

AULA 10

Sistemas planetários - fundamentos

1. Introdução e Objetivos



Figura 1 – Carruagem chinesa 2600 a.C..

Fonte: Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Carruagem_apontando_para_o_sul>. Acesso em 20 de novembro de 2020.

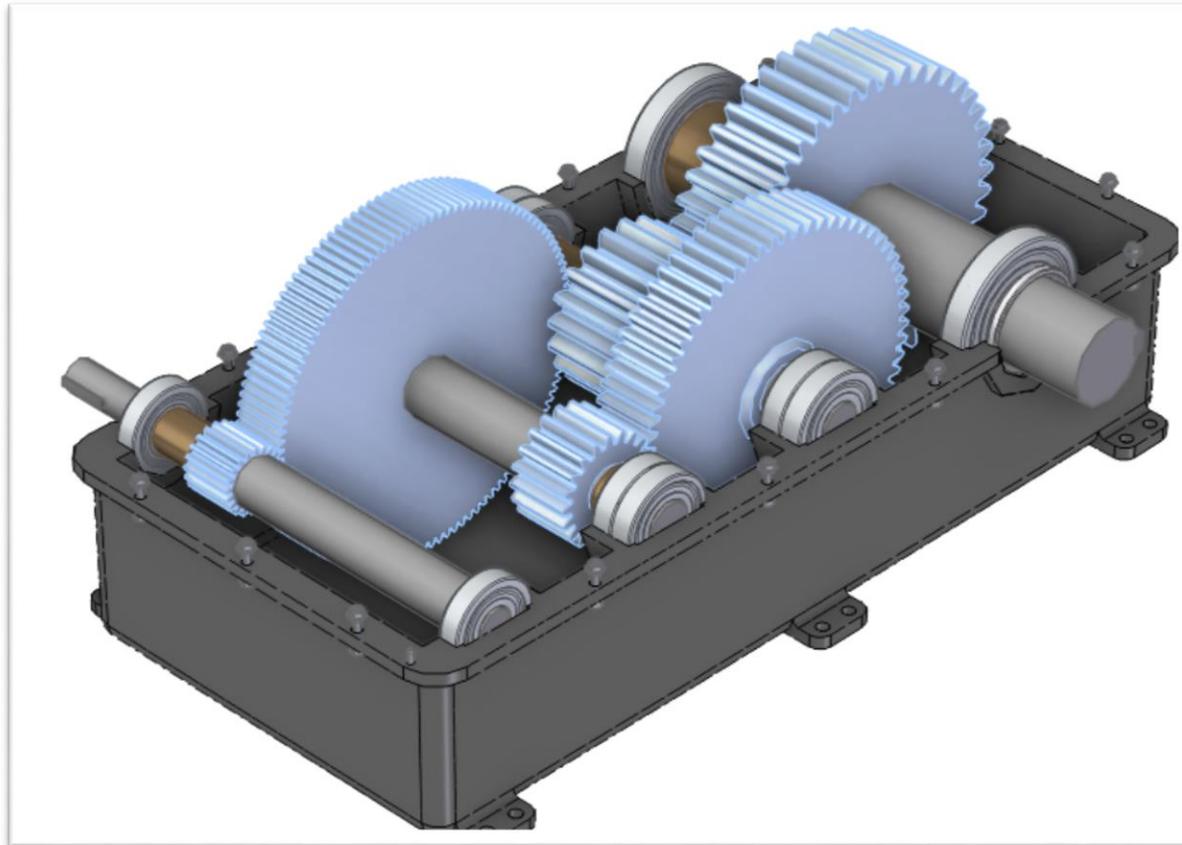


Figura 2 – Redutor de velocidades de eixos paralelos.

Fonte: *Teixeira e Junior (2019)*.

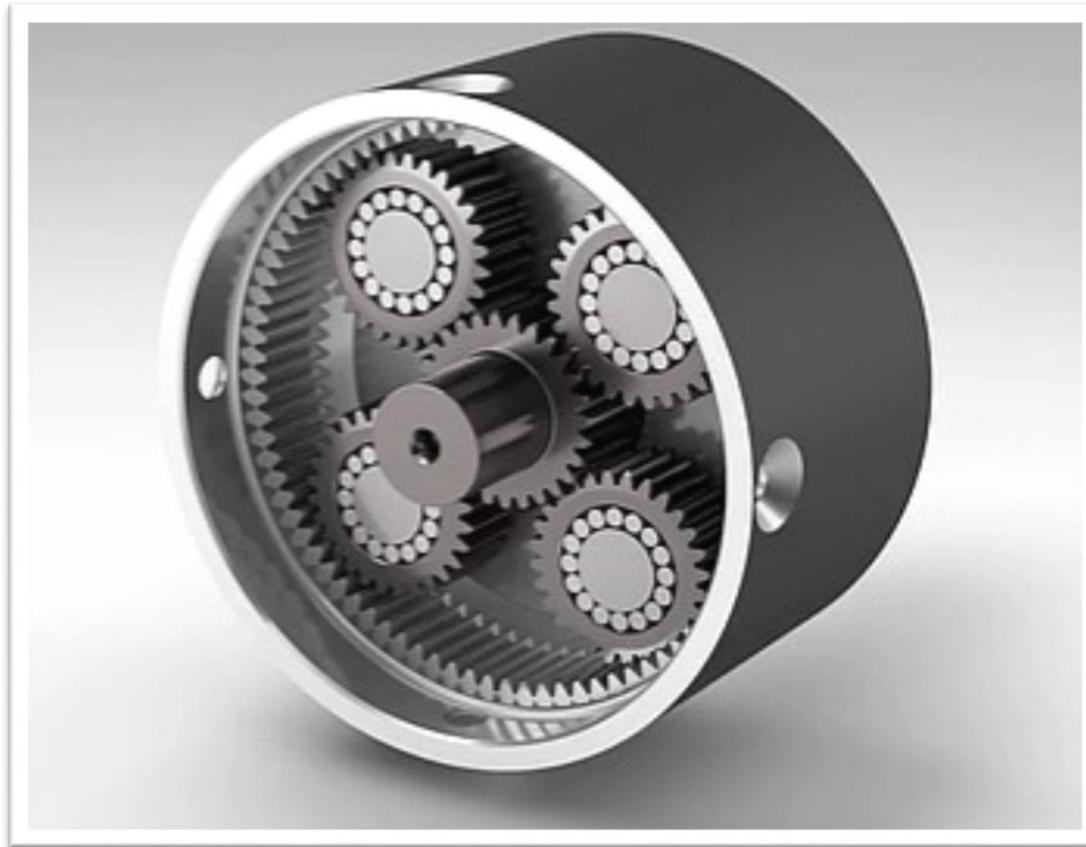


Figura 3 – Redutor planetário ou redutor de engrenagens epicicloidais.

Fonte: Disponível em: <<https://www.neugart.com/pt-br/know-how/redutor-planetario>>. Acesso em 20 de novembro de 2020.

2. Modelagem de um redutor planetário

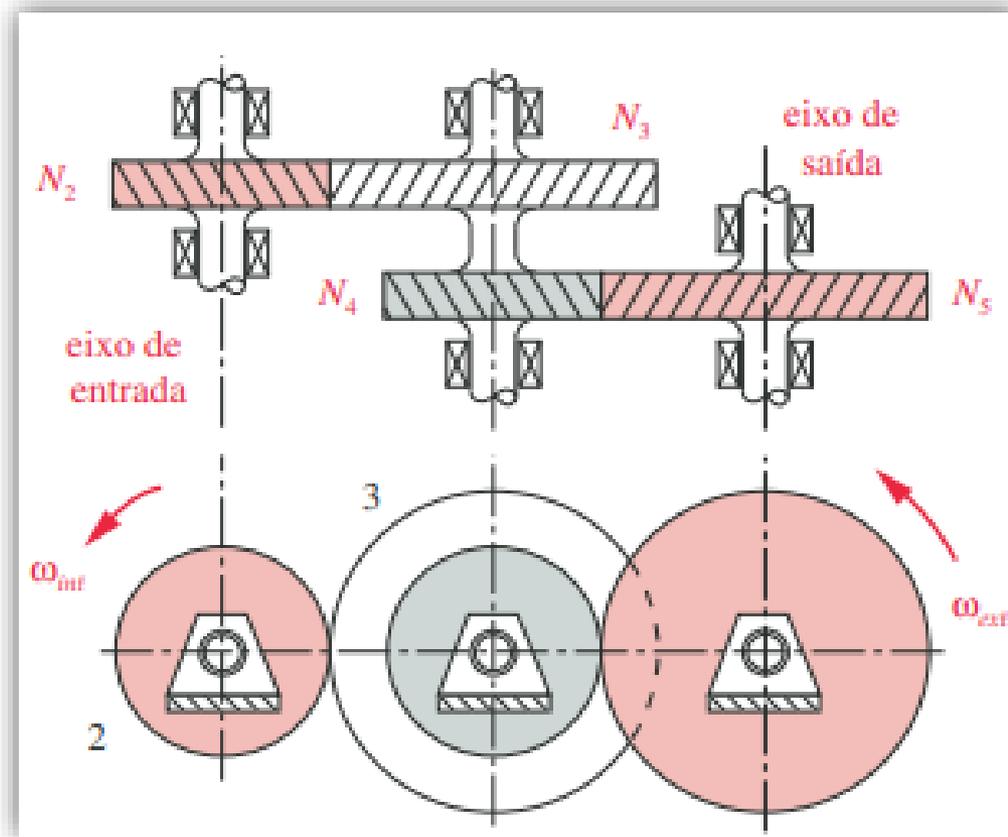


Figura 4 – Trens de engrenagens compostos de dois estágios sem reversão.

Fonte: Norton (2013).

2. Modelagem de um redutor planetário

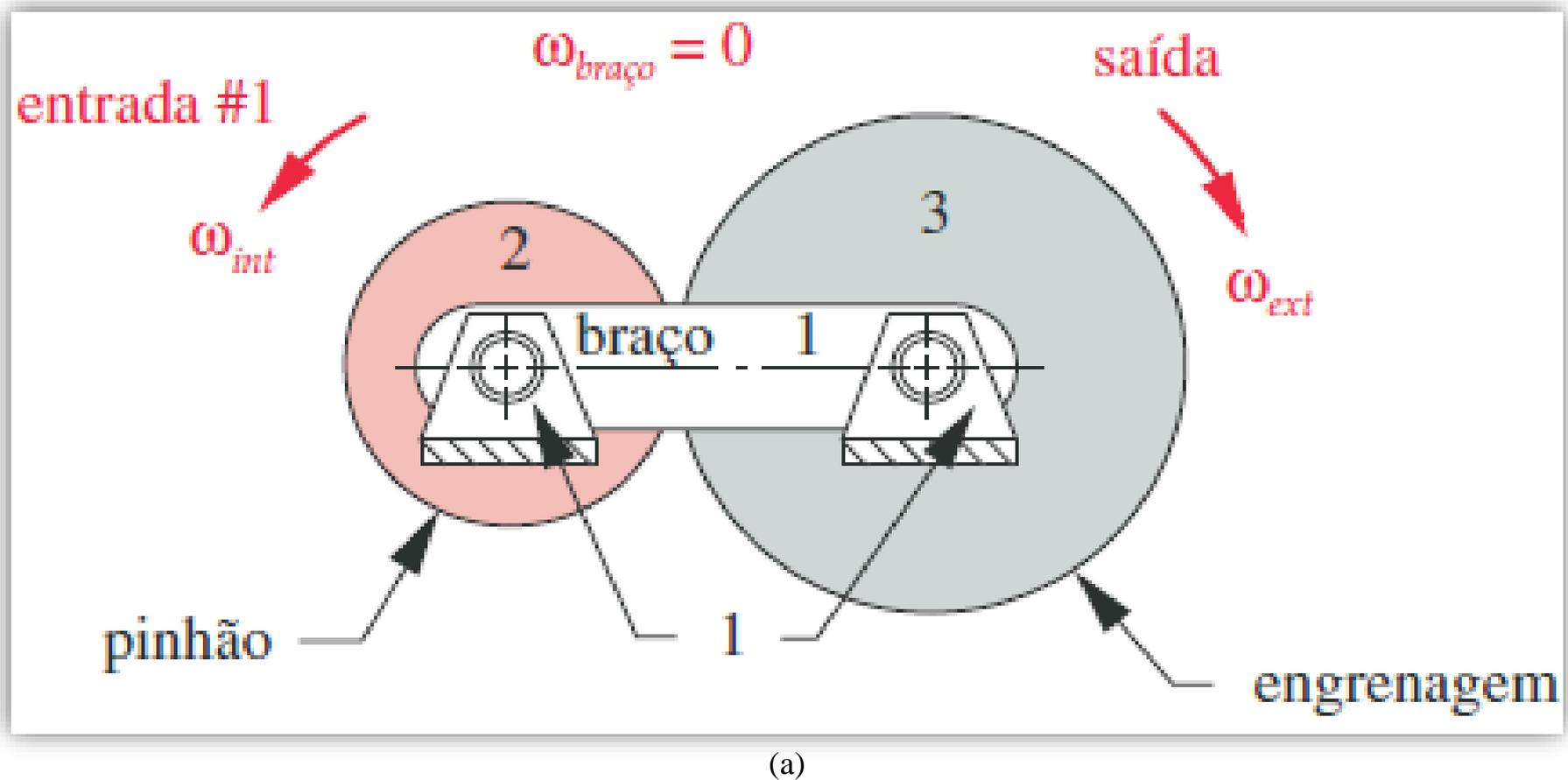


Figura 5 – (a) engrenamento convencional; (b) engrenamento planetário ou epicíclico.

Fonte: Norton (2013).

2. Modelagem de um redutor planetário

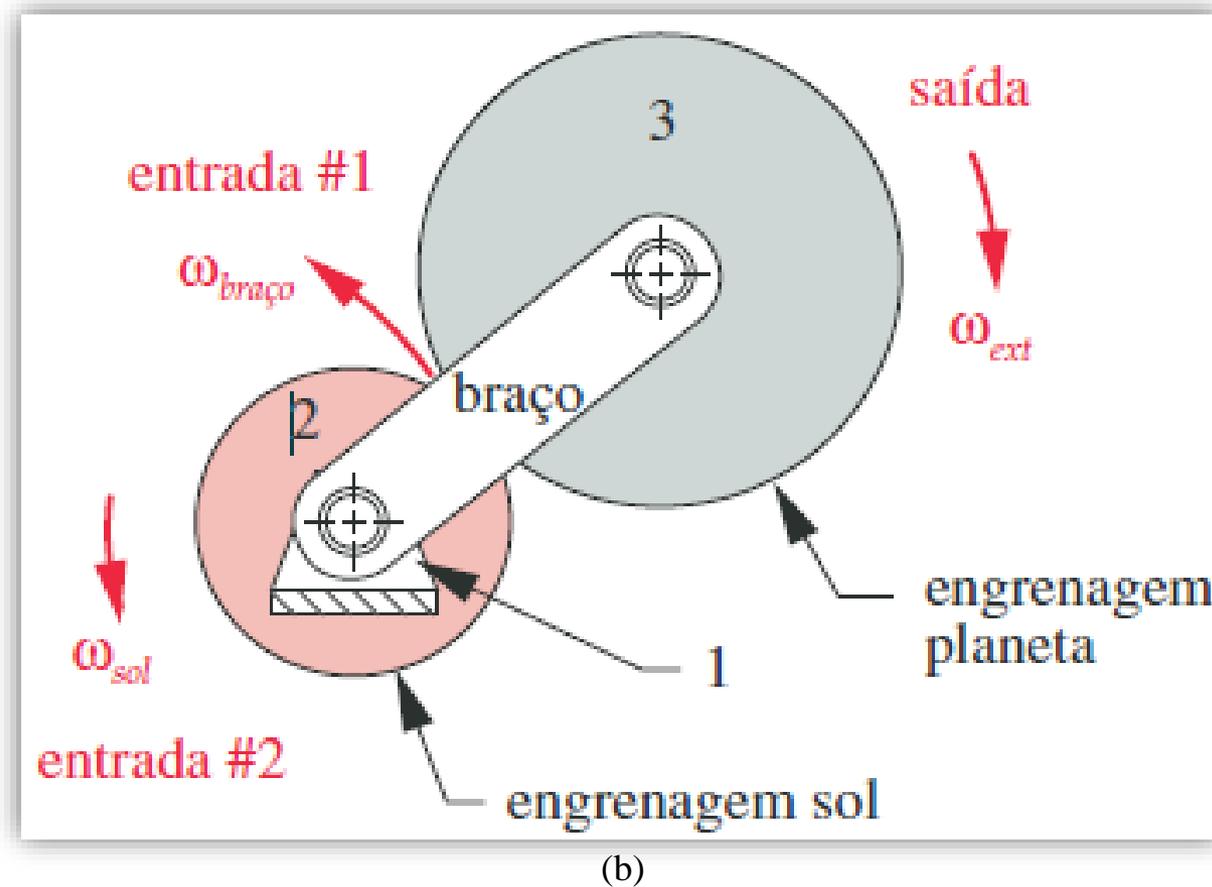


Figura 5 – (a) engrenamento convencional; (b) engrenamento planetário ou epicíclico.

Fonte: Norton (2013).

2. Modelagem de um redutor planetário

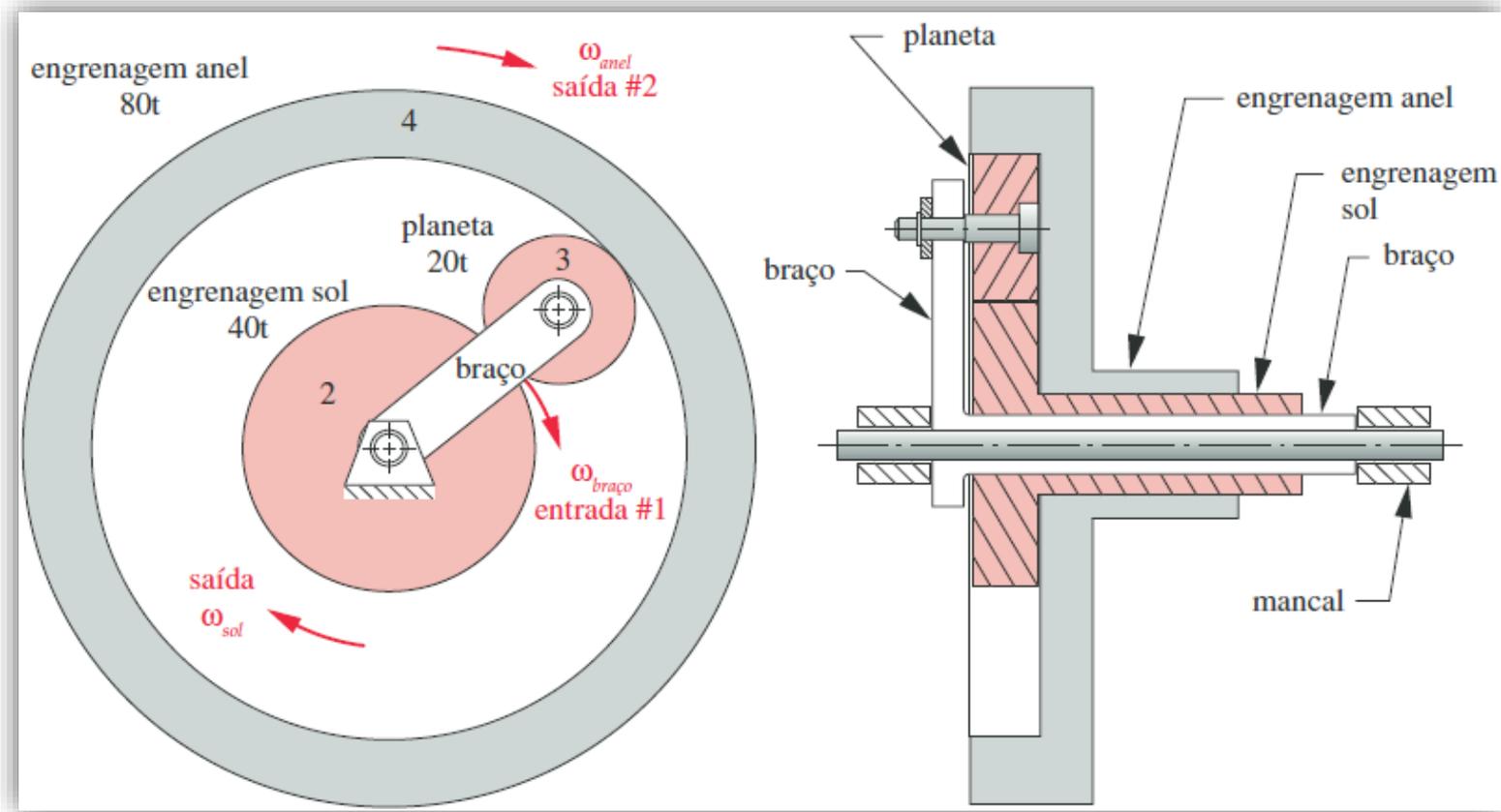


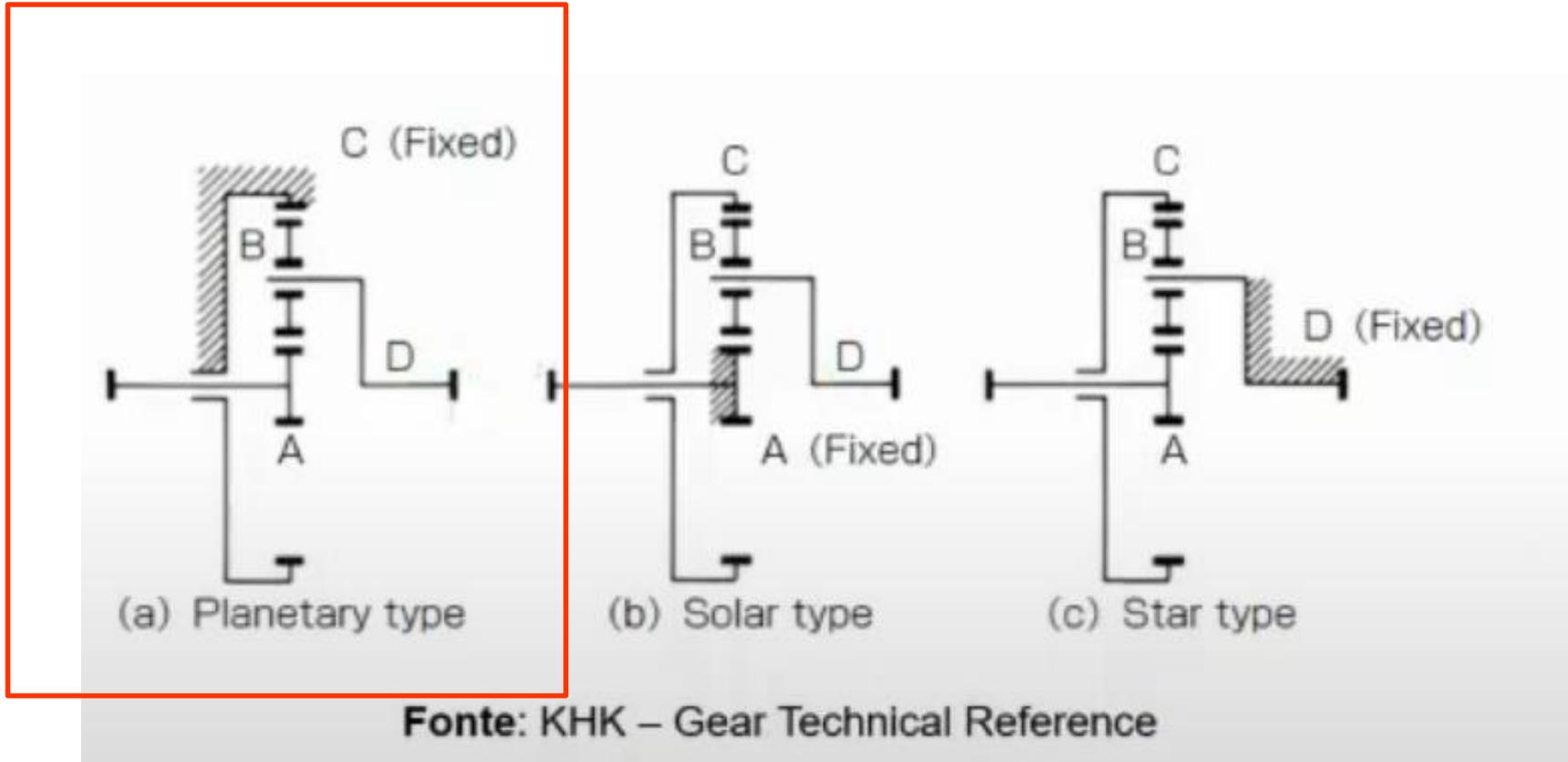
Figura 6 – Trem de engrenagens planetário simples com engrenagem anel usada como saída.

Fonte: Norton (2013).

Tabela 1 – Tipo de mecanismo de acordo com a montagem de um trem de engrenagens planetário.

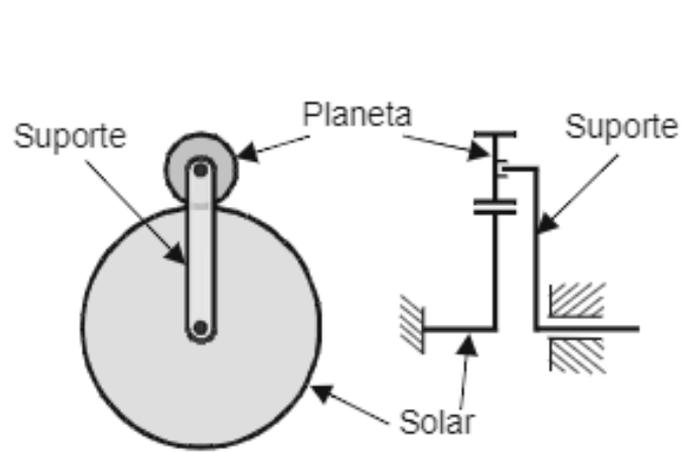
	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
Montagem						
Relação de transmissão	$-1 < i < 0$	$i < -1$	$i > 1$	$0 < i < 1$	$i > 1$	$0 < i < 1$
Tipo	Multiplicador inversor	Redutor inversor	Redutor	Multiplicador	Redutor	Multiplicador

Tabela 2 – Exemplos de trem de engrenagens planetárias elementar:

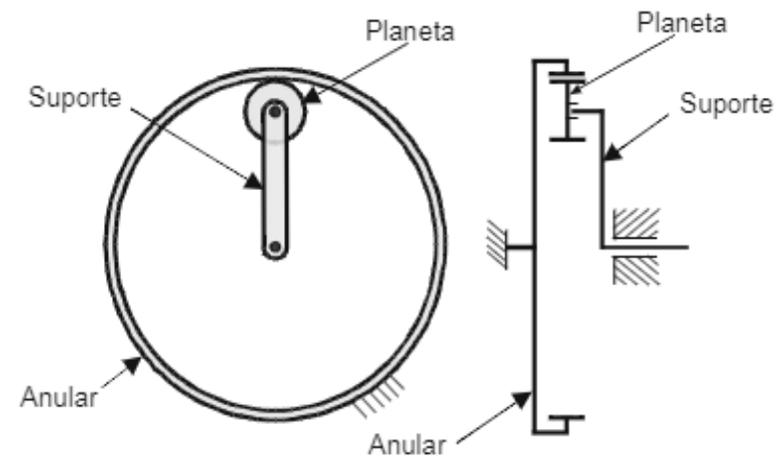


Vídeo: [Two-stage planetary gear animation](#)

Tabela 3 – Exemplos de trem de engrenagens planetárias elementar:
(a) engrenagem solar central; (b) engrenagem anular central.

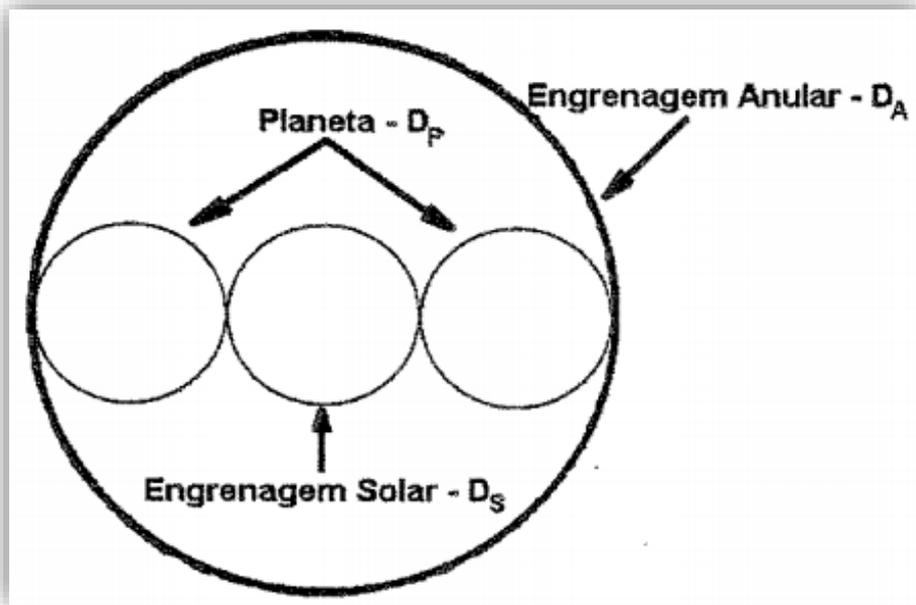


(a)



(b)

3. Análise cinemática



Relação entre diâmetros

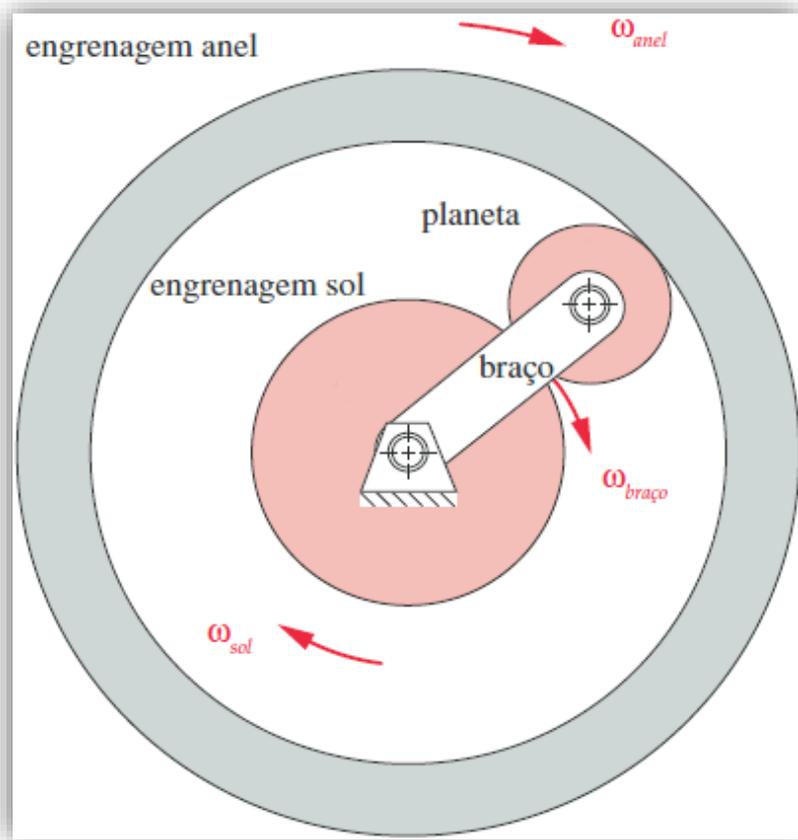
$$D_A = D_S + 2 \cdot D_P \qquad M = \frac{D}{Z}$$

Relação entre número de dentes

$$Z_P = \frac{Z_A - Z_S}{2}$$

Figura 7 – Diâmetros das engrenagens de um planetário.

Fonte: Morais (2004).



Razão básica

$$\pm b = \frac{\omega_A - \omega_B}{\omega_S - \omega_B} = \frac{Z_S}{Z_A}$$

Equação cinemática básica de um trem de engrenagens planetário simples

$$\omega_A + (b - 1) \cdot \omega_B - b \cdot \omega_S = 0$$

Relação de transmissão

$$i = \frac{\omega_{entrada}}{\omega_{saída}}$$

Figura 8 – Trem de engrenagens planetário simples .

Fonte: Norton (2013).

Dados de entrada

- Velocidade do motor de entrada [*rpm*];
- Relação de transmissão [-];
- Diâmetro da anelar [*mm*];
- Potência transmitida [*cv*].

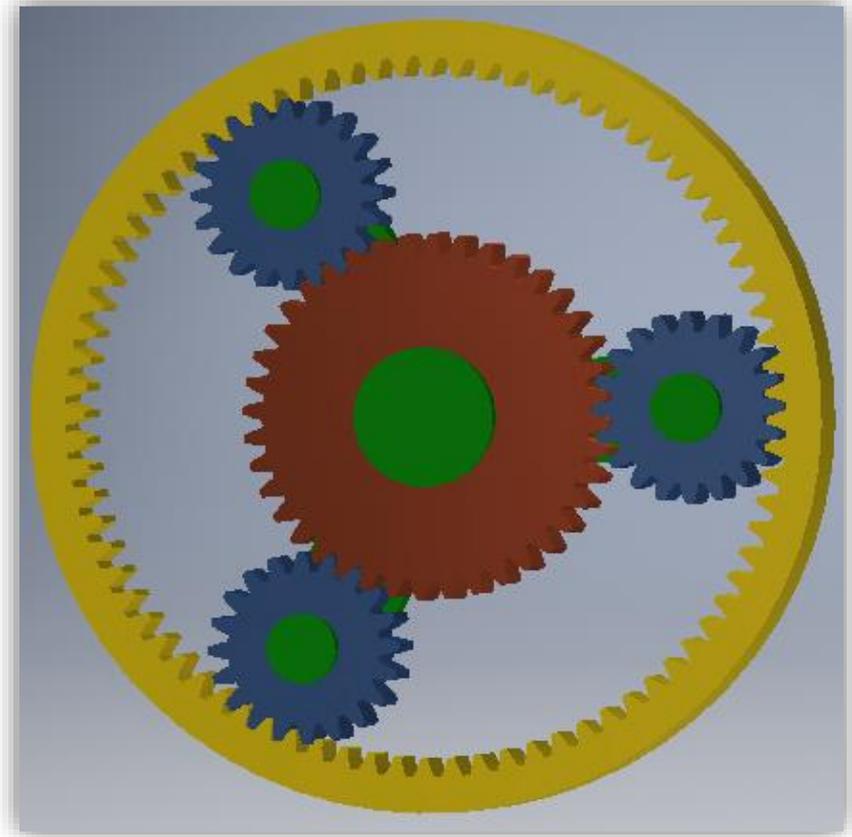


Figura 9 – Trem de engrenagens planetário simples .

Velocidade de saída

$$\omega_{saída} = \frac{b}{b-1} \cdot \omega_{entrada}$$

Razão básica

$$b = \frac{1}{1-i}$$

Diâmetro da engrenagem solar

$$D_S = -b \cdot D_A$$

Diâmetro da engrenagem planeta

$$D_P = \frac{D_A - D_S}{2}$$

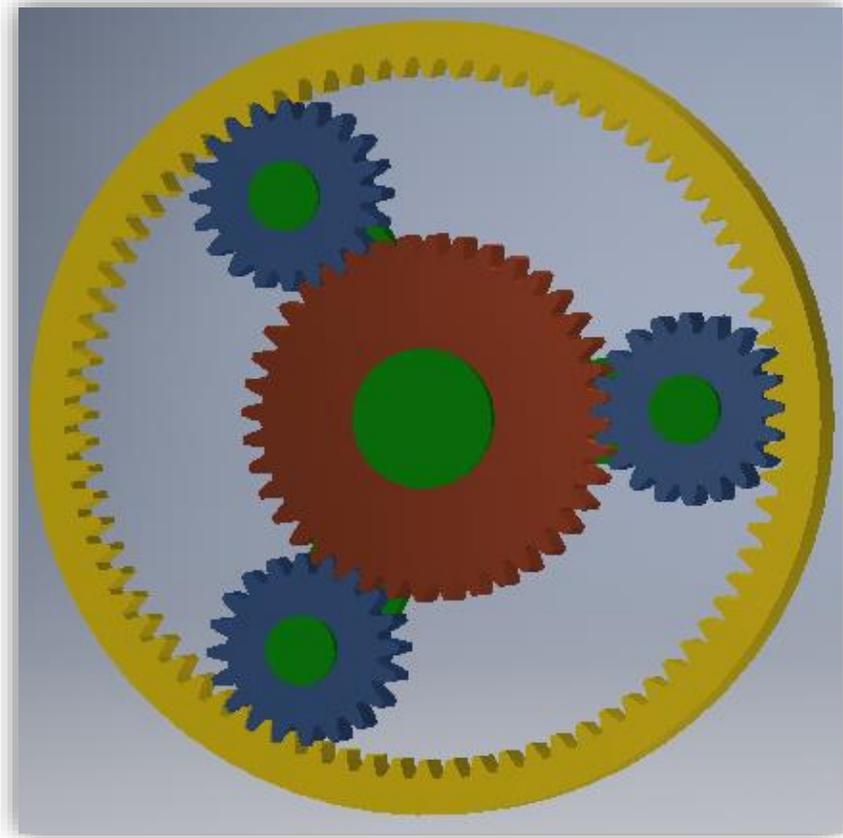


Figura 9 – Trem de engrenagens planetário simples .

4. Análise do fluxo de Torque

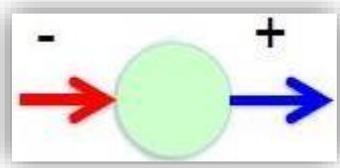
Torque nos engrenamentos

$$\tau_{y,k} + r_k \cdot \tau_{x,k} = 0$$

$$\tau_{z,k} + (1 - r_k) \cdot \tau_{x,k} = 0$$

$$r_k = \pm \frac{Z_y}{Z_x}$$

Torque nos elementos



$$\sum \tau = 0$$

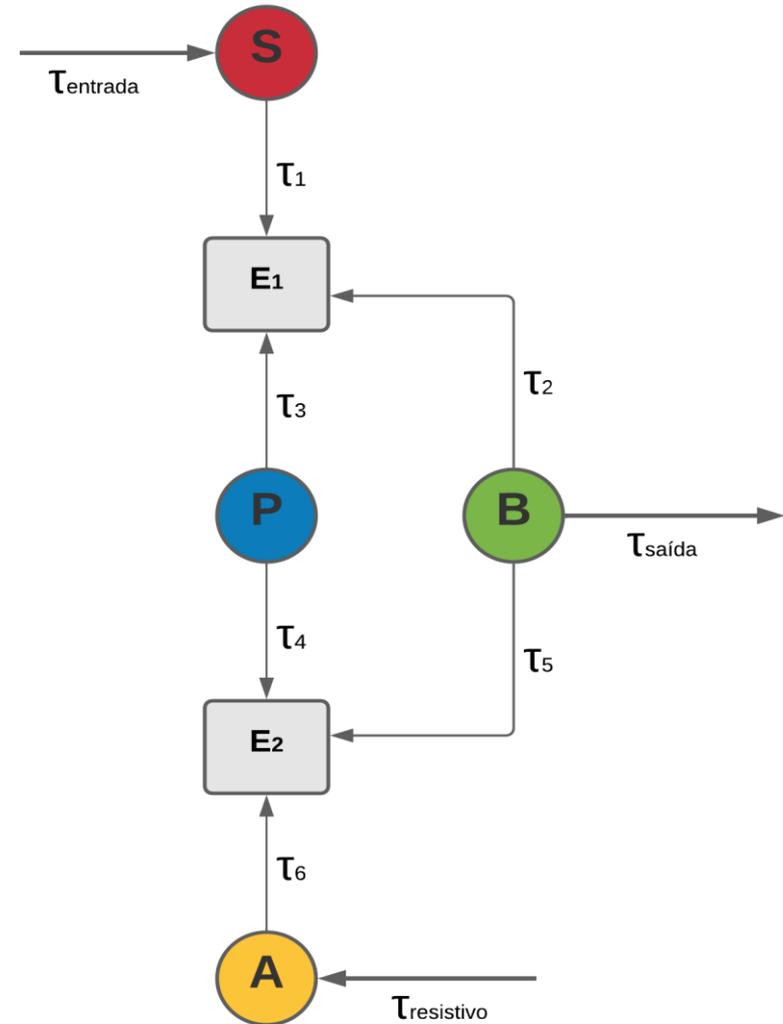


Figura 10 – Diagrama de torque de um redutor planetário.

Modelagem

Engrenamento 1

$$\begin{cases} \tau_1 + r_1 \cdot \tau_3 = 0 \\ \tau_2 + (1 - r_1) \cdot \tau_3 = 0 \end{cases} \quad r_1 = -\frac{D_{solar}}{D_{planeta}}$$

Engrenamento 2

$$\begin{cases} \tau_6 + r_2 \cdot \tau_4 = 0 \\ \tau_5 + (1 - r_2) \cdot \tau_4 = 0 \end{cases} \quad r_2 = \frac{D_{anelar}}{D_{planeta}}$$

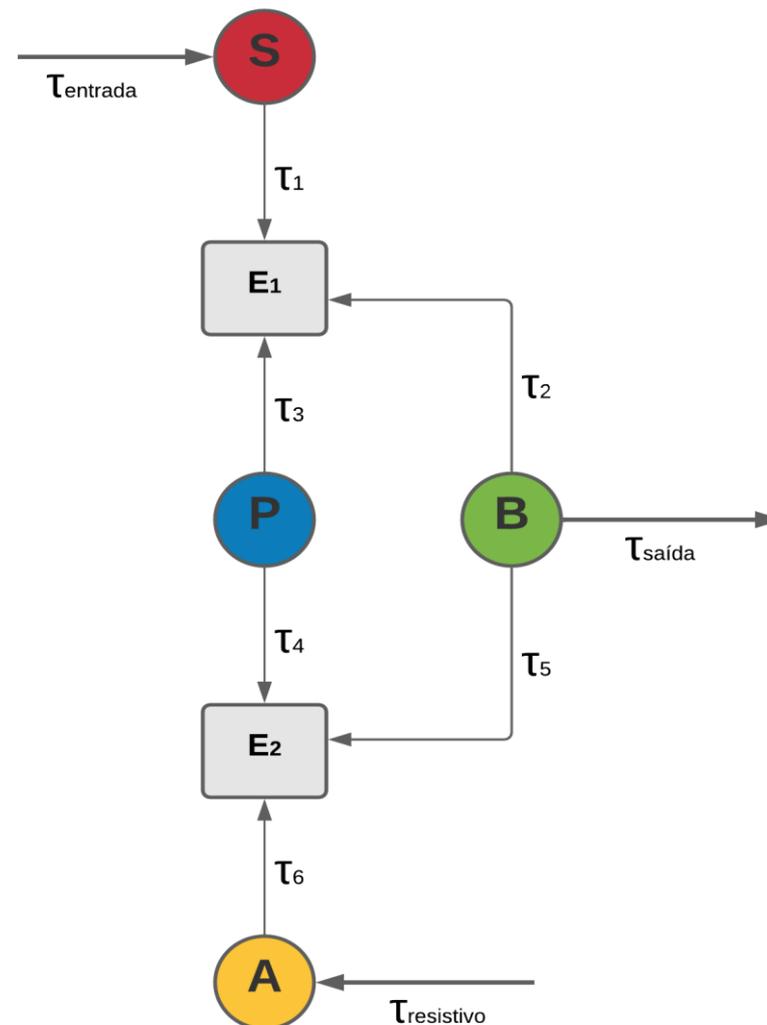


Figura 10 – Diagrama de torque de um redutor planetário.

Elementos

$$\left\{ \begin{array}{l} S : \tau_1 - \tau_{entrada} = 0 \\ P : \tau_3 + \tau_4 = 0 \\ A : \tau_1 - \tau_{resistivo} = 0 \\ B : \tau_2 + \tau_5 + \tau_{saída} = 0 \end{array} \right.$$

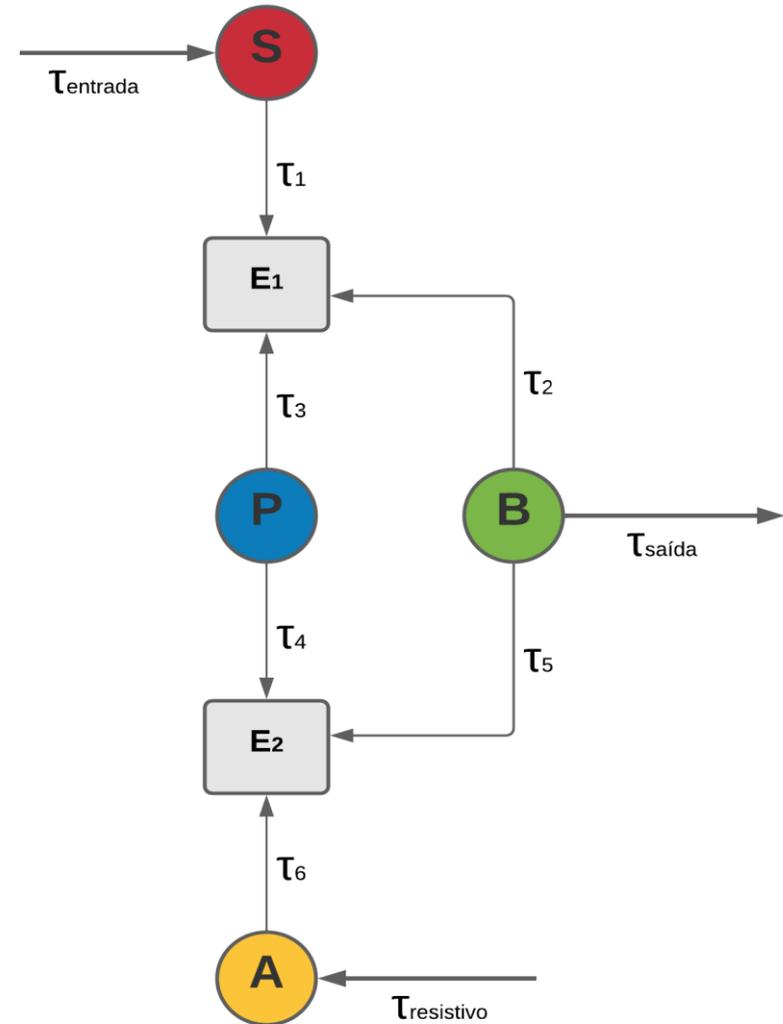


Figura 10 – Diagrama de torque de um redutor planetário.

Sistema linear na forma matricial

$$\begin{bmatrix}
 1 & 0 & r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 1-r_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & r_2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1-r_2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \tau_1 \\
 \tau_2 \\
 \tau_3 \\
 \tau_4 \\
 \tau_5 \\
 \tau_6 \\
 \tau_{resistivo} \\
 \tau_{saída}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 0 \\
 \tau_{entrada} \\
 0 \\
 0 \\
 0
 \end{bmatrix}$$

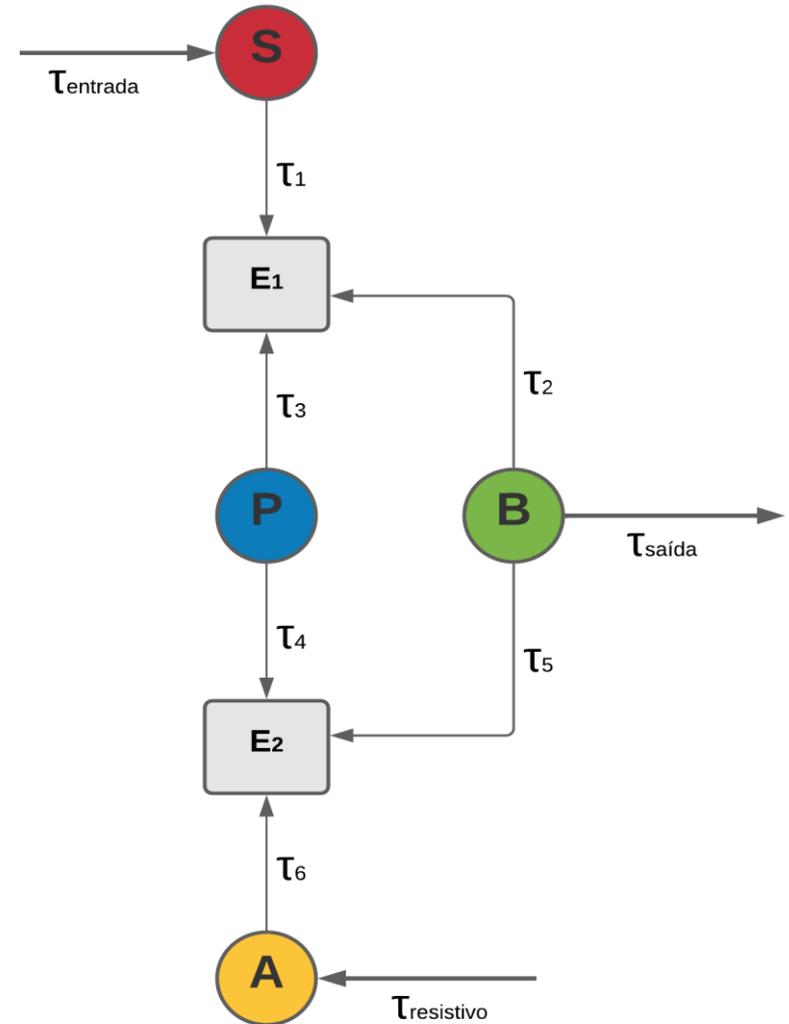


Figura 10 – Diagrama de torque de um redutor planetário.

Modelagem do fluxo de torque

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \\ \tau_4 \\ \tau_5 \\ \tau_6 \\ \tau_{resistivo} \\ \tau_{saída} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ \frac{1-r_1}{r_1} \\ -\frac{1}{r_1} \\ \frac{1}{r_1} \\ \frac{r_2-1}{r_1} \\ -\frac{r_2}{r_1} \\ -\frac{r_2}{r_1} \\ \frac{r_1-r_2}{r_1} \end{bmatrix} \tau_{entrada}$$

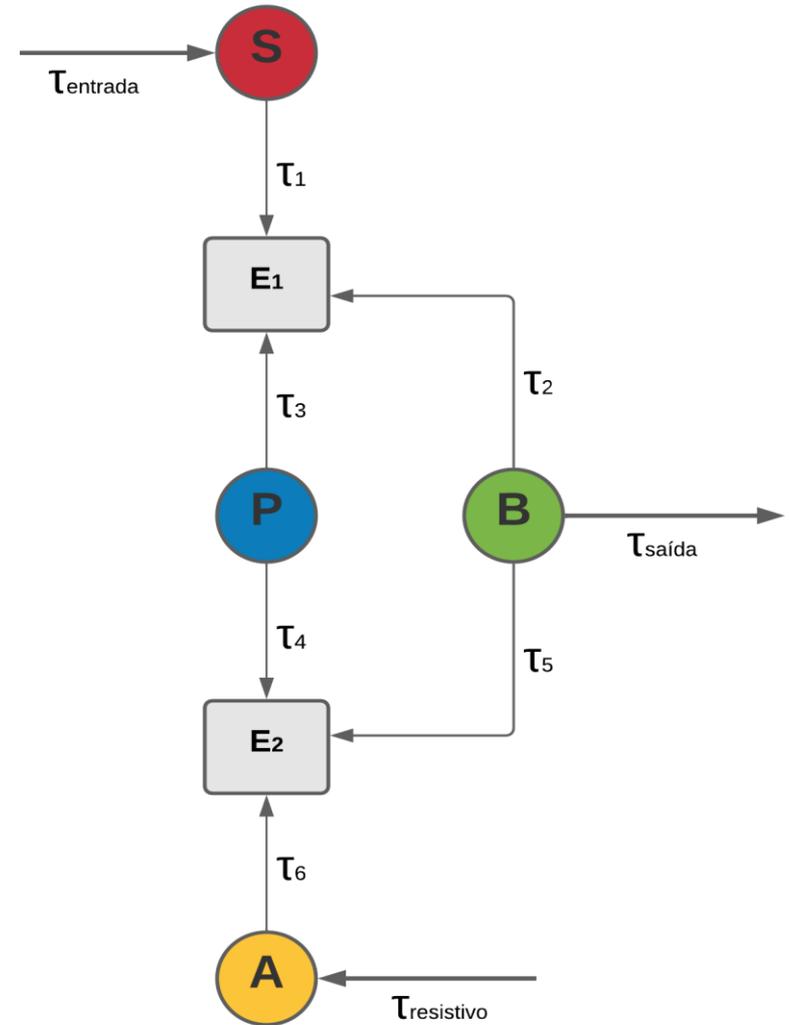


Figura 10 – Diagrama de torque de um redutor planetário.

5. Planilha de cálculo – estágio único

Modelagem de Redutores Planetários

Autor: Arthur Faustino

São Carlos School of Engineering
University of São Paulo

VARIÁVEIS DE ENTRADA

Velocidade de entrada:	100	[rpm]
Relação de transmissão:	3	[-]
$2 < i < 10$		
Diâmetro Eng. Anelar:	200	[mm]
Potência transmitida:	10	[cv]

Figura 11 – Dados de entrada.

MODELAGEM CINEMÁTICA

Velocidade de saída:	33,33	[rpm]
----------------------	-------	-------

Razão básica:	-0,5	[-]
---------------	------	-----

Diâmetro Eng. Solar:	100	[mm]
----------------------	-----	------

Diâmetro Eng. Planeta:	50	[mm]
------------------------	----	------

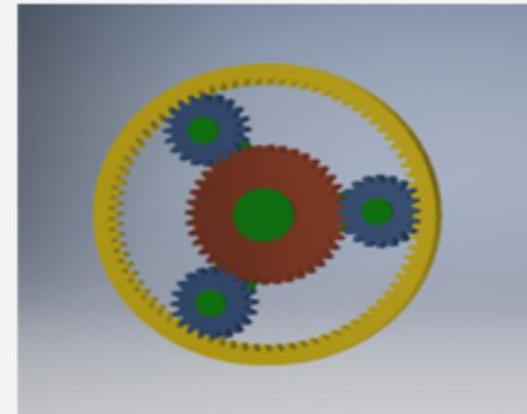


Figura 12 – Resultados da modelagem cinemática.

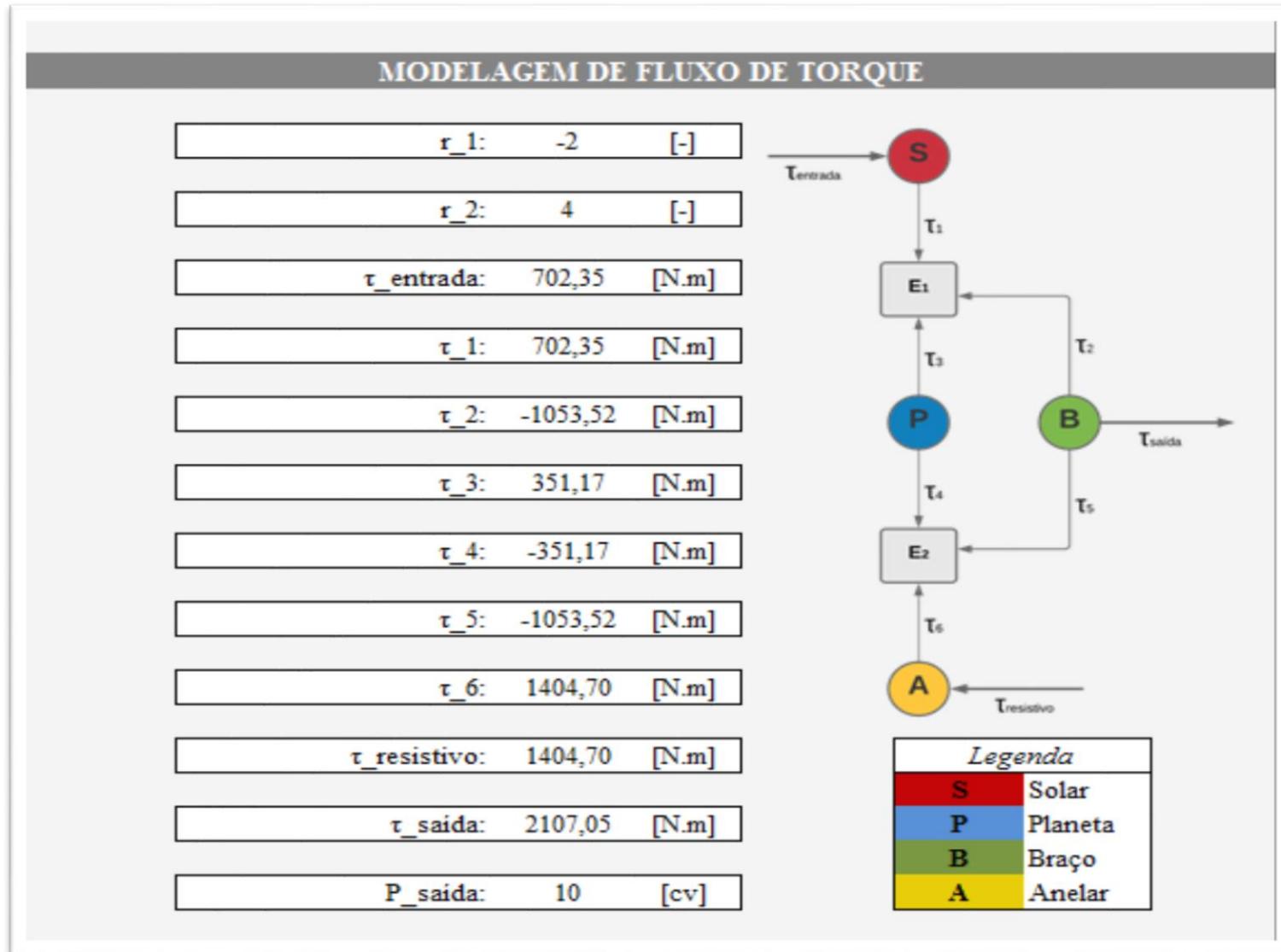


Figura 13 – Resultados da modelagem do fluxo de torque.

Redutor planetário de estágio único

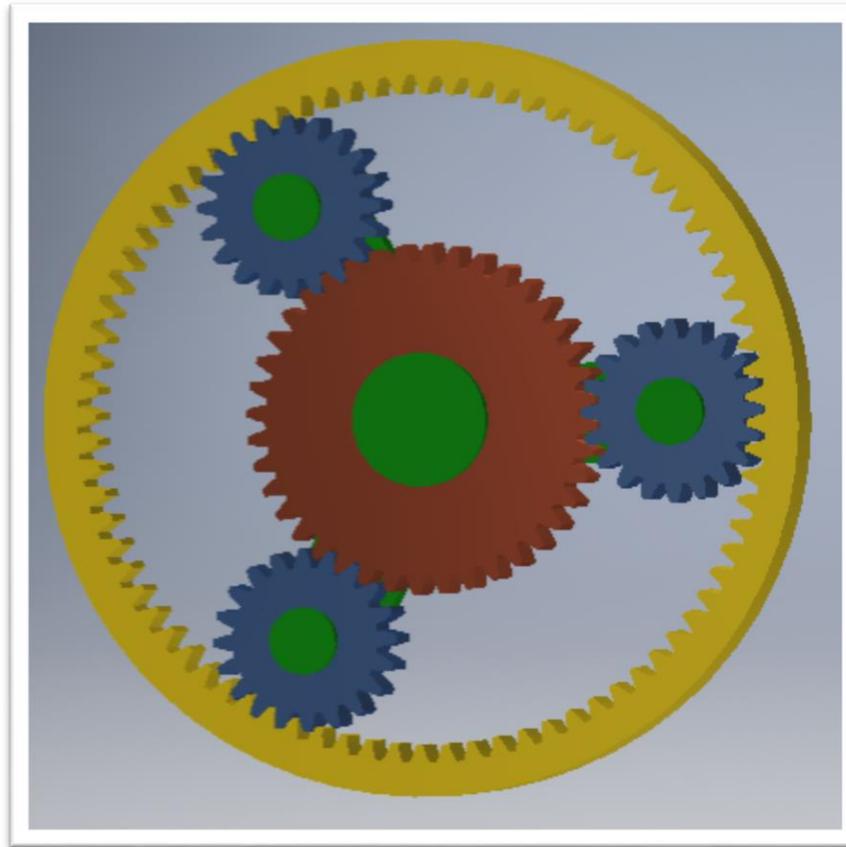


Figura 14 – Modelagem 3D do sistema de redução planetária utilizada no exemplo.

5. Planilha de cálculo – dois estágios

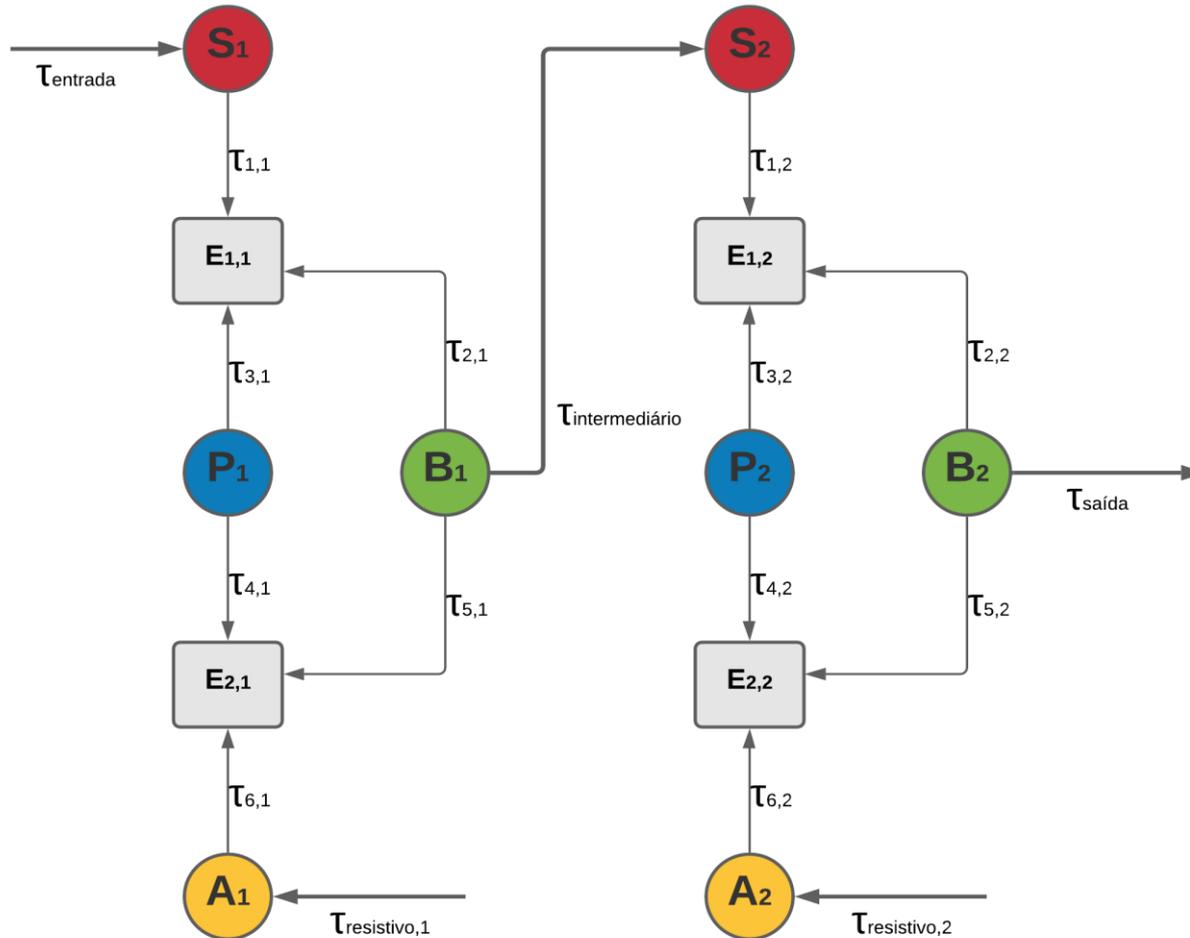


Figura 15 – Representação do redutor planetário de dois estágios por meio do diagrama de fluxo de torque.

Modelagem de Redutores Planetários

Autor: Arthur Faustino



EESC · USP
São Carlos School of Engineering
University of São Paulo

VARIÁVEIS DE ENTRADA

Velocidade de entrada: 100 [rpm]

Relação de transmissão: 9 [-]

$$4 < i < 100$$

Diâmetro Eng. Anelar: 200 [mm]

Potência transmitida: 10 [cv]

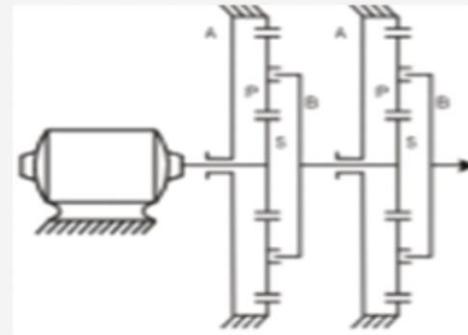


Figura 16 – Dados de entrada.

MODELAGEM CINEMÁTICA

Velocidade de saída:	11,11	[rpm]
----------------------	-------	-------

Razão básica:	-0,5	[-]
---------------	------	-----

Diâmetro Eng. Solar:	100	[mm]
----------------------	-----	------

Diâmetro Eng. Planeta:	50	[mm]
------------------------	----	------

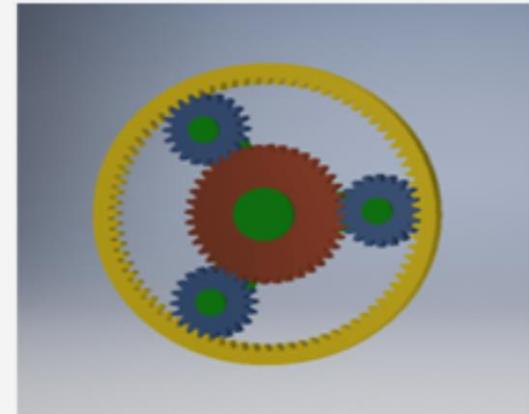


Figura 17 – Resultados da modelagem cinemática.

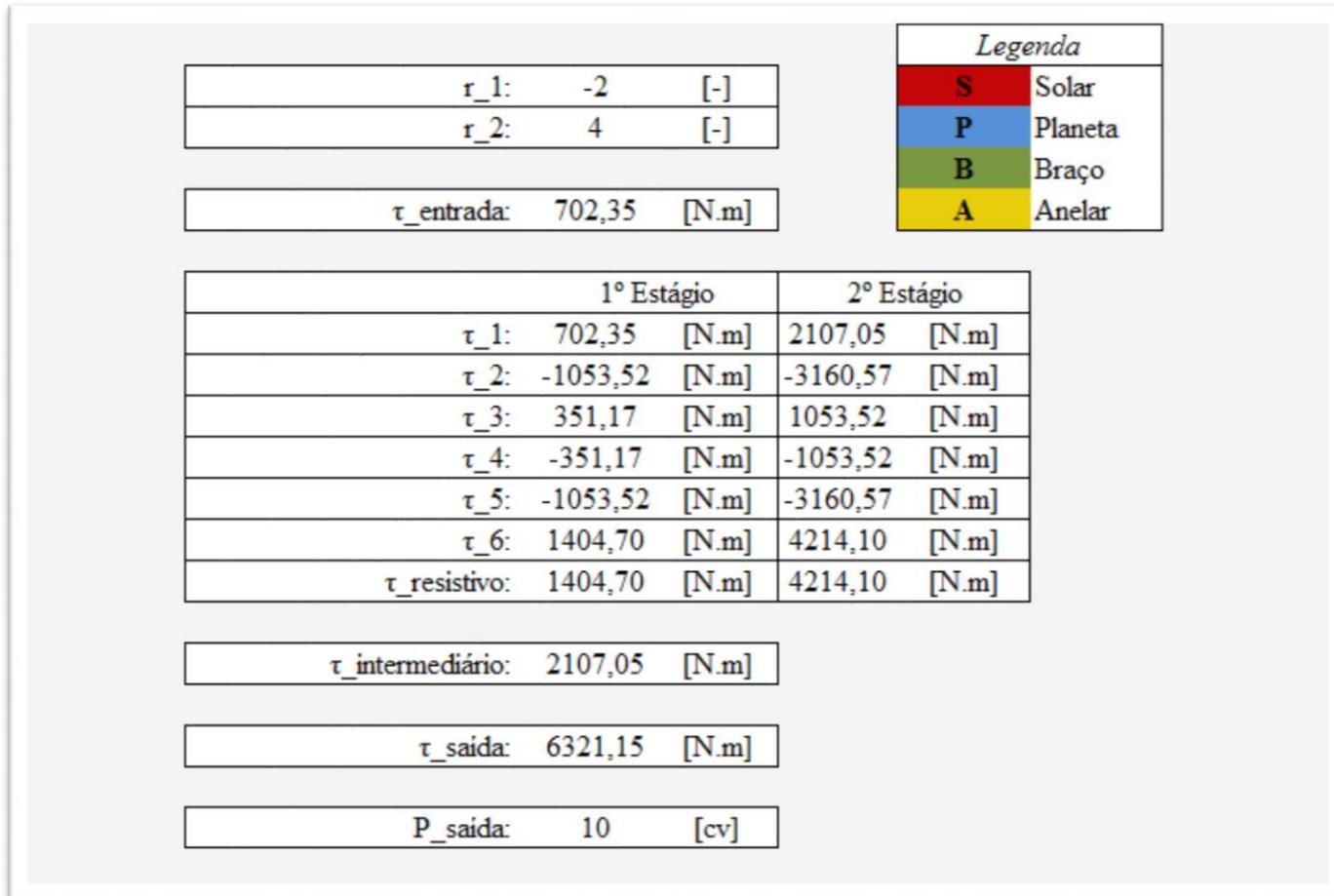


Figura 18 – Resultados da modelagem do fluxo de torque

5. Referências

HSIEH, H-I. Enumeration and selection of clutching sequences associated with epicyclic-type transmission mechanisms. 212p. Tese (Doutorado) - Department of Mechanical Engineering, University of Maryland. College Park, Md, USA. 1997.

MORAIS, R.F. Estudo da dinâmica das transmissões mecânicas por trens de engrenagens planetárias. 130p. Tese (Mestrado) – Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2004.

NORTON, R. L. Projeto de máquinas [recurso eletrônico]: uma abordagem integrada / Robert L. Norton; [tradução: Konstantinos Dimitriou Stavropoulos ... et al.]. – 4. ed. – Dados eletrônicos. – Porto Alegre: Bookman, 2013.

TEIXEIRA, A.F.A.; JUNIOR, E.V.V. Projeto de um sistema de redução de transmissão de um sistema de translação de carrinhos de ponte rolante. São Carlos, SP. USP, 2019.