máx} = \frac{P_{máx}}{A} = \frac{200000}{0{,}055^2} = 66{,}12 \text{ [MPa]}$$

e

$$\sigma_{mín} = \frac{P_{mín}}{A} = \frac{100000}{0{,}055^2} = 33{,}06 \text{ [MPa]}$$

$$\Rightarrow \sigma_{méd} = 49{,}59 \text{ [MPa]} \qquad \Rightarrow \qquad k = \frac{máx(|66{,}12|,|33{,}06|)}{|49{,}59|} = 1{,}33 \Rightarrow \text{(pulsatória ondulada)}$$

Nota-se que, como $k \neq \infty$, tem-se $\sigma_{Fk} \neq \sigma_{Fa}$. Isto é, não se pode usar diretamente o valor obtido do gráfico, tem-se que corrigir o seu valor levando em consideração o valor de k.

b2) Cálculo analítico de σ_{Fk}

Quando $k \neq \infty$ usa-se a seguinte fórmula:

$$\sigma_{Fk} = \frac{\sigma'_{Fa}}{1 - \frac{1}{k}\left(1 - \frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_{rt}}\right)} \quad \text{onde} \quad \sigma'_{Fa} = \frac{\sigma_{Fa}.b_1.b_{23}}{\beta_k}$$

Na apostila de Gráficos de Fadiga escolhe-se a Fig 2 [5, pág.02] para obter-se σ_{Fa}, isto porque se trata de solicitação uniaxial. Utilizando-se o valor de σ_{rt} = 420 [MPa] (aço carbono), obtem-se σ_{Fa} = 180 [MPa]. A seguir se obtem:

- $b_1 = 0{,}98$ ⇒ da figura 22 [5, pág.12], entrando com σ_{rt} e acabamento de retífica;
- $b_{23} = 1$ ⇒ pois a solicitação é uniaxial;
- $\beta_k = 1$ ⇒ pois não existe entalhe na peça.

$$\sigma'_{Fa} = \frac{180 \times 0{,}98 \times 1}{1} = 176{,}4 \text{ [MPa]}$$

e como o aço ABNT 1020 é um material dúctil, utiliza-se σ_e ao invés de σ_{rt} para o cálculo de σ_{Fk}. Esta troca é motivada pela alteração do critério de falha, que está associado ao comportamento de cada material.

$$\sigma_{Fk} = \frac{\sigma'_{Fa}}{1 - \frac{1}{k}\left(1 - \frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_e}\right)} = \frac{176{,}4}{1 - \frac{1}{1{,}33}\left(1 - \frac{176{,}4}{260}\right)} = 232{,}46\,[MPa]$$

b3) Cálculo de $\sigma_{F\,adm}$

$$\sigma_{F\,adm} = \sigma_{Fk}\,\frac{1}{\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5}$$

- $\eta_1 = 1{,}05$ → poucas dúvidas quanto à composição do material e sem tratamento térmico;
- $\eta_2 = 1{,}10$ → simplificações usuais do modelo de carga;
- $\eta_3 = 1{,}10$ → importância da falha da peça = normal;
- $\eta_4 = 1{,}00$ → valor das cargas conhecidos;
- $\eta_5 = 1{,}30$ → grupo II = choques médios.

$$\sigma_{F\,adm} = 232{,}46 \times \frac{1}{1{,}05 \times 1{,}10 \times 1{,}10 \times 1{,}00 \times 1{,}30} = 140{,}74 \text{ [MPa]}$$

e então neste caso tem-se:

$$\sigma_{máx} = 66{,}12 \leq 140{,}74 = \sigma_{F\,adm}$$

Portanto pode-se concluir que a peça, nestas dimensões, resiste à solicitação indicada com um coeficiente de superdimensionamento.

$$CS = \frac{140{,}74}{66{,}12} = 2{,}13$$

O normal é aceitar-se um coeficiente CS na faixa de valores entre 1,0 e 1,10 (até 10 % de superdimensionamento). Para atingir esta meta é necessário alterar o valor da aresta do quadrado e recalcular até que a relação entre as tensões situe-se dentro da faixa desejada.

Como orientação para adoção do novo valor da aresta a, tem-se a seguinte relação:

$$\frac{CS_{novo}}{CS_{velho}} = \frac{\left(\dfrac{\sigma_{Fadm}}{\sigma_{máx}}\right)_{novo}}{\left(\dfrac{\sigma_{Fadm}}{\sigma_{máx}}\right)_{velho}} = \frac{\dfrac{\left(\sigma_{Fa}\dfrac{b_1\, b_2\, b_3}{\beta_k\,\eta_1\,\eta_2\,\eta_3\,\eta_4\,\eta_5}\right)_n}{\left(P/a^2\right)_n}}{\dfrac{\left(\sigma_{Fa}\dfrac{b_1\, b_2\, b_3}{\beta_k\,\eta_1\,\eta_2\,\eta_3\,\eta_4\,\eta_5}\right)_v}{\left(P/a^2\right)_v}} = \frac{\dfrac{b_{2_n}}{1/a_n^2}}{\dfrac{b_{2_v}}{1/a_v^2}} \Rightarrow a_n = a_v\sqrt{\frac{b_{2_v}\; CS_n}{b_{2_n}\; CS_v}}$$

Na expressão acima admitiu-se que k = ∞. No caso em que k ≠ ∞ o valor da tensão admissível à fadiga não varia com o coeficiente b_2 de uma forma explicita, o que levaria a uma relação mais complexa para se isolar a variável a_n. Mesmo assim, a expressão acima conduz a um bom valor orientativo para a próxima iteração.

Admitindo-se que a variação do valor da aresta a não seja significativa, a relação entre os coeficientes b_2 tende ao valor 1,0. Como o valor aceitável do coeficiente de superdimensionamento é 1,0 < CS < 1,1, adota-se CS_n = 1,05

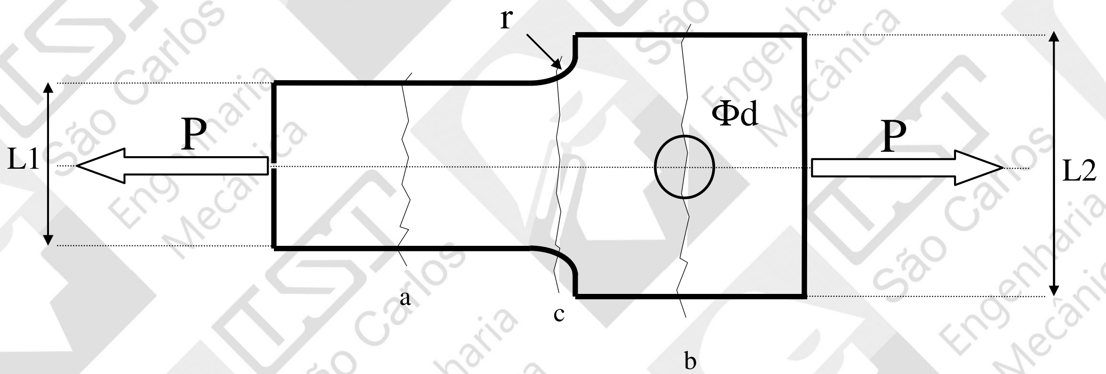
$$a_n = a_v\sqrt{\frac{CS_n}{CS_v}} = 0{,}055\sqrt{\frac{1{,}05}{2{,}13}} = 0{,}039[m]$$

Deve-se repetir o procedimento total de verificação para o novo valor da aresta a = 0,039 [m]. Neste exercício irá alterar-se apenas o valor da tensão atuante. Em um caso geral, altera-se também o coeficiente b_2 e, portanto, a tensão admissível.

Exercício 7

a) Pré dimensionamento

O pré-dimensionamento, ou dimensionamento estático, deve ser feito apenas para a posição com menor secção transversal, que no caso é a posição "b".



Sabem-se as seguintes relações: $L_2 = 1{,}1\ L_1$ e $d = 0{,}25\ L_2$. Portanto:

$$\sigma_{máx} = \frac{P}{(L_2 - d)\times e} \le 170[MPa]$$ usando-se as relações acima

$$\sigma_{máx} = \frac{95000}{\overline{L}_2(1-0{,}25)\times 0{,}04} \le 170[MPa]$$ e isolando-se $\overline{L}_2$

$$\overline{L}_2 = \frac{95000}{170\times10^6(1-0{,}25)\times0{,}04} = 1{,}86\times10^{-2}\,[m]$$ ou seja, 18,6 [mm]

Como

$L_2 = (1{,}1\ a\ 1{,}3)\overline{L}_2 \quad \Rightarrow \quad L_2 = 22{,}0$ [mm], assim obtem-se também:
d = 5,5 [mm]; r = 1,0 [mm] e L_1 = 20,0 [mm]

b) Verificação à fadiga nas secções críticas

b1) <u>Secção "a"</u>

$$\sigma_{máx} = \frac{P}{L_1\, e} = \frac{95000}{0{,}02\times0{,}04} = 118{,}75\,[MPa]$$

Assume-se que não existem esforços no retorno do mecanismo, $\sigma_{mín} = 0$ e assim, $\sigma_{méd} = 59{,}37$ [MPa] e k = 2 (pulsatória). Seguindo-se o mesmo caminho que o exercício anterior:

$$\sigma'_{Fa} = \sigma_{Fa}\frac{b_1.b_{2\,3}}{\beta_k}$$

- [5, pág. 02] Figura 2, para aço liga e σ_{rt} = 1020 [MPa], obtem-se σ_{Fa} = 420 [MPa];
- Secção sem entalhe, portanto $\beta_k = 1{,}0$;
- [5, pág. 12] Figura 22, entrando com peça retificada, obtem-se: $b_1 = 0{,}96$;
- Para solicitação uniaxial: $b_{2\,3}$ = 1.

$$\sigma'_{Fa} = 420\times\frac{0{,}96\times1{,}0}{1{,}0} = 403{,}2\,[MPa]$$

Solução analítica de σ_{Fk}, como também já visto anteriormente :

$$\sigma_{fk} = \frac{\sigma'_{fa}}{1-\frac{1}{k}\left(1-\frac{\sigma'_{fa}}{\sigma_e}\right)} = \frac{403{,}2}{1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{403{,}2}{780}\right)} = 531{,}60\,[MPa]$$

e finalmente se obtem:

$$\sigma_{Fadm} = \sigma_{Fk}\frac{1}{\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5}$$

- η_1 = 1,05 → dúvidas quanto ao tratamento térmico;
- η_2 = 1,10 → simplificações usuais do modelo de carga;
- η_3 = 1,20 → falha ocasiona sérios danos;
- η_4 = 1,10 → valor das cargas conhecidos;
- η_5 = 1,30 → choques médios;

$$\sigma_{Fadm} = 531{,}60\times\frac{1}{1{,}05\times1{,}10\times1{,}20\times1{,}10\times1{,}30} = 268{,}22\,[MPa]$$

Como se tem $\sigma_{máx}$ = 118,75 ≤ 268,22 = σ_{Fadm}, o coeficiente de superdimensionamento é CS = 2,26. A secção está, portanto, superdimensionada, pois o CS resultou maior do que 1,1. Isto indica que se deve retornar, diminuir as dimensões e refazer os cálculos de verificação. Antes porem verificar-se-á as demais secções. Esta ordem de procedimento pode evitar que as dimensões sejam aqui diminuídas e posteriormente precisem ser aumentadas.

b2) <u>Secção "b"</u>

$$\sigma_{máx} = \frac{P}{(L_2-d)\,e} = \frac{95000}{(0{,}022-0{,}0055)\times0{,}04} = 143{,}94\,[MPa]$$

Já se assumiu que não existem esforços no retorno do mecanismo: $\sigma_{mín} = 0$
Assim $\sigma_{méd}$ = 71,97 [MPa], k = 2, (pulsatória), da mesma forma que anteriormente

$$\sigma'_{Fa} = \sigma_{Fa} \frac{b_1.b_{2\,3}}{\beta_k}$$

Já se obteve anteriormente σ_{Fa} = 420 [MPa]. E ainda mais, da mesma forma que na secção anterior, tem-se: b_1 = 0,96 e $b_{2\,3}$ = 1,0.
Não se dispõe de β_k diretamente de um ábaco para este caso (chapa ou barra plana com furo transversal submetida à tensão uniaxial) e, portanto usa-se α_k.

Da figura 7 [5, pág. 05], entrando com: d/L = 5,5/22,0 = 0,25, obtem-se α_k = 2,42 , e sabe-se também da teoria, que:

$$\beta_k = 1 + \eta_k(\alpha_k - 1)$$

Para σ_{rt} = 1020 [MPa] o valor do coeficiente de sensibilidade ao entalhe η_k = (0,80 a 0,92) = 0,85 é obtido na figura 20 [5, pág. 11]. Alguns parâmetros que influenciam na escolha de η_k:

- Fragilidade do aço. Aços frágeis têm η_k maior.
- Tensão e ruptura altas implicam em η_k maior.
- Situação de entalhe desfavorável (d/L > 0,5 que não neste caso) também implicaria em η_k maior.

Portanto se chega a: $\beta_k = 1 + 0{,}85(2{,}42 - 1) = 2{,}21$ e assim:

$$\sigma'_{Fa} = \sigma_{Fa} \frac{b_1.b_{2\,3}}{\beta_k} = 420 \frac{0{,}96 \times 1}{2{,}21} = 182{,}44\,[MPa]$$

Solução analítica de σ_{Fk}

É dado do problema σ_e = 780 [MPa] e k=2, daí:

$$\sigma_{Fk} = \frac{\sigma'_{Fa}}{1 - \frac{1}{k}\left(1 - \frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_e}\right)} = \frac{182{,}44}{1 - \frac{1}{2}\left(1 - \frac{182{,}44}{780}\right)} = 295{,}71\,[MPa]$$

e finalmente :

$$\sigma_{Fadm} = \sigma_{Fk} \frac{1}{\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5}$$

e usando-se os mesmos valores para os η_i adotados na secção “a”

$$\sigma_{Fadm} = 295{,}71 \times \frac{1}{1{,}05 \times 1{,}10 \times 1{,}20 \times 1{,}10 \times 1{,}30} = 149{,}20\,[MPa]$$

Como $\sigma_{máx}$ = 143,94 < 149,20 = σ_{Fadm} e o coeficiente de superdimensionamento é CS= 1,04 (na faixa de 1,0 a 1,1), a secção está ok.

b3) <u>Secção “c”</u>

A tensão normal atuante é a mesma da secção “a” ($\sigma_{máx}$ = 118,75 [MPa]) e, conseqüentemente, a tensão média, a tensão mínima e o valor do coeficiente de variação da solicitação k também.

$$\frac{(\sigma'_{Fa})_{\text{secção "a"}}}{(\sigma'_{Fa})_{\text{secção "c"}}} = \frac{\left(\sigma_{Fa}\frac{b_1.b_{2\,3}}{\beta_k}\right)_a}{\left(\sigma_{Fa}\frac{b_1.b_{2\,3}}{\beta_k}\right)_c} = \frac{\frac{1}{(\beta_k)_a}}{\frac{1}{(\beta_k)_c}} \Rightarrow (\sigma'_{Fa})_c = (\sigma'_{Fa})_a \frac{(\beta_k)_a}{(\beta_k)_c}$$

A determinação de $(\beta_k)_c$ segue os mesmos passos utilizados na verificação da secção “b”. Usa-se agora a Figura 5 [5, pág. 04] na qual se entra com os valores de D/d = L_2/L_1 = 1,1 e r/d = r/L_1 = 0,05 levando ao valor de α_k =2,0. Mantendo-se η_k = 0,85, obtem-se finalmente β_k =1,85.

$$\left(\sigma'_{Fa}\right)_c = \left(\sigma'_{Fa}\right)_a \frac{\left(\beta_k\right)_a}{\left(\beta_k\right)_c} = 403{,}2\frac{1}{1{,}85} = 217{,}95\left[MPa\right]$$

$$\sigma_{Fk} = \frac{\sigma'_{Fa}}{1-\frac{1}{k}\left(1-\frac{\sigma'_{Fa}}{\sigma_e}\right)} = \frac{217{,}95}{1-\frac{1}{2}\left(1-\frac{217{,}95}{780}\right)} = 340{,}70\left[MPa\right]$$

$$\frac{\left(\sigma_{Fadm}\right)_{\text{secção "a"}}}{\left(\sigma_{Fadm}\right)_{\text{secção "c"}}} = \frac{\left(\sigma_{Fk}\frac{1}{\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5}\right)_a}{\left(\sigma_{Fk}\frac{1}{\eta_1.\eta_2.\eta_3.\eta_4.\eta_5}\right)_c} = \frac{\left(\sigma_{Fk}\right)_a}{\left(\sigma_{Fk}\right)_c} \Rightarrow \left(\sigma_{Fadm}\right)_c = \left(\sigma_{Fadm}\right)_a\frac{\left(\sigma_{Fk}\right)_c}{\left(\sigma_{Fk}\right)_a}$$

$$\left(\sigma_{Fadm}\right)_c = \left(\sigma_{Fadm}\right)_a\frac{\left(\sigma_{Fk}\right)_c}{\left(\sigma_{Fk}\right)_a} = 268{,}22\frac{340{,}70}{295{,}71} = 309{,}03\left[MPa\right]$$

Como se tem $\sigma_{máx} = 118{,}75 \le 309{,}03 = \sigma_{Fadm}$, o coeficiente de superdimensionamento é CS = 2,60. A secção está, portanto, superdimensionada.

b4) Conclusão

As secções “a” e “c” estão superdimensionadas. Seria, então, necessário diminuir as dimensões e efetuar novas verificações. Entretanto, quando se efetuou a verificação da secção “b”, obteve-se um resultado aceitável. Como as dimensões estão interrelacionadas, a diminuição de seus valores levaria a um aumento inadmissível na tensão atuante na seção “b”. Portanto, neste exercício, aceitam-se as dimensões inicialmente adotadas e o conseqüente superdimensionamento das secções “a” e “c”.