

## 4- Fadiga dos Materiais

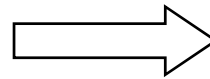
### 4.1-Introdução

- \* Início do século XIX já se conhecia fadiga , mas até hoje o conhecimento não é completo.
- \* Wohler , em 1862 , “On the mechanical tests on iron and steel”:

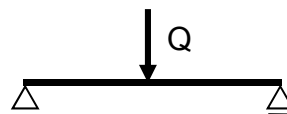
*“A tensão com que rompiam em serviço alguns eixos de vagões ferroviários estava bem abaixo da tensão que o eixo suportava estaticamente”*

- \* Bach , 1908 , separou as sollicitações em:

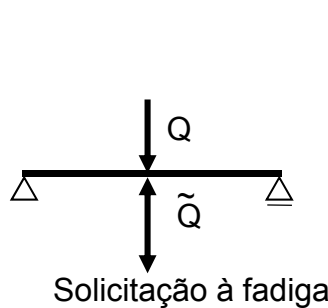
Estáticas  
alternada simétrica  
flutuante



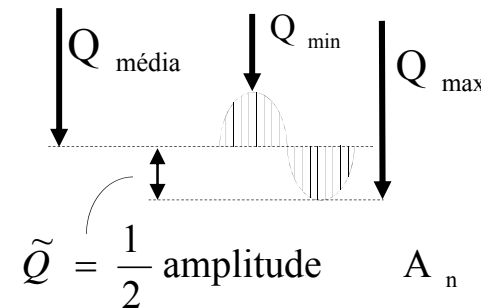
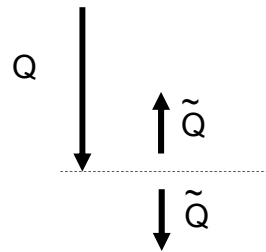
Diferentes coeficientes de segurança

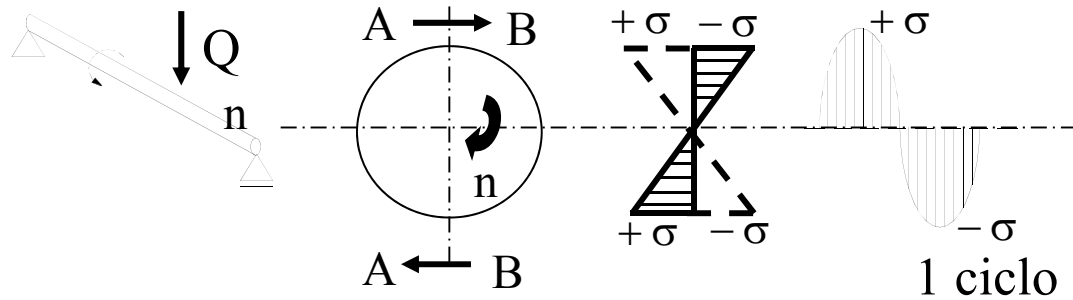


Sollicitação estática



Sollicitação à fadiga





**Falhas por Fadiga**

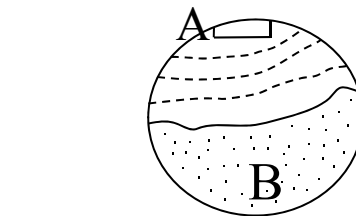
iniciam na superfície ou logo abaixo → trincas microscópicas

Onde?

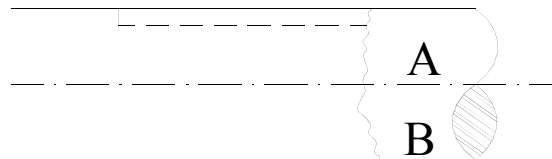
Pontos de concentração de tensões

- rasgos de chaveta
- mudança diâmetros
- entalhes
- defeitos superficiais

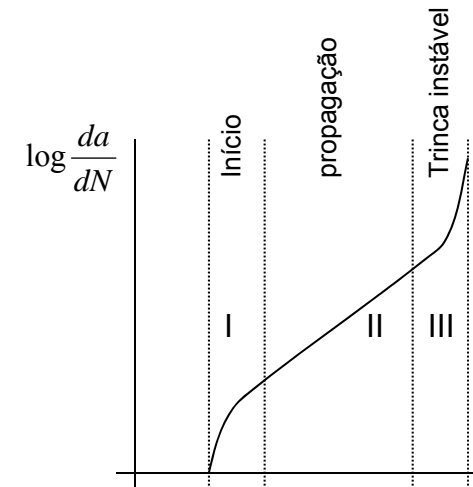
\* Progridem lentamente (A) e falham repentinamente (B)



A- região polida devido ao “abre-fecha”  
B- região fosca → ruptura violenta



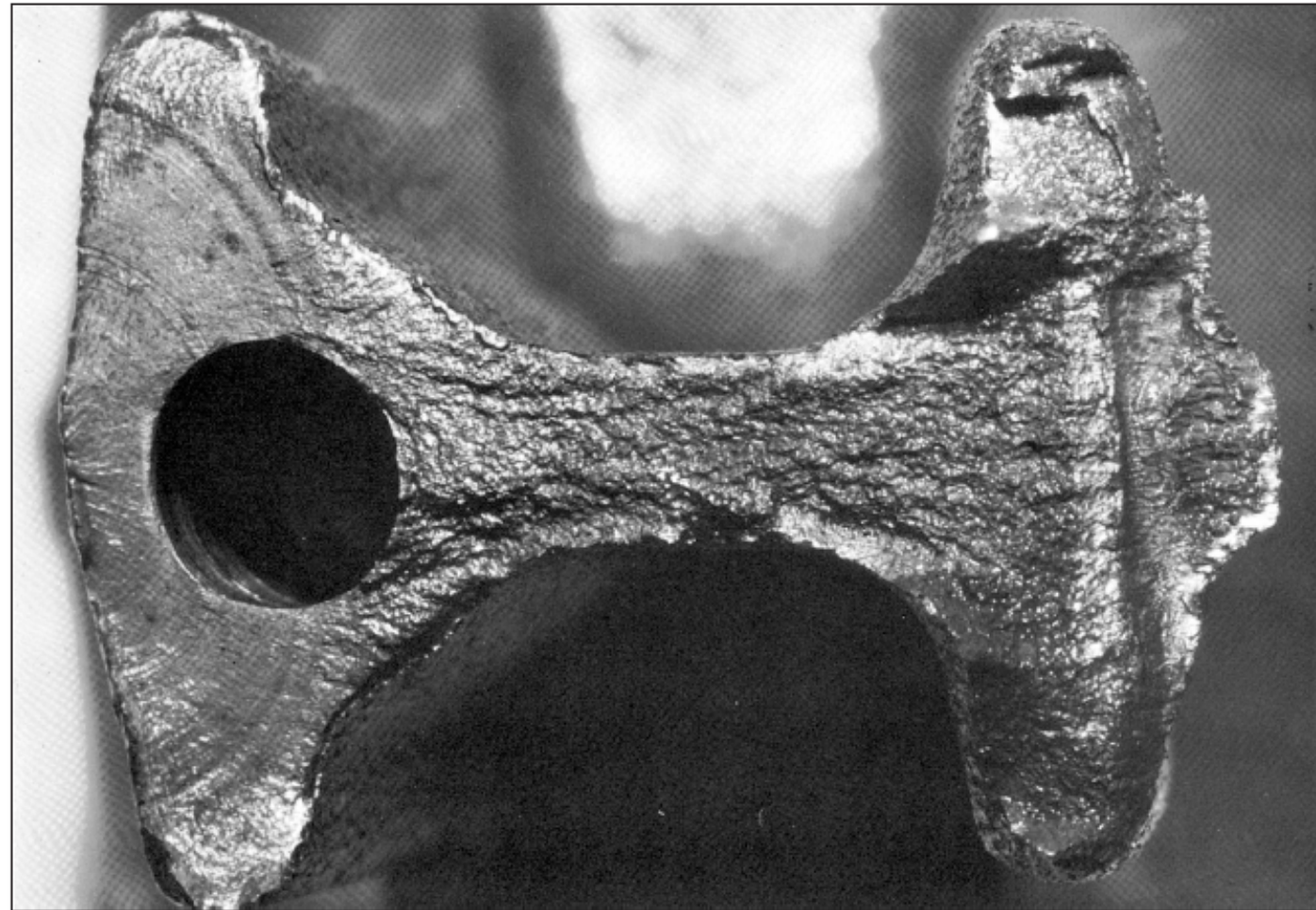
rasgo de chaveta  
concentração de tensões



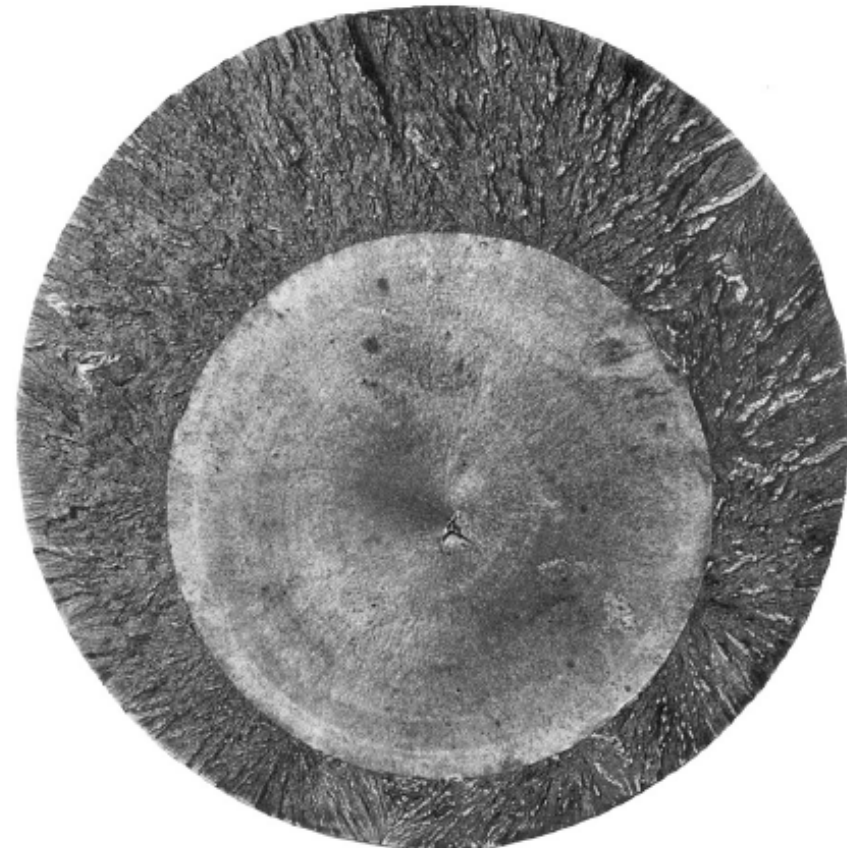
Fatigue fracture of an AISI 4320 drive shaft. The fatigue failure initiated at the end of the keyway at points *B* and progressed to final rupture at *C*. The final rupture zone is small, indicating that loads were low. (From ASM Handbook, Vol. 12: Fractography, 2nd printing, 1992, ASM International, Materials Park, OH 44073-0002, fig 51, p. 120. Reprinted by permission of ASM International®, [www.asminternational.org](http://www.asminternational.org).)



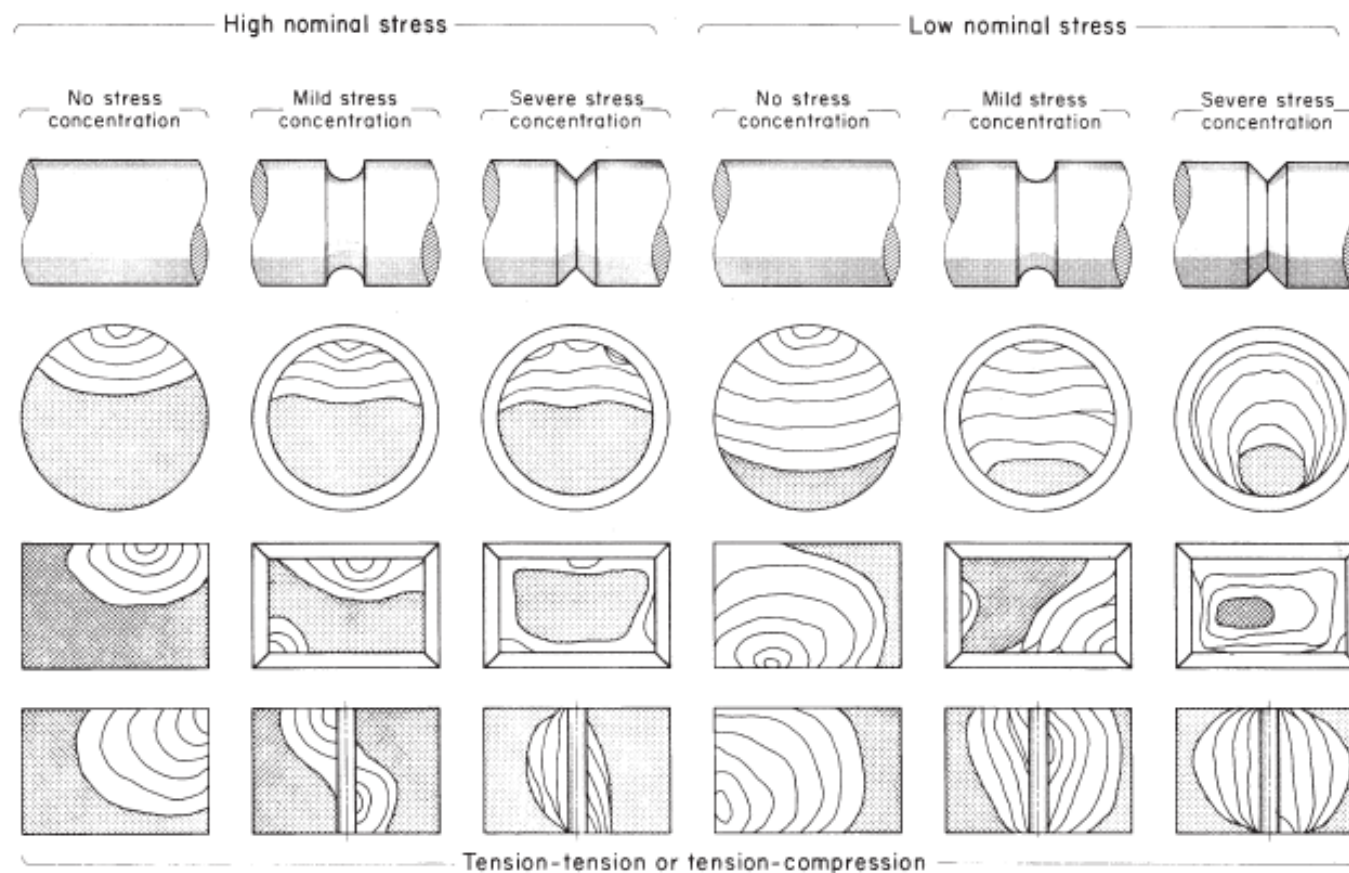
Fatigue fracture surface of a forged connecting rod of AISI 8640 steel. The fatigue crack origin is at the left edge of the flash line of the forging, with no unusual roughness of the flash trim was indicated. The fatigue crack progressed halfway around the oil hole at the left, indicated by the beach marks, before final fracture occurred. Note the pronounced shear lip in the final fracture at the right edge. (From ASM Handbook, Vol. 12: Fractography, 2nd printing, 1992, ASM International, Materials Park, OH 44073-0002, fig 523, p. Reprinted by permission of ASM International®, [www.asminternational.org](http://www.asminternational.org).)

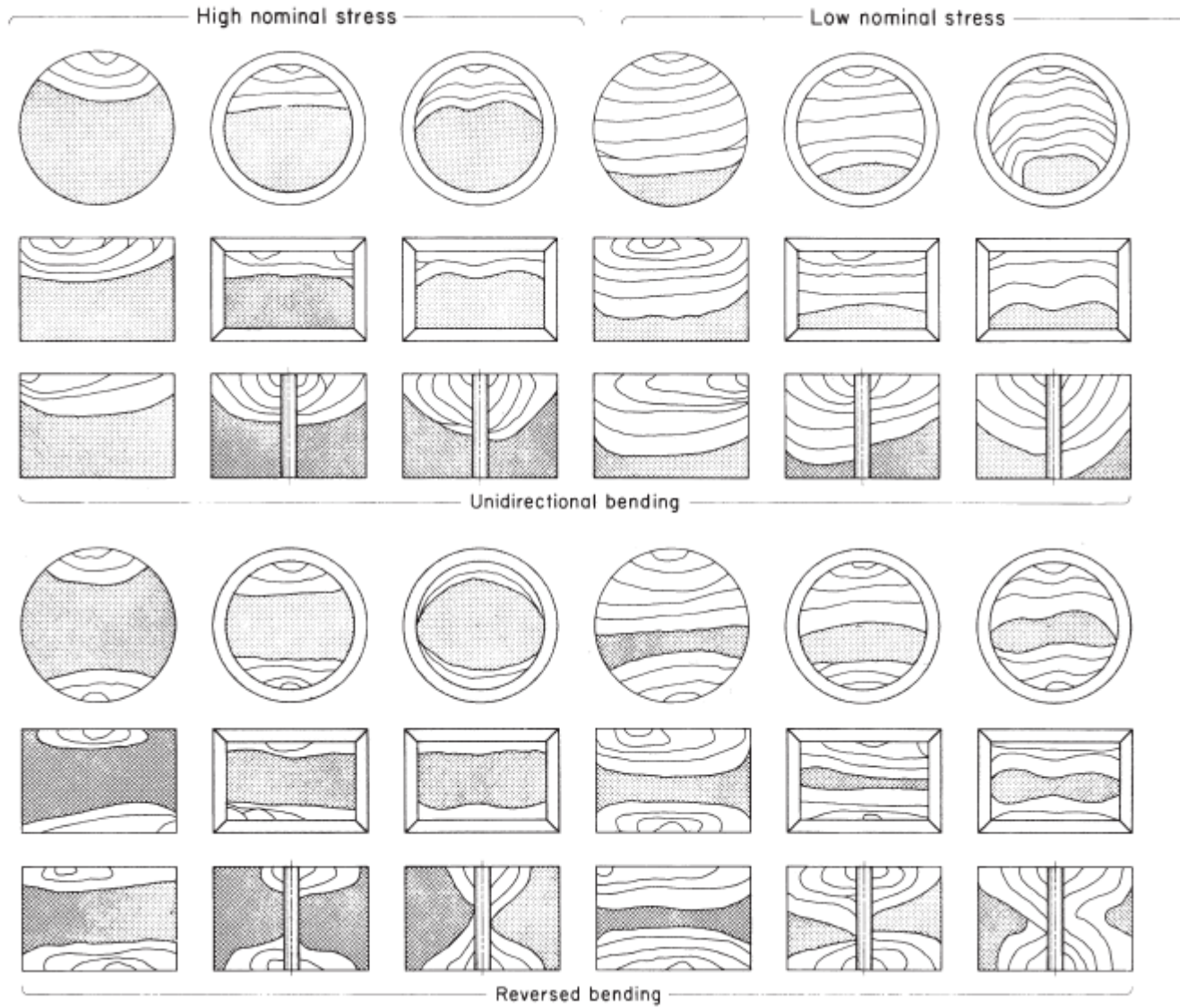


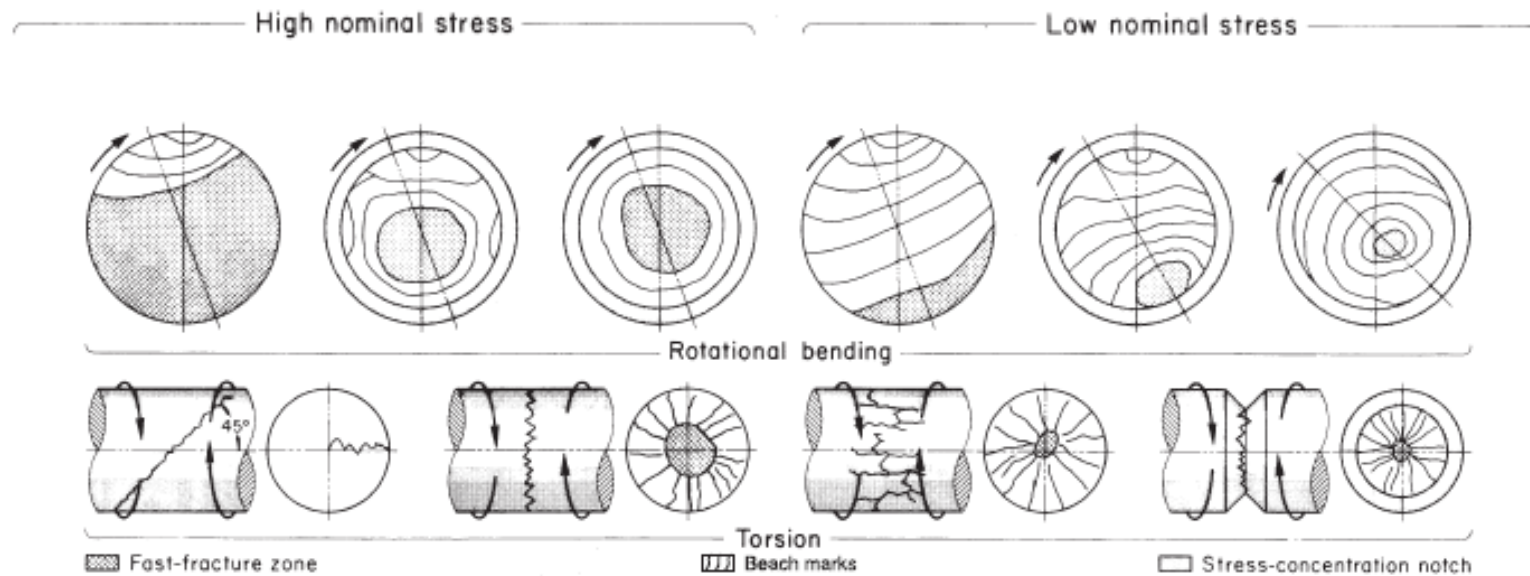
Fatigue fracture surface of a 200-mm (8-in) diameter piston rod of an alloy steel steam hammer used for forging. This is an example of a fatigue fracture caused by pure tension where surface stress concentrations are absent and a crack may initiate anywhere in the cross section. In this instance, the initial crack formed at a forging flake slightly below center, grew outward symmetrically, and ultimately produced a brittle fracture without warning. (From *ASM Handbook, Vol. 12: Fractography, 2nd printing, 1992, ASM International, Materials Park, OH 44073-0002, fig 570, p. 342. Reprinted by permission of ASM International®*, [www.asminternational.org](http://www.asminternational.org).)



Schematics of fatigue fracture surfaces produced in smooth and notched components with round and rectangular cross sections under various loading conditions and nominal stress levels. (From *ASM Metals Handbook, Vol. 11: Failure Analysis and Prevention, 1986, ASM International, Materials Park, OH 44073-0002, fig 18, p. 111. Reprinted by permission of ASM International®, www.asminternational.org.*)







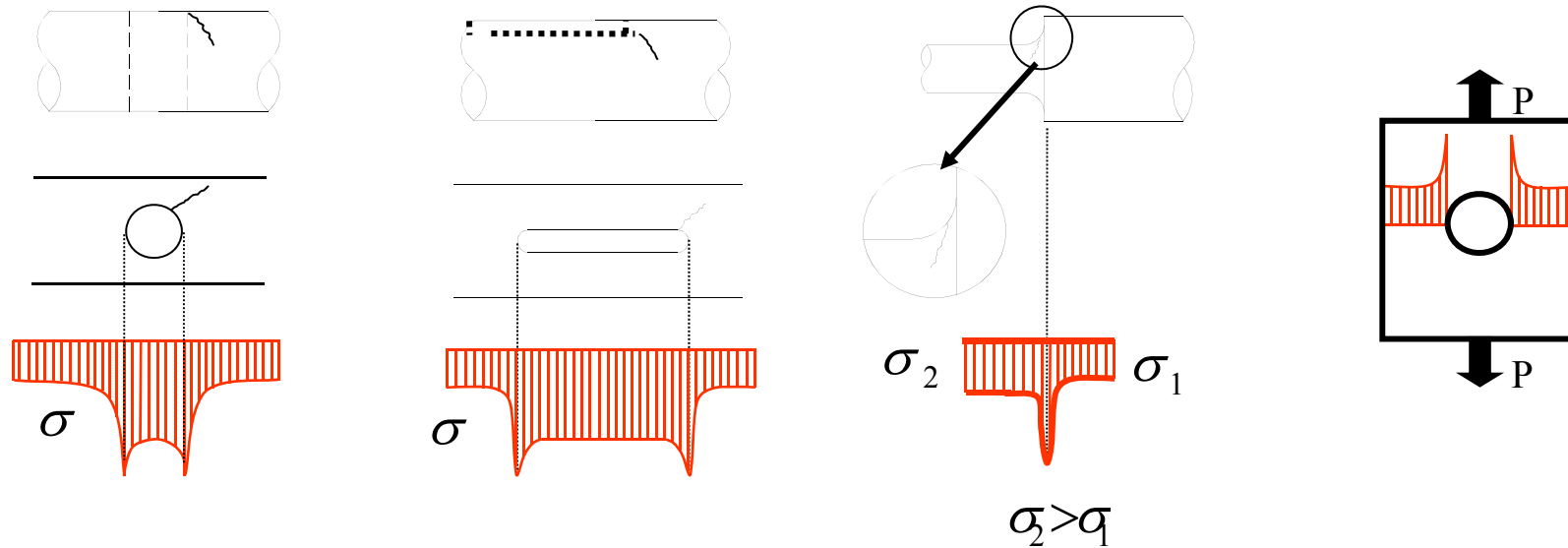


### Fatores que contribuem para fadiga

- Grande diferença entre  $\sigma_{\min}$  e  $\sigma_{\max}$
- Grande número de ciclos
- $\sigma_{\max}$  muito elevado
- Tipo de material (aço, alumínio, plástico, etc.)

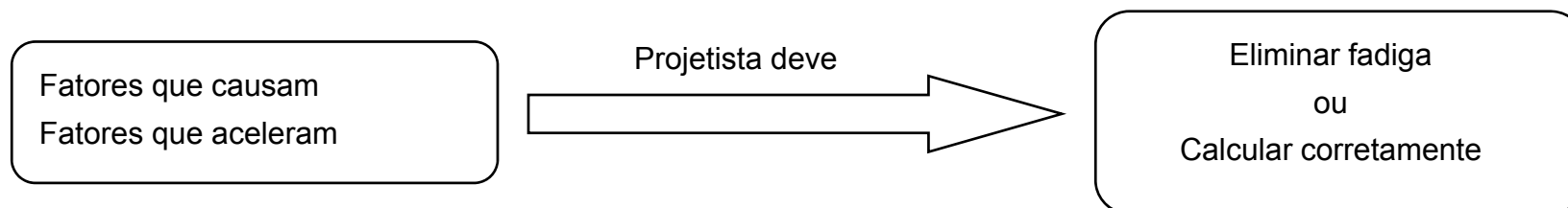
### Fatores que aceleram a fadiga

a) Concentração de tensões (entalhes)



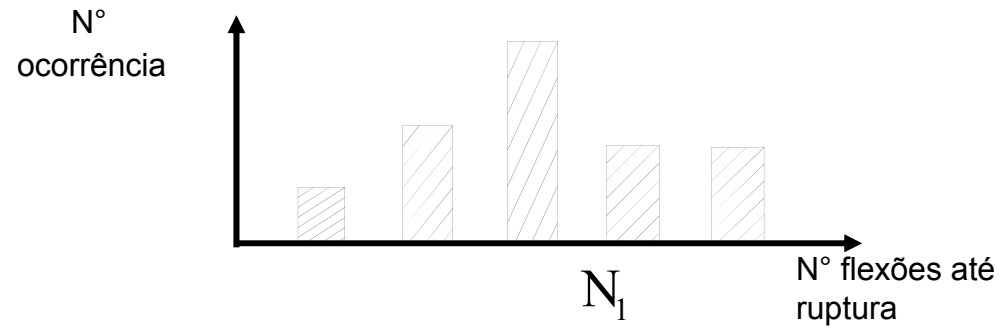
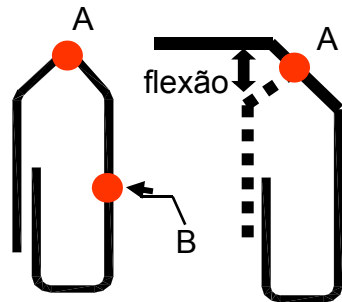
- b) Imprecisões metalúrgicas (composição, dureza, ...)
- c) Acabamento superficial
- d) Corrosão
- e) Tensões residuais
- f) Temperatura (somente se alterar propriedades mecânicas)
- g) Sobrecarga

OBS.: Frequência (tempo do ciclo) NÃO tem influência



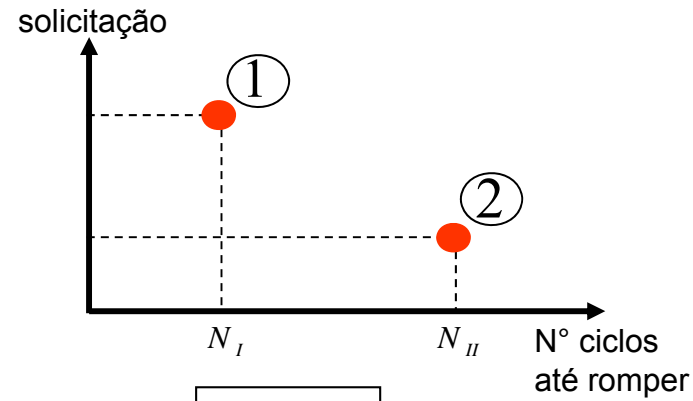
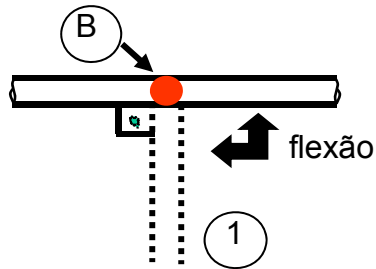
4.2 - Diagrama de Wohler ou S-N

Experiência I

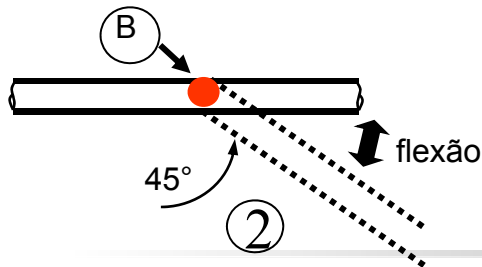


fenômeno estatístico!

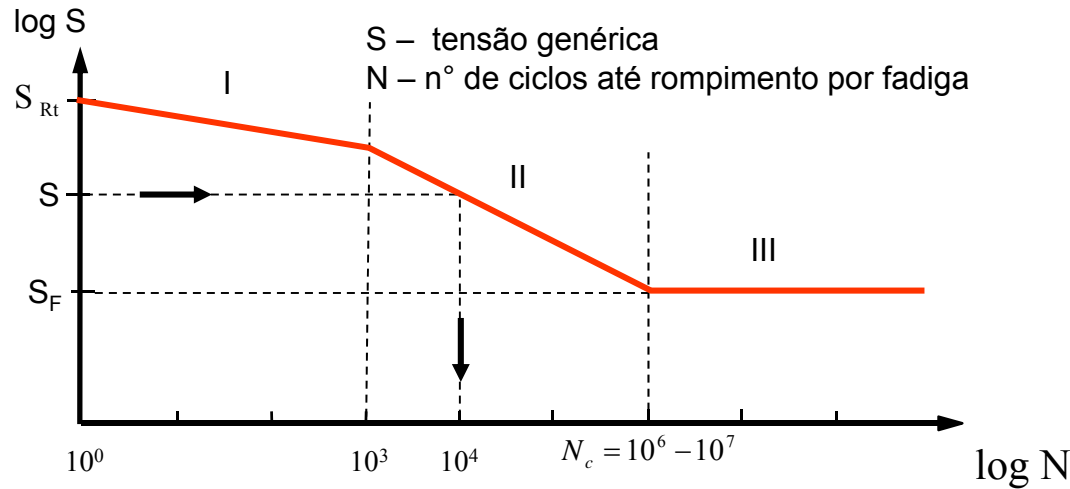
Experiência II



Experiência III



**Diagrama de Wohler S-N**

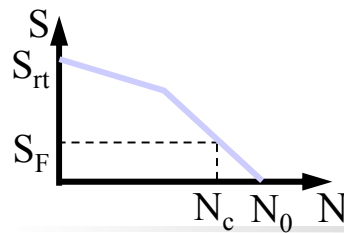


I – Região de fadiga a baixa ciclagem  
II – Região de fadiga a alta ciclagem  
III – Região de vida infinita

Curva acima vale para aços

Observações I

$S_{rt}$  - tensão ruptura estática  
 $S_F$  - tensão limite de resistência à fadiga  
 $S_F \cong 0,4 \text{ a } 0,6 S_{rt}$   
 $\sigma \leq S_F$  : vida infinita!  
 $N_c$  - n° crítico de ciclos



• Al e ligas }  $S_F \cong 0,3 \text{ a } 0,4 S_{rt}$   
 • Cu e ligas }  
 • Mg }  
 • plásticos }  $S_F \cong 0,18 \text{ a } 0,3 S_{rt}$

não há vida infinita !!

$N_o \geq 10^9$   
 $S_F \leftrightarrow 10^8$  (por convenção)

Um eixo girando com  $n=1000$  [rpm], faz  $60 \times n$  [ciclos/hora], para  $N_c = 10^7$  ciclos e tensão  $S_F$ :

\* atinge  $N_c$  em  $\frac{1 \times 10^7}{60 \times 1000} \cong 166,6$  horas de serviço.

\* se trabalhar com tensão  $S$  romperá com  $10^4$  [ciclos] (diagrama) em  $\frac{10^4}{60 \times 1000} = 10$  [minutos]

### Observações II

- $N < 10^3$  - fadiga a baixa ciclagem
- $S < S_F$  - vida infinita
- $S \geq S_F$  - vida finita

### Quanto ao uso

- $N < 10^3$  - construção civil . Solicitação estática.
- $10^3 < N < N_c$  - peças de engenharia mecânica com vida curta (descartáveis, ausência calculada , baixa frequência de uso , etc).
- $N > N_c$  - peças mecânicas em geral

### Importante

Curva de Wohler pode ser obtida com corpo de prova padrão ou com a própria peça.

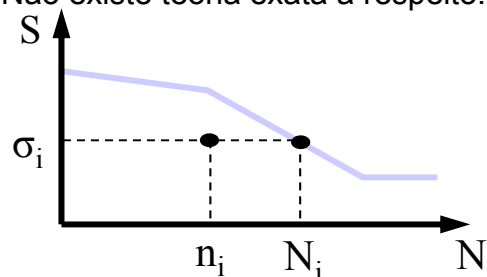
Na curva de Wohler para a peça :

- a) Corrigir  $S_{F_{lim}}$  por  $b_1$  e  $b_2$
- b) Corrigir  $S_{F_{lim}}$  se  $k \neq \infty$

(ver conceitos adiante)

## Danos Acumulativos

Não existe teoria exata a respeito.



- $n_i$  - nº de ciclos sob tensão  $\sigma_i$
- $N_i$  - nº de ciclos para romper sob apenas  $\sigma_i$

Depois de  $(\sigma_i, n_i)$  não rompe mas causa danos que diminuem a vida. Agora  $S_F$  é menor que originalmente.

## Teoria de Miner

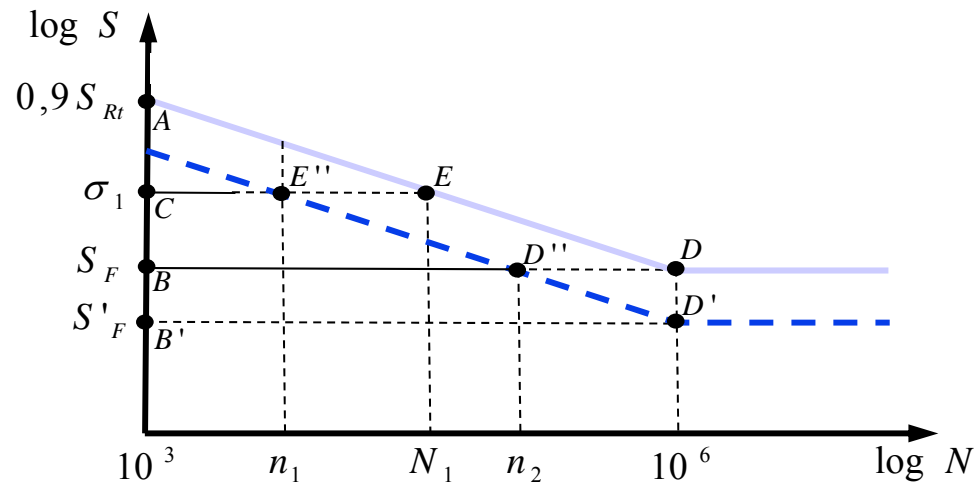
$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_n}{N_n} = C, \quad 0.7 \leq C \leq 2.2$$

Assume-se  $C=1$  e trecho entre  $[10^3, 0.9 S_{rt}]$  e  $[N_c, S_F]$  do diagrama S-N original.

Exemplo :

$$\sigma_{rt} = 55 \text{ [Kgf/mm}^2\text{]}; S_F = 27,6 \text{ [Kgf/mm}^2\text{]}; N_c = 10^6$$

Se a peça for submetida a  $\sigma_1 = 41,3 \text{ [Kgf/mm}^2\text{]}$  por  $n_1 = 3000 \text{ [ciclos]}$ , qual o novo limite da fadiga?



Usamos diagrama de Wohler “original” AED e semelhança  $\triangle ACE$  e  $\triangle ABD$ , lembrando que estamos no espaço  $\log \times \log$

$$\frac{\log N_1 - \log 10^3}{\log(0,9S_{Rt}) - \log \sigma_1} = \frac{\log 10^6 - \log 10^3}{\log(0,9S_{Rt}) - \log S_F} \Rightarrow \log N_1 = 3,93$$

$$N_1 = 8,51 \times 10^3 \text{ [ciclos]}$$

Se trabalharmos com  $\sigma_1$ , até o fim da vida ainda restam :

$$\Delta = N_1 - n_1 = 5510 \text{ [ciclos].}$$

Se trabalharmos com  $\sigma = S_F$  teremos  $n_2$  ciclos restantes , segundo a teoria de Miner

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} = 1 \Rightarrow n_2 = \left( 1 - \frac{n_1}{N_1} \right) N_2$$

$$n_2 = \left[ 1 - \frac{3 \times 10^3}{8,51 \times 10^3} \right] \times 10^6 = 0,65 \times 10^6 [\text{ciclos}]$$

Ainda segundo Miner reta AED // D'D'E" no espaço log x log e ΔDD'D" semelhante a ΔABD

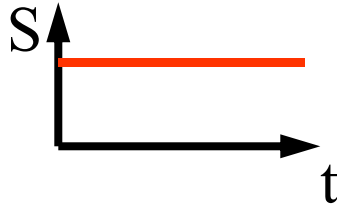
$$\frac{\log 10^6 - \log 0,65 \times 10^6}{\log S_F - \log S'_F} = \frac{\log 10^6 - \log 10^3}{\log(0,9 S_{Rt}) - \log S_F}$$

$$\log S'_F = 1,424881 \Rightarrow S'_F = 26,6 \left[ \text{kgf} / \text{mm}^2 \right]$$



### 4.3-Tipos de variações de tensões

#### Contínua

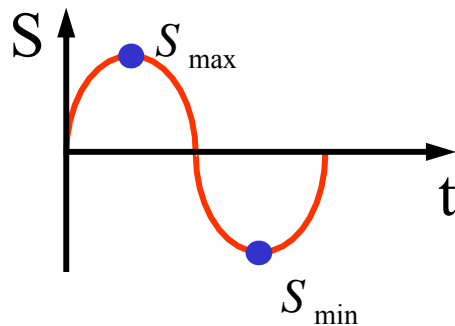


S : tensão genérica, pode ser =

$$S_{\max} = S_{\min} = S_{\text{med}}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma > 0 \text{ tração} \\ \sigma < 0 \text{ compressão} \\ \zeta \text{ cisalhamento} \\ \text{flexão} \rightarrow \sigma \end{array} \right.$$

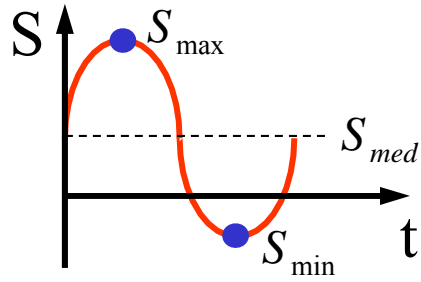
#### Alternada simétrica



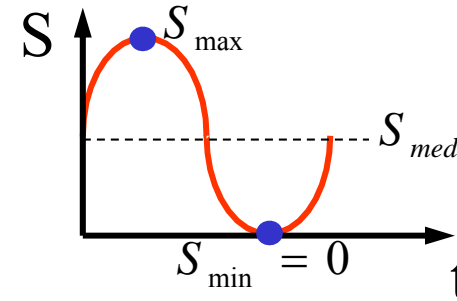
$$|S_{\max}| = |S_{\min}|$$

$$S_{\text{med}} = 0$$

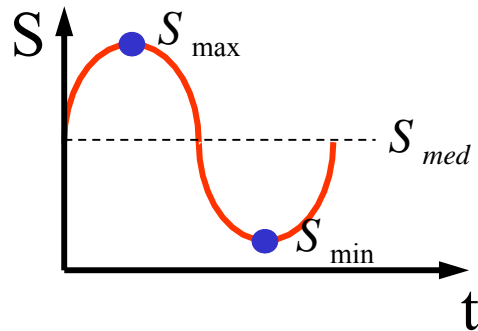
**Alternada**



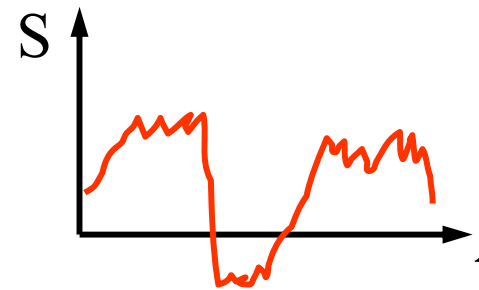
**Pulsatória**



**Pulsatória ondulada**



**Aleatória**

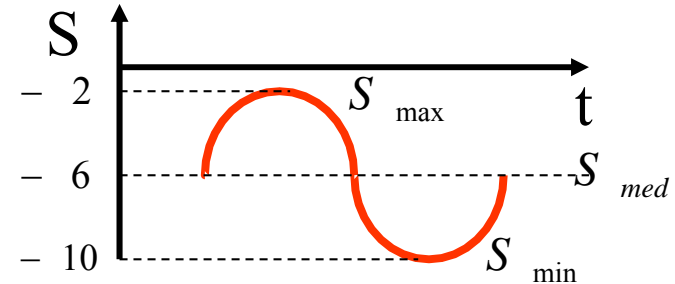


### Parâmetros que definem a Variação de Tensão

#### 1) Amplitude

$$A_n = S_{\max} - S_{\min}$$

$$A_n = -2 - (-10) = 8$$



#### 2) Tensão média

$$S_{med} = \frac{1}{2}(S_{\max} + S_{\min})$$

$$S_{med} = \frac{1}{2}(-2 + (-10)) = -6$$

#### 3) Coeficiente de variação de sollicitação k

$$k = \frac{S_m}{|S_{med}|}$$

$$S_m = \max(|S_{\max}|, |S_{\min}|)$$

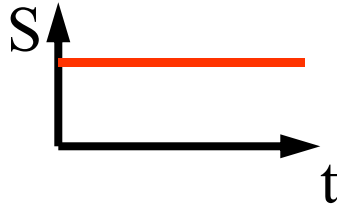
$$k = \frac{\max(|-2|, |-10|)}{|-6|} = \frac{10}{6}$$

$$1 < k < \infty$$

$$k_{alternanda} \quad simétrica = \infty$$

Aplicações aos casos anteriores:

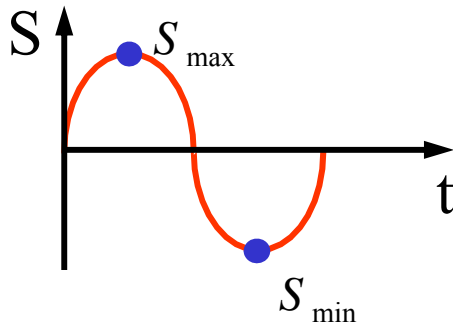
Contínua



$$S_{\max} = S_{\min} = S_{med}$$

$$k = \frac{S_m}{|S_{med}|} \quad k = 1$$

Alternada simétrica



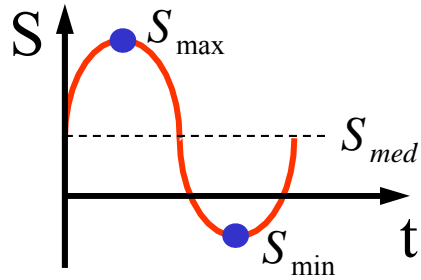
$$|S_{\max}| = |S_{\min}|$$

$$S_{med} = 0$$

$$k = \frac{S_m}{|S_{med}|}$$

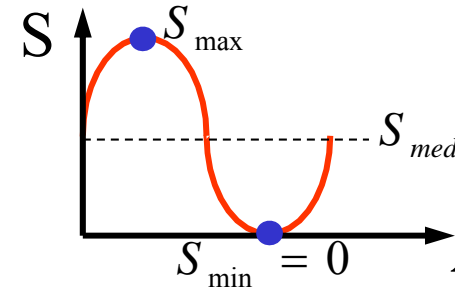
$$k = \infty$$

**Alternada**



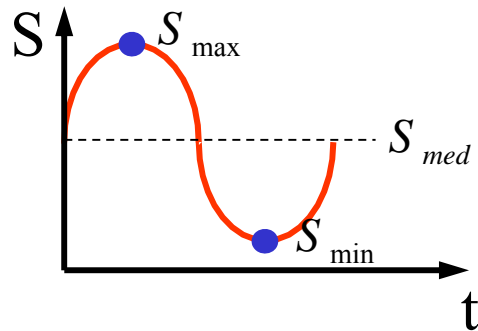
$$k = \frac{S_m}{|S_{med}|} \quad 2 < k < \infty$$

**Pulsatória**



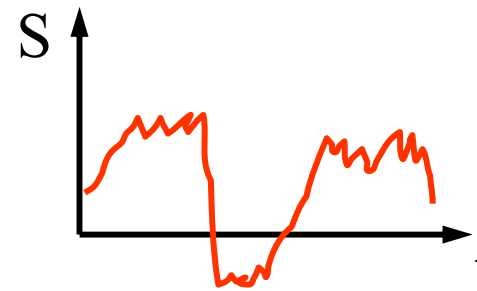
$$k = 2$$

**Pulsatória ondulada**



$$1 < k < 2$$

**Aleatória**

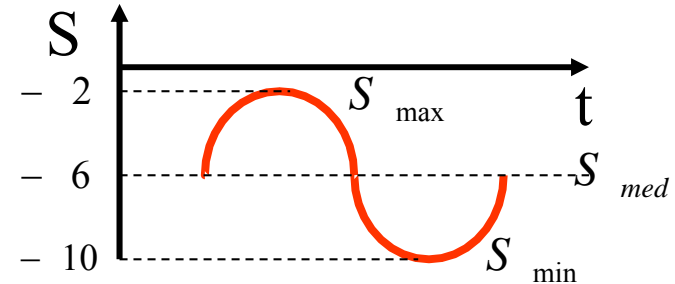


### Parâmetros que definem a Variação de Tensão

#### 1) Amplitude

$$A_n = S_{\max} - S_{\min}$$

$$A_n = -2 - (-10) = 8$$



#### 2) Tensão média

$$S_{med} = \frac{1}{2}(S_{\max} + S_{\min})$$

$$S_{med} = \frac{1}{2}(-2 + (-10)) = -6$$

#### 3) Coeficiente de variação de solicitação k






$$k = \frac{S_m}{|S_{med}|}$$

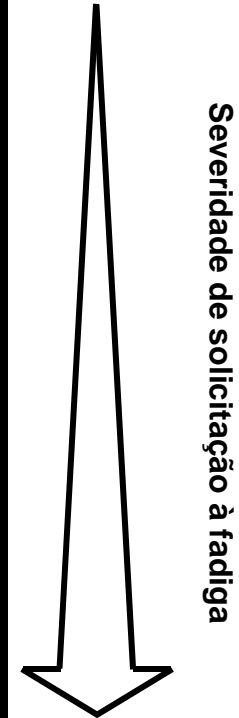
$$S_m = \max(|S_{\max}|, |S_{\min}|)$$

$$k = \frac{\max(|-2|, |-10|)}{|-6|} = \frac{10}{6}$$

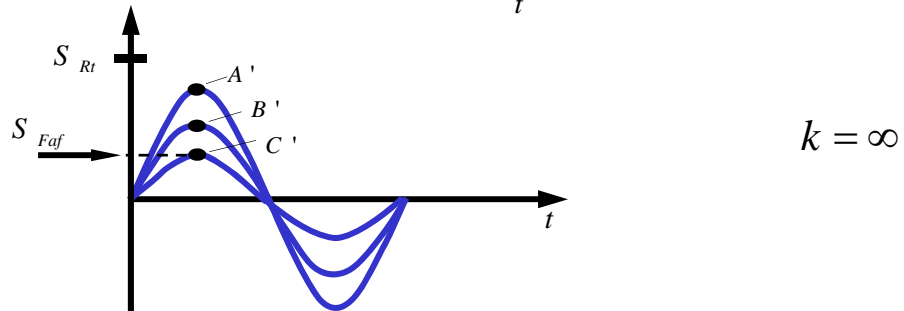
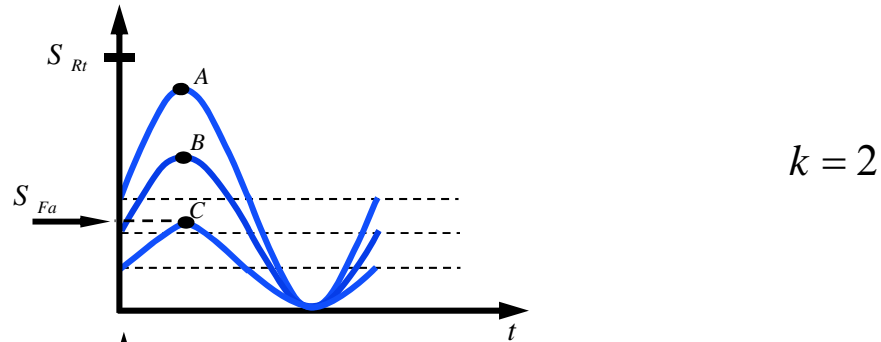
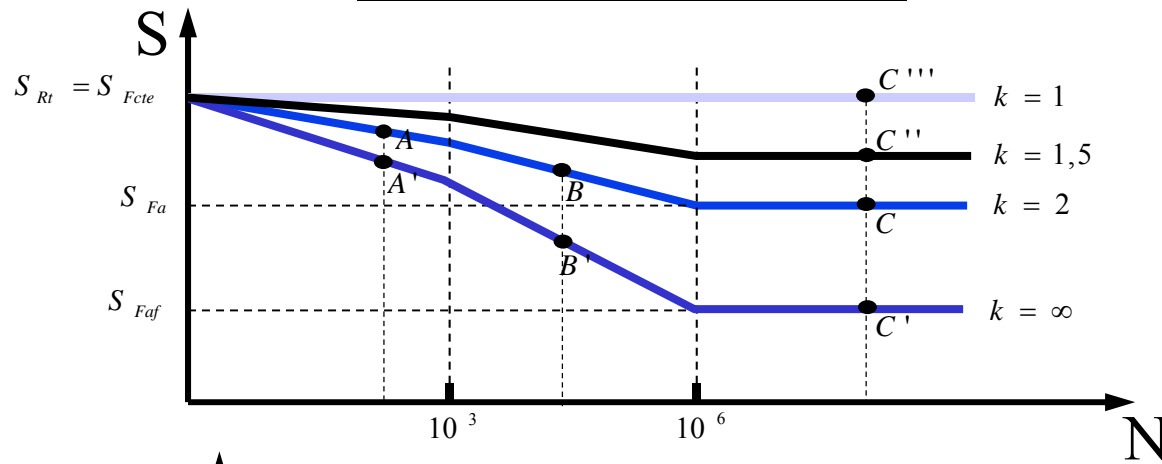
$$1 < k < \infty$$

$$k_{alternanda} \quad simétrica = \infty$$

Tipo de solicitação	Gráfico	k
Contínua		1
Pulsatória ondulada		$1 < k < 2$
Pulsatória		2
Alternada		$2 < k < \infty$
Alternada simétrica		$\infty$



**Diagrama de Wohler para vários k's**



Obs: Os valores de  $S$  usados nas ordenadas são sempre :  $S_m = \max(|S_{\max}|, |S_{\min}|)$

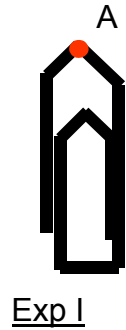


Para cada k



$S_{Fk}$  tensão limite de fadiga

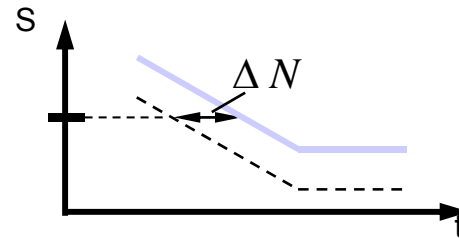
Explicação das Experiências



O ponto A tem forte deformação plástica

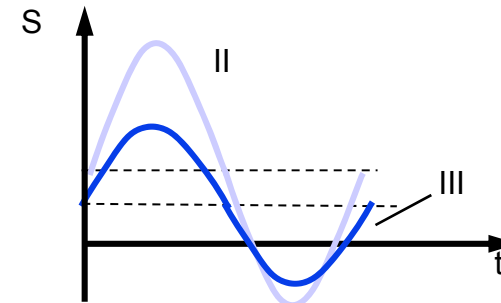
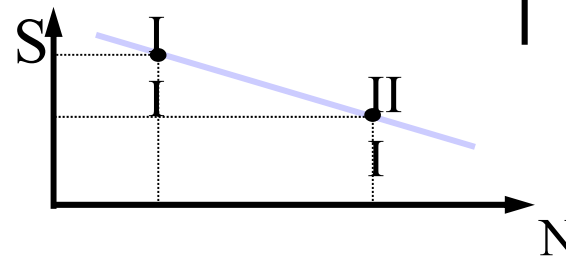
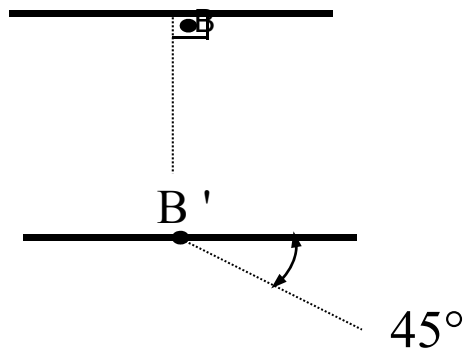


equivalente dano cumulativo.

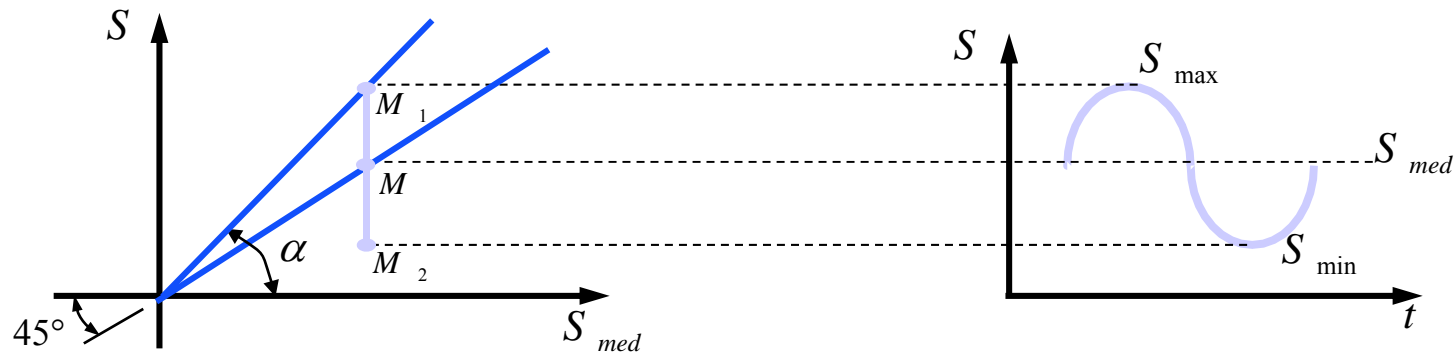


$N_i$  menor que na experiência II

Experiências II e III



4.4- Diagrama de Smith



\*lugar geométrico dos M → reta 45°

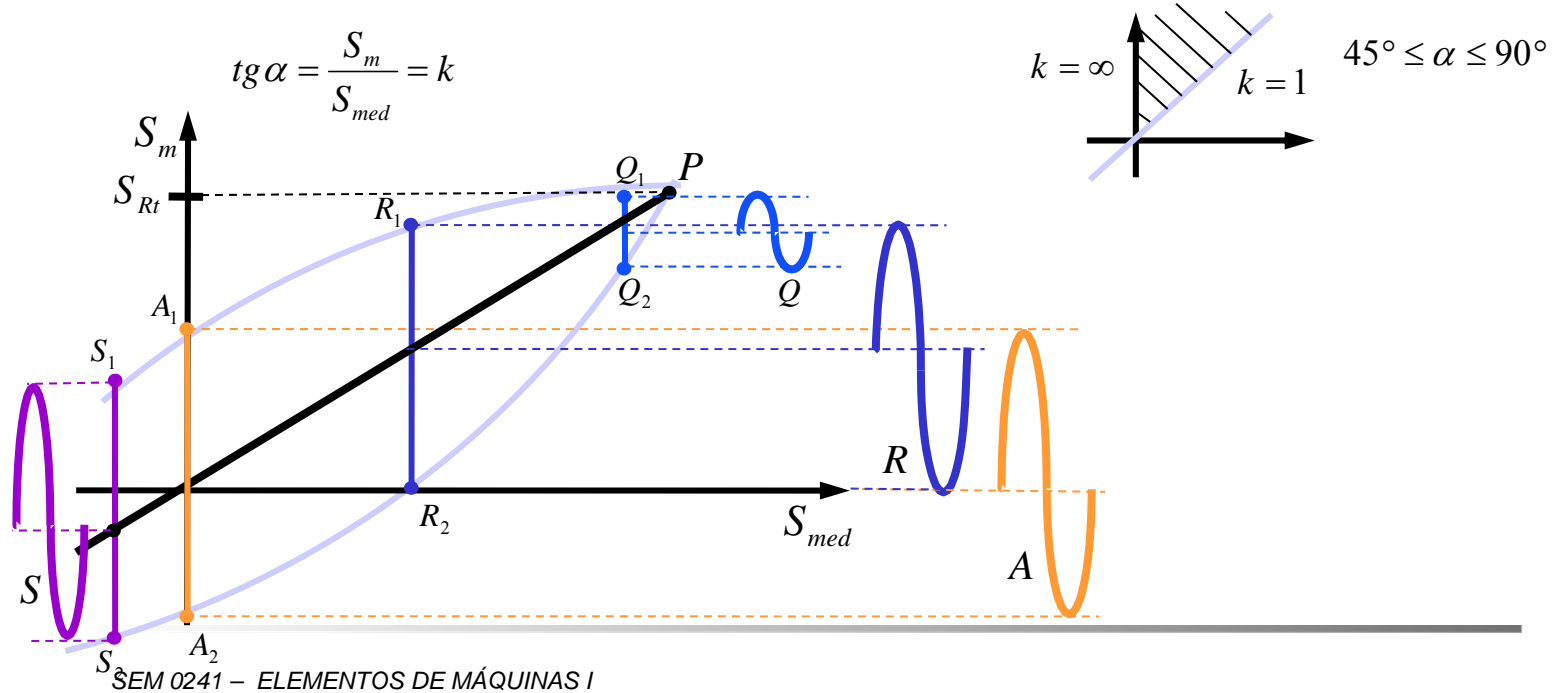
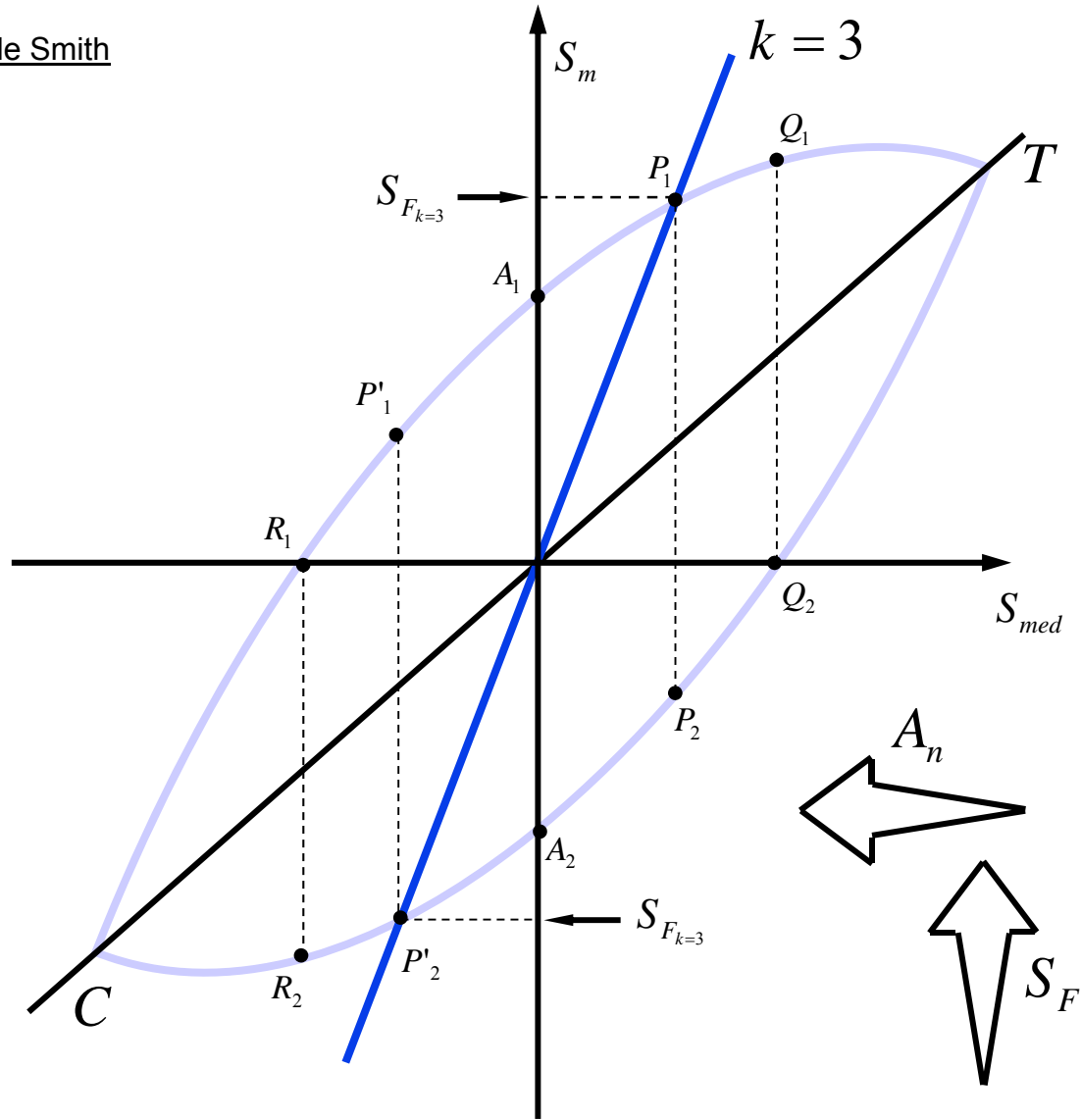


Diagrama de Smith



Observações sobre o Diagrama de Smith

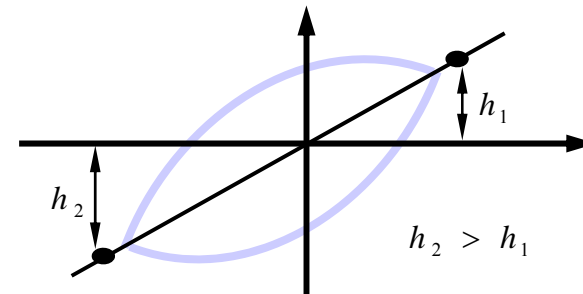
- Trecho CA<sub>1</sub>T tensões máximas
- Trecho CA<sub>2</sub>T tensões mínimas
- Ramos A<sub>1</sub>T e CA<sub>2</sub> contém pontos  $S_m = \max(|S_{max}|, |S_{min}|)$  daí saem  $S_F$  para os vários k's.
- Ramos Q<sub>2</sub>T e R<sub>1</sub>T representam “tração”,  $S > 0$
- Ramos R<sub>1</sub>C e Q<sub>2</sub>C representam “compressão”,  $S < 0$
- 1°Q e 4°Q predomina  $S > 0$
- 2°Q e 3°Q predomina  $S < 0$

Pontos Notáveis

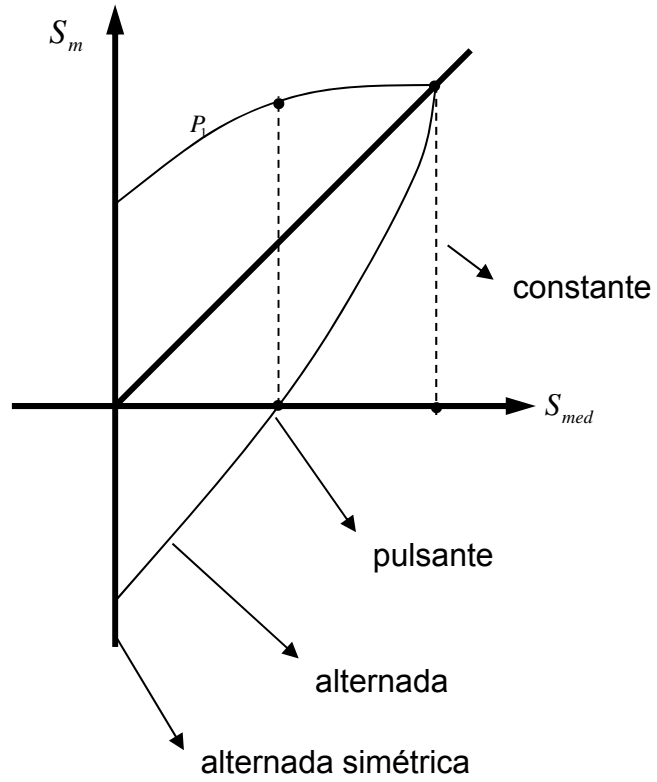
- T -  $S_{Rt}$  - tensão ruptura à tração,  $k=1$
- C -  $S_{Rc}$  - tensão ruptura à compressão,  $k=1$

Faz-se :

$S_{Rt} = S_{Rc}$  Mas na realidade

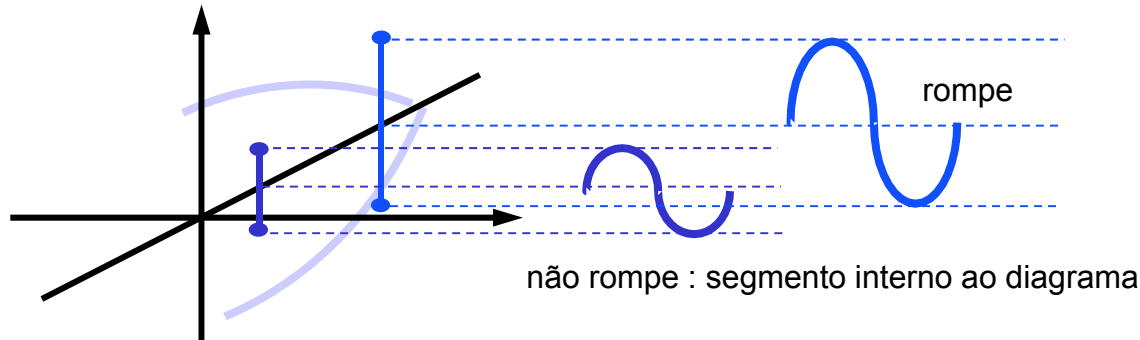


- Q<sub>1</sub>, Q<sub>2</sub> e R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>       $\implies$  solitação pulsatória,  $k = 2$
- A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>                       $\implies$  solitação alternada simétrica       $k = \infty$

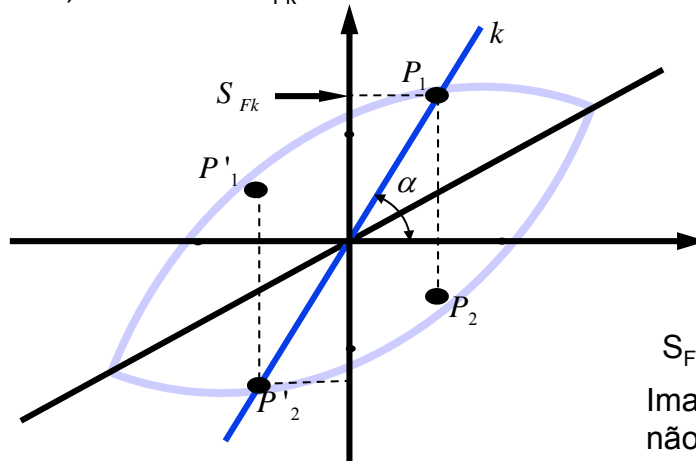


Uso do Diagrama de Smith

1) Saber se com certa sollicitação o corpo de prova rompe ou não à fadiga



2) Determinar  $S_{Fk}$



Fazendo-se reta passando pela origem com :

$$\alpha = \text{arc tg } k$$

acha-se  $S_{Fk}$

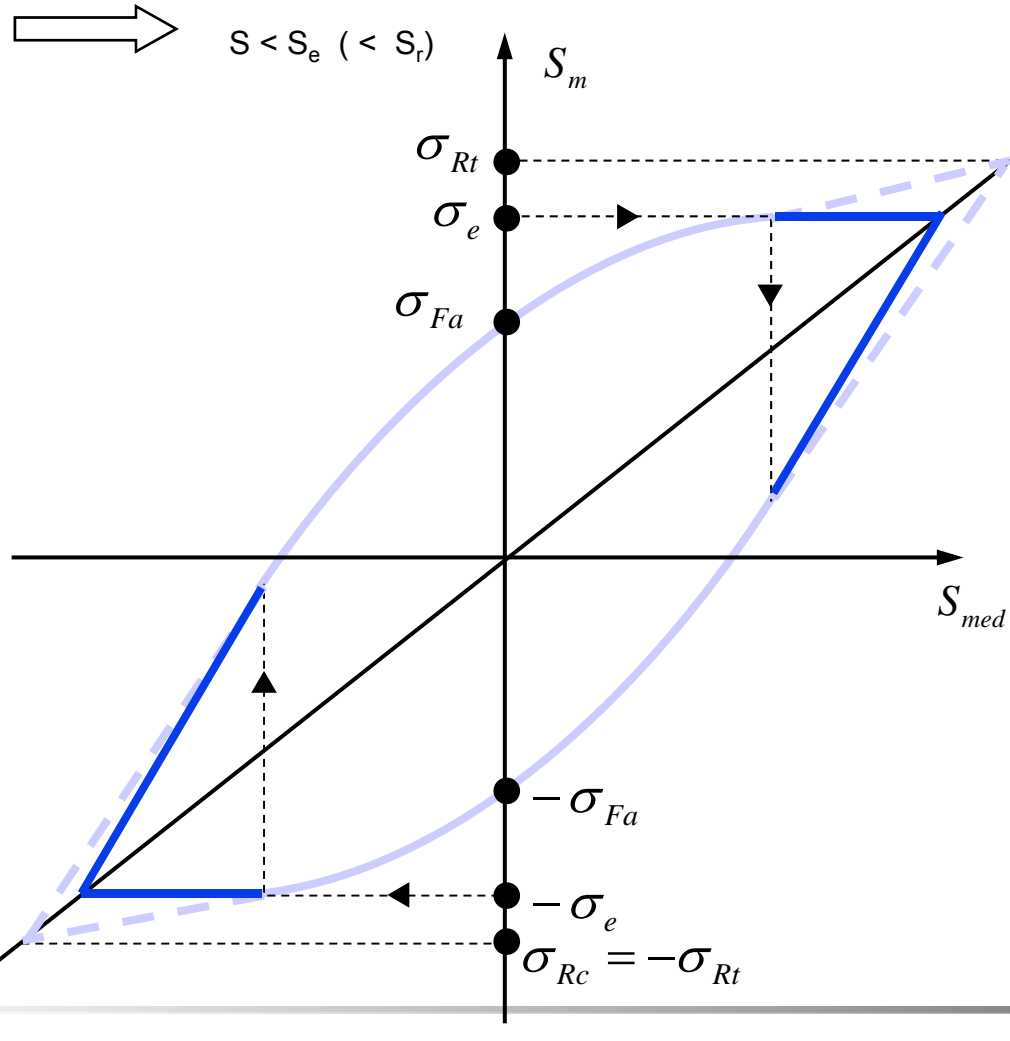
$S_{Fk}$  não é  $P_2$  (ou  $P'_1$ ) ?

Imagine-se um ciclo lento → o corpo de prova romperá com  $P_1$  (ou  $P'_2$ ) e não com  $P_2$  porque :

$$|P_1| > |P_2|$$

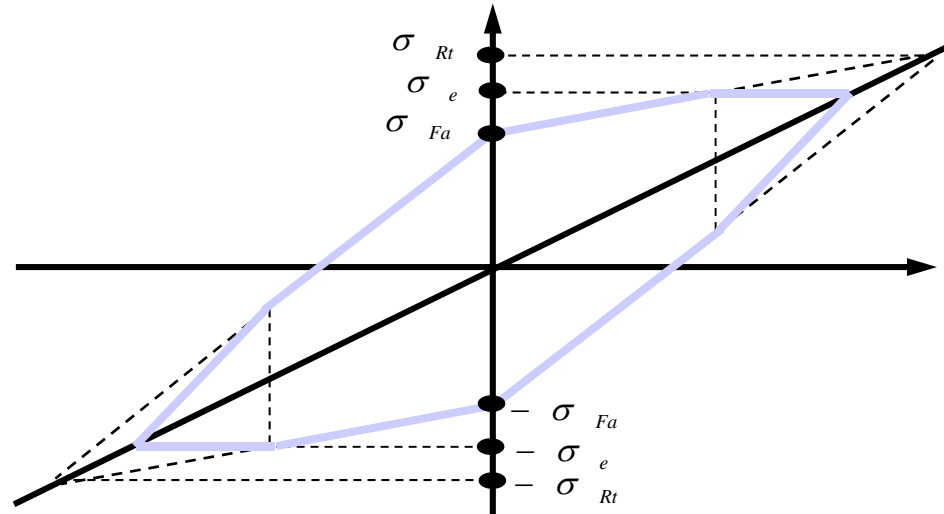
Limitação do Diagrama de Smith

- Normalmente deve-se evitar deformações permanentes



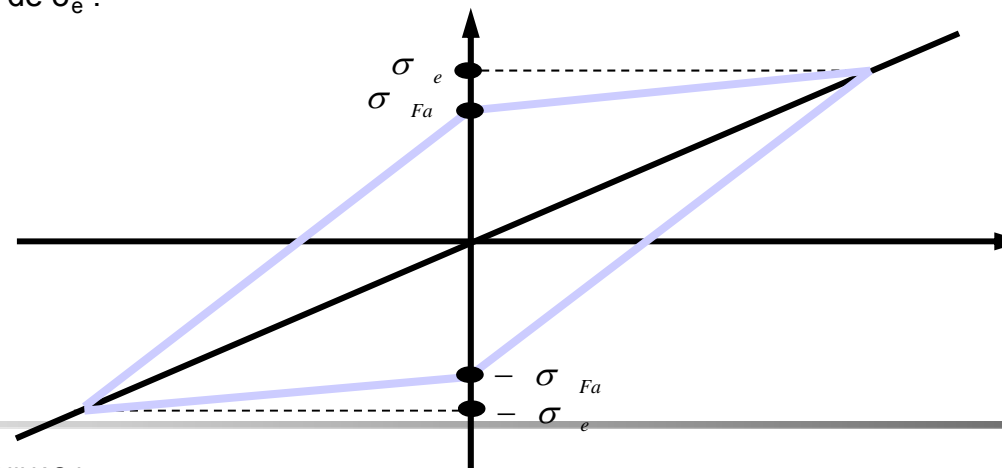
#### 4.5- Diagrama de Smith Simplificado - Diagrama de Goodman

Quando se conhecem  $\sigma_{rt}$ ,  $\sigma_e$ ,  $\sigma_{Fa}$



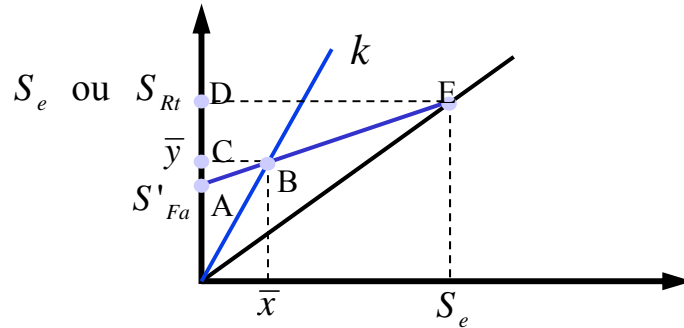
- Quando não se leva em conta  $\sigma_{rt}$ . Basta conhecer  $\sigma_e$  e  $\sigma_{Faf}$  ( $S_e$  e  $S_{Faf}$ )
- Para solicitação uniaxial usar ( $S_e$  e  $S_{Faa}$ ), para torção ( $S_e$  e  $S_{Fat}$ ), etc.
- Para materiais frágeis usar  $\sigma_{rt}$  em vez de  $\sigma_e$ .

Quando não se conhece  $\sigma_{rt}$





Expressão Analítica de  $S_{Fk}$   $k \neq \infty$



$$S'_{Fa} = \left( \frac{S_{Fa}}{\beta_k} \right)_{k=\infty} \cdot b_1 \cdot b_2$$

Reta representativa de  $k \neq \infty$   
 Semelhança de triângulos:  $\Delta ABC \sim \Delta AED$

$$\begin{aligned} \implies y &= k \cdot x \\ \implies \frac{\bar{y} - S'_{Fa}}{\bar{x}} &= \frac{S_e - S'_{Fa}}{S_e} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \left( 1 - \frac{S'_{Fa}}{S_e} \right) \bar{x} + S'_{Fa} \\ \bar{y} &= \left( 1 - \frac{S'_{Fa}}{S_e} \right) \frac{\bar{y}}{k} + S'_{Fa} \end{aligned}$$

mas,  $\bar{x} = \frac{\bar{y}}{k}$

$$\bar{y} = S_{F_{k \neq \infty}} = \frac{S'_{Fa}}{1 - \frac{1}{k} \left( 1 - \frac{S'_{Fa}}{S_e} \right)}$$

ou

$$\bar{y} = S_{F_{k \neq \infty}} = \frac{S'_{Fa}}{1 - \frac{1}{k} \left( 1 - \frac{S'_{Fa}}{S_{rt}} \right)}$$

Soderberg (1930)  $\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_y} = 1$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_y} = 1$$

Goodman (1899)  $\frac{S_a}{S_e} + \frac{S_m}{S_u} = 1$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_a}{S_e} + \frac{\sigma_m}{S_u} = 1$$

Gerber (1874)  $\frac{S_a}{S_e} + \left(\frac{S_m}{S_u}\right)^2 = 1$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_a}{S_e} + \left(\frac{\sigma_m}{S_u}\right)^2 = 1$$

ASME  $\left(\frac{S_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{S_m}{S_y}\right)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{\sigma_a}{S_e}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_y}\right)^2 = 1$

$S_e$  = Limite de fadiga com média zero

$S_{yt}$  = tensão de escoamento

$S_m$  = resistência média

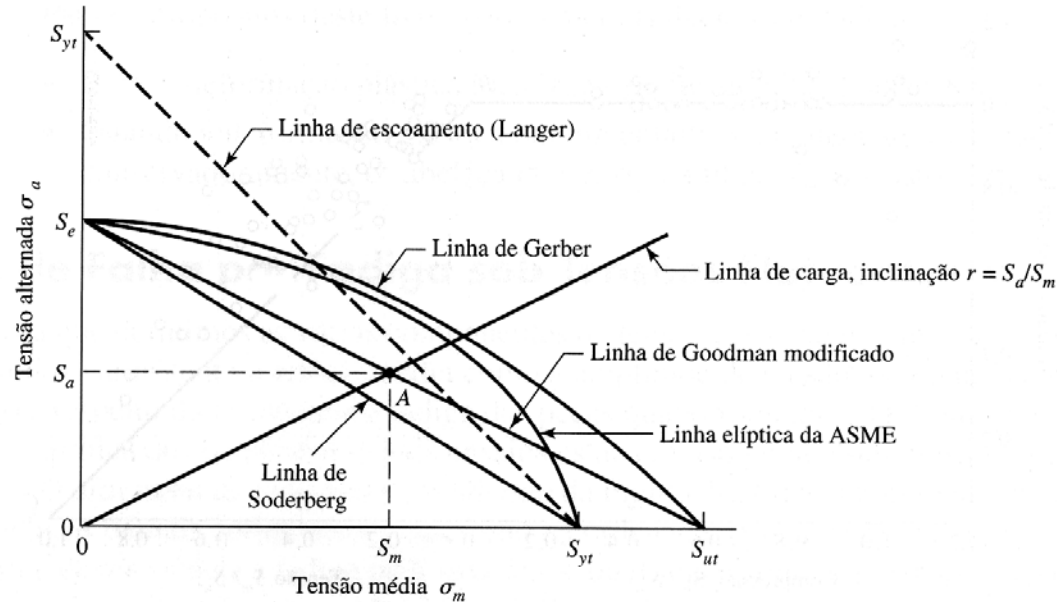
$S_a$  = resistência alternante

$\sigma_a$  = limite de fadiga com tensão diferente de zero

$\sigma_m$  = tensão média

As tensões  $n\sigma_a$  e  $n\sigma_m$  podem substituir  $S_a$  e  $S_m$ , sendo  $n$  o fator de segurança

Diagrama de fadiga mostrando vários critérios de falha



$S_{ut}$  = Resistência máxima a tração  
 $S_{yt}$  = tensão de escoamento  
 $S_m$  = resistência média  
 $S_a$  = resistência alternante

Para cada critério, pontos na linha, ou acima da respectiva linha indicam falha. Um ponto A na linha de Goodman, por exemplo, prevê a resistência  $S_m$  como um valor limite de  $\sigma_m$  correspondente à resistência  $S_a$ , que, emparelhada com  $\sigma_m$ , é o valor limite de  $\sigma_a$

## Exercício

Para um determinado material dúctil são conhecidos os valores de  $S_e$  e de  $S_{fa}$  ( $S_{fa} = 0,4 S_e$ ) para carregamentos cíclicos à torção. Um corpo de prova deste material é submetido a uma torção variável com  $S_{max} = 0,6 S_e$  e  $S_{min} = -0,2 S_e$  (valor negativo). Usando um gráfico em escala (aproximada), responder:

- O corpo de prova romperá? Justificar graficamente.
- Mantendo-se o mesmo valor de  $k$ , mostrar graficamente quais devem ser os valores de  $S_{max}$  e  $S_{min}$  para que se trabalhe no limite de resistência à fadiga.
- Refazer o cálculo anterior analiticamente.