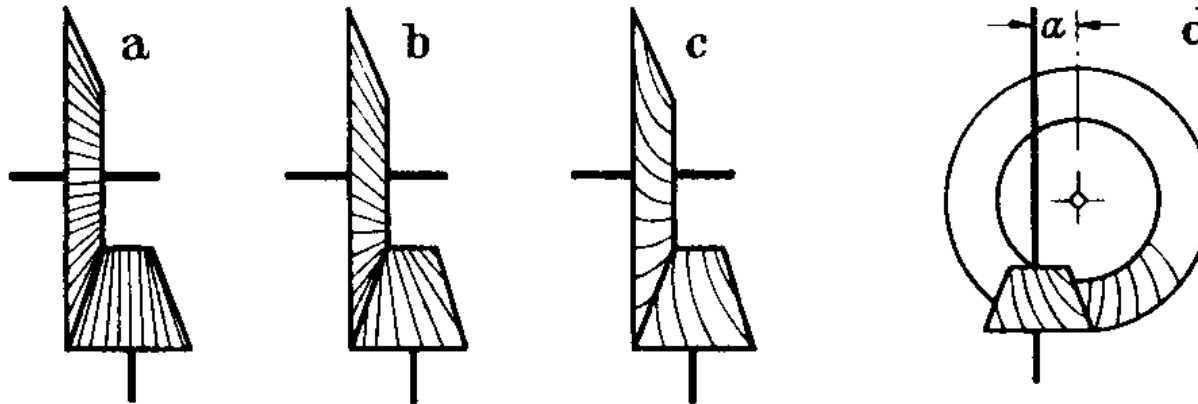


AULA 07

Cálculo de Engrenagens cônicas e parafusos sem fim

2.18. Engrenagens Cônicas

- Aplicação geral: eixos concorrentes
- Tipos principais:
 - a - engrenagem cônica de dentes retos
 - b - engrenagem cônica de dentes inclinados
 - c - engrenagem cônica de dentes curvos
 - d - engrenagem cônica descentrada (hipóide)



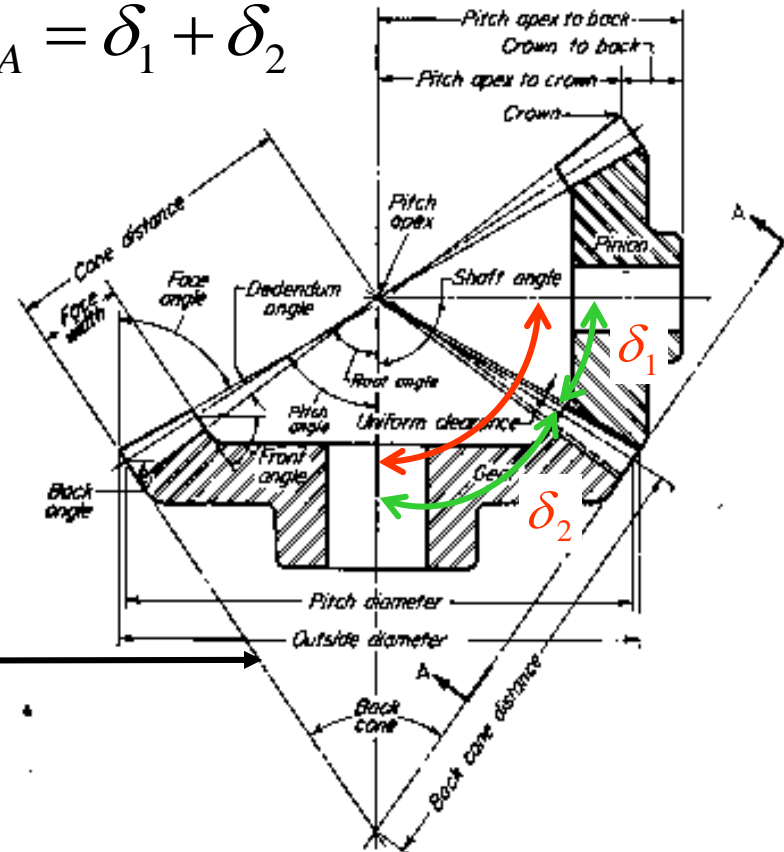
2.18. Engrenagens Cônicas

Não serão estudadas neste curso as engrenagens hipóides e as engrenagens helicoidais de eixos reversos

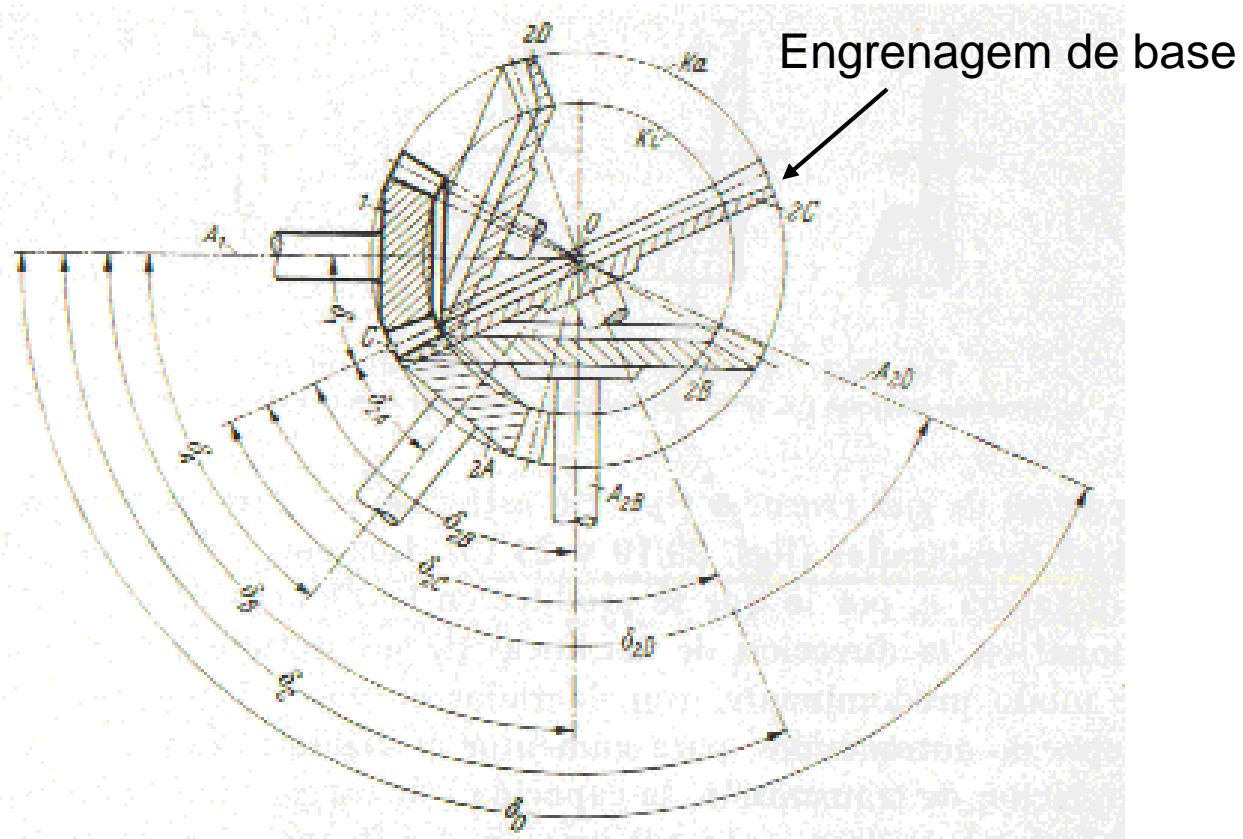
Nomenclatura

- Ângulo entre-eixos δ_A
- Ângulo do cone de rolamento δ_1 ou δ_{o1}
- Notar que altura e largura dos dentes variam ao longo da largura do dente
- Segundo DIN 3971 as grandezas são medidas no cone posterior

$$\delta_A = \delta_1 + \delta_2$$



2.18. Engrenagens Cônicas



- Um mesmo pinhão pode engrenar com várias coroas conforme acima
- De especial interesse é a engrenagem de base que é a engrenagem frontal (ângulo de cone de 180 graus) . Tem o papel de cremalheira p/ engr. cônicas

2.18. Engrenagens Cônicas

▪ As definições e geometrias de engrenagens cilíndricas tem seus equivalentes aqui: cone primitivo, cone de rolamento, cone de raiz, etc.

▪ O mesmo vale para os diâmetros:

➤ diâmetro do círculo de cabeça – d_{k1}

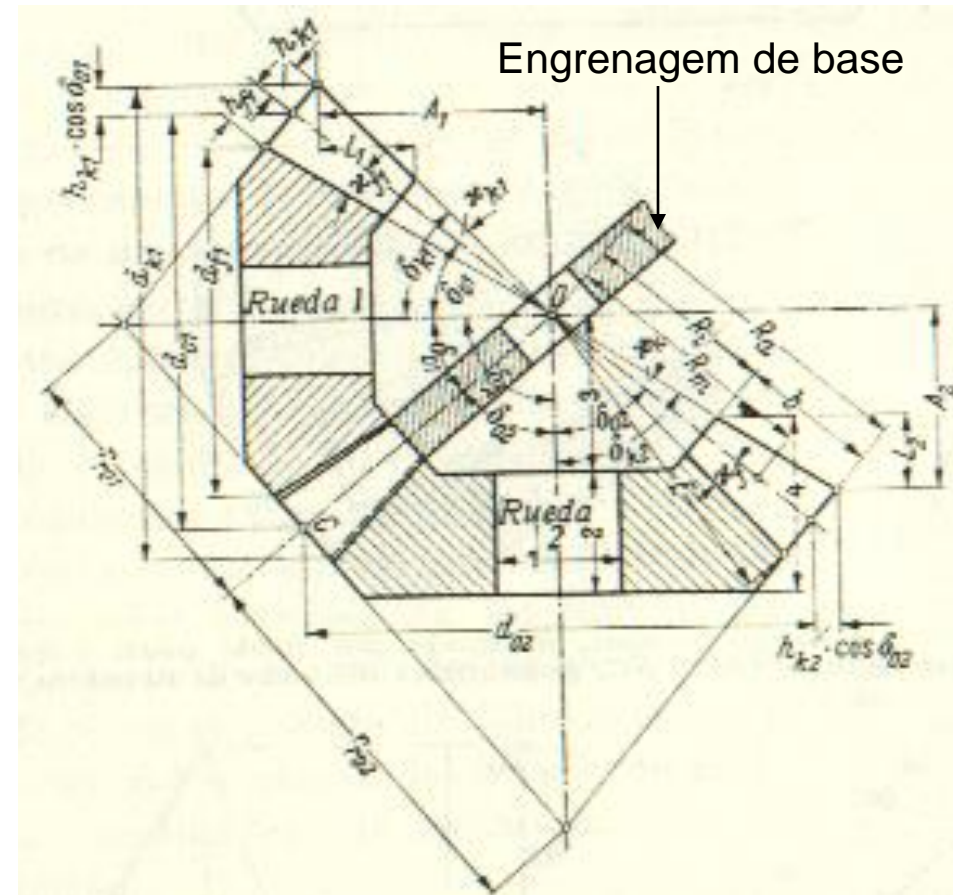
➤ diâmetro do círculo primitivo – d_{01}

➤ diâmetro do círculo de raiz – d_{f1}

➤ adendo – h_{k1}

➤ dedendo – h_{f1}

➤ etc.

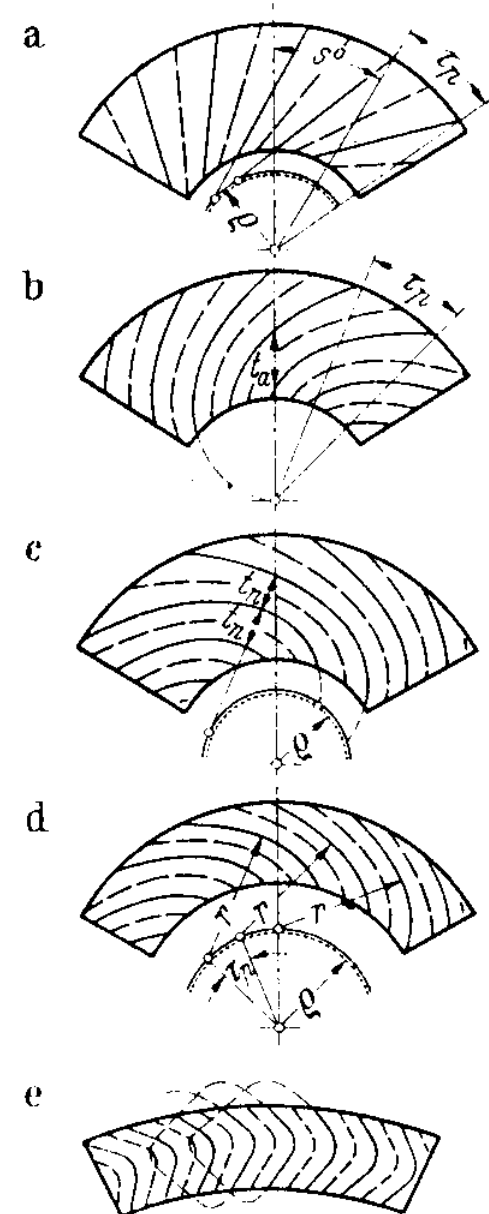


2.18. Engrenagens Cônicas

■ As linhas dos flancos podem variar para permitir vários tipos de engrenamento:

- ✓ engrenamento reto
- ✓ engrenamento reto oblíquo (a)
- ✓ engrenamento espiral (b)
- ✓ engrenamento evolvente (c)
- ✓ engrenamento arco circular (Gleason) (d)
- ✓ engrenamento em ângulo (e)

■ Cada engrenamento exige um movimento diferente da ferramenta e da dentatriz.



2.18. Engrenagens Cônicas

- Os vários tipos de engrenamento permitem:
 - ☐ aumentar largura efetiva.
 - ☐ aumentar grau de recobrimento (ε_c)
 - ☐ diminuir ruído (como resultado).

- Trazem entretanto algumas desvantagens:
 - ☐ aumento da velocidade de escorregamento, exigindo melhor lubrificação.
 - ☐ diminuição do rendimento.

2.18. Engrenagens Cônicas

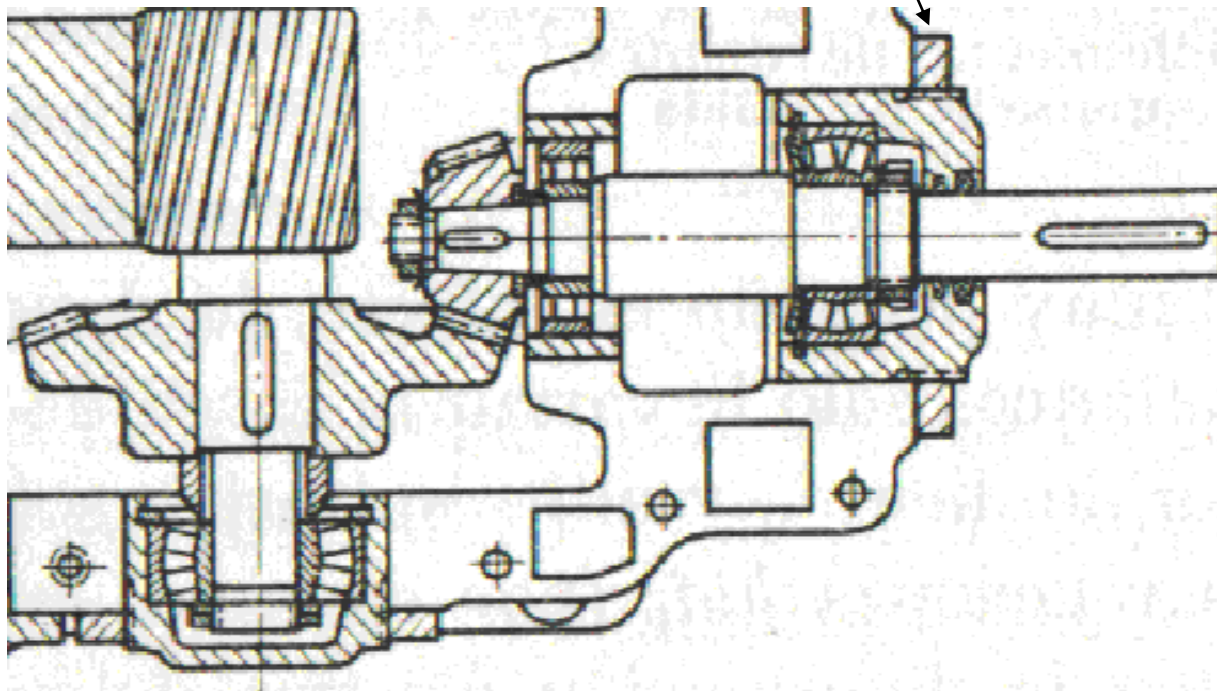
Formas construtivas

As engrenagens cônicas exigem atenção especial em dois aspectos:

1. A existência de **forças axiais** grandes exige, escolha, dimensionamento e montagem corretas dos mancais.
2. Toda engrenagem precisa trabalhar com **folga circunferencial** (*backlash*) correta. Nas cilíndricas ela é garantida pela distância entre-centros (e sua tolerância) corretas. Nas engrenagens cônicas a folga é garantida pela montagem axial.

2.18. Engrenagens Cônicas

- A montagem axial pode ser feita com porca de regulagem como abaixo ou com auxílio de anéis calibrados e montagem seletiva.

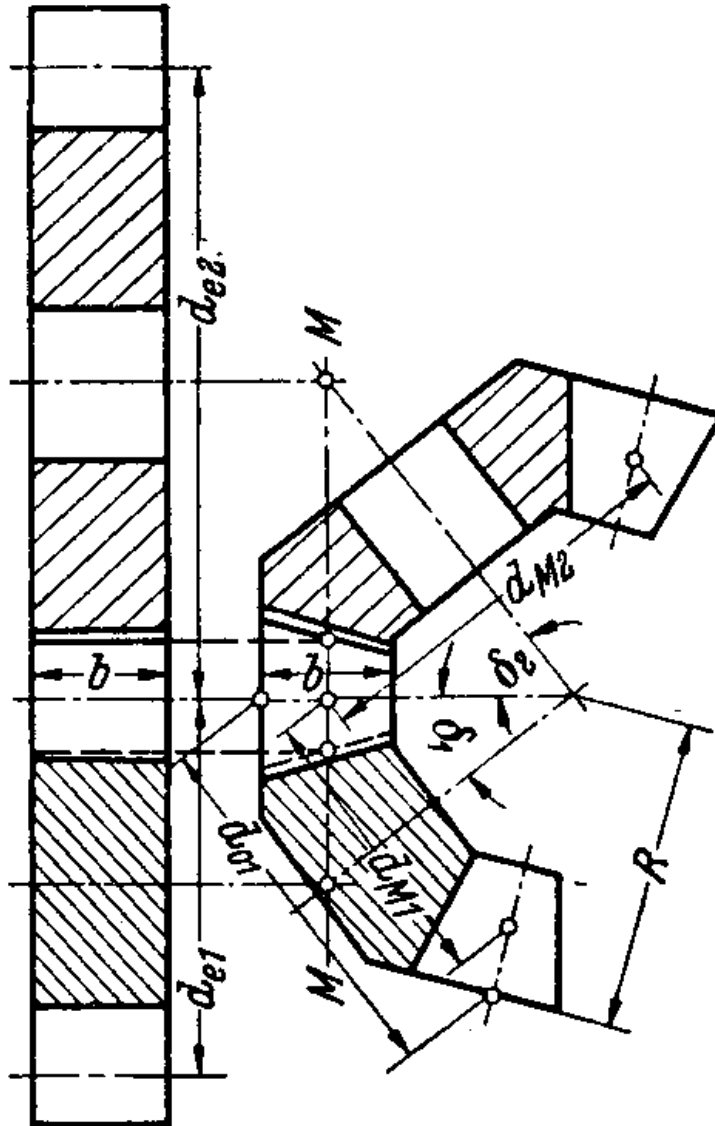


2.18. Engrenagens Cônicas

Dimensionamento e Cálculo das engrenagens cônicas

- A escolha das dimensões iniciais das engrenagens cônicas é feita com auxílio de fatores de forma f_b e f_d encontrados na Tabela 23.1
- A determinação das demais dimensões é feita com as relações geométricas da Tabela 23.2
- As engrenagens cônicas são calculadas referindo-se a um diâmetro médio d_m e com auxílio de engrenagens cilíndricas equivalentes com diâmetro d_{e1}

2.18. Engrenagens Cônicas



$$d_{01} = m \cdot z_1 \quad \text{diâmetro primitivo medido no cone posterior}$$

$$d_{m1} = d_{01} \cdot (1 - f_b) \quad \text{diâmetro médio}$$

$$d_{e1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1} \quad \text{diâmetro primitivo da engrenagem equivalente}$$

2.18. Engrenagens Cônicas

A Tabela 23.2 apresenta as principais relações geométricas

Observación: Comúnmente coinciden el cono de rodadura y el primitivo, de modo que $\sigma_1 = \sigma_{01}$; $u_{b1} = d_{01}$, etcétera

Fór- mula núm.	Dimensiones	Unidades	Relaciones
Medidas del emparejamiento (referidas al cono de rodadura):			
1	Ángulo de los ejes	Grados	$\delta_A = \delta_1 + \delta_2$
2	Ángulo del cono de rodadura.	Grados	δ_1 de $\text{tg } \delta_1 = \frac{\text{sen } \delta_A}{i + \cos \delta_A}$; $\delta_2 = \delta_A - \delta_1$;
3	Longitud del cono de rodadura	mm	$R_b = 0,5 d_{b1}/\text{sen } \delta_1 = 0,5 d_{b2}/\text{sen } \delta_2$; generalmente es $R_b = R_a$
4	Diámetro del círculo de rodadura (en el cono posterior).	mm	$d_{b1} = 2 R_b \text{sen } \delta_1$; $d_{b2} = 2 R_b \text{sen } \delta_2$; generalmente es $d_b = d_0$
5	Relación de transmisión . . .	—	$i = z_2/z_1 = d_{b2}/d_{b1} = \text{sen } \delta_2/\text{sen } \delta_1$
6	Para $\delta_A = 90^\circ$		$\text{tg } \delta_2 = 1/\text{tg } \delta_1 = i$; $1/\cos \delta_2 = 1/\text{sen } \delta_1 = \sqrt{i^2 + 1}$
Medidas de fabricación (referidas al círculo primitivo en el cono posterior):			
7	Ángulo del cono primitivo . . .	Grados	δ_{01} ; δ_{02}
	Ángulo de engrane	Grados	α_0, α_{0n} ; $\text{tg } \alpha_0 = \text{tg } \alpha_{0n}/\cos \beta_0$
	Ángulo de inclinación	Grados	β_0
	Número de dientes	—	z_1, z_2
8	Diámetro del círculo primitivo	mm	$d_{01} = m z_1$; $d_{02} = m z_2 = i d_{01}$
9	Módulo en la sección frontal.	mm	$m = d_{01}/z_1 = d_{02}/z_2 = m_n/\cos \beta_0$
10	Módulo en la sección normal.		$m_n = m \cos \beta_0$
11	Longitud del cono primitivo.	mm	$R_a = 0,5 d_0/\text{sen } \delta_0$
	Ancho de diente	mm	b

2.18. Engrenagens Cônicas

12	Dimens. secundarias	Ángulo del cono de cabeza..	Grados	$\delta_{k1} = \delta_{01} + x_{k1}; \delta_{k2} = \delta_{02} - x_{k2}$	
13		Ángulo de cabeza	Grados	$x_{k1}, x_{k2};$ en la fig. 23/13 a, se tiene $\text{tg } x_{k1} = h_{k1}/R_a$ y $\text{tg } x_{k2} = h_{k2}/R_a$	
		Altura de cabeza de diente..	mm	$h_{k1}; h_{k2}$	
		Altura del pie de diente....	mm	$h_{f1}; h_{f2}$	
14		Diámetro del círculo de cabeza	mm	$d_{k1} = d_{01} + 2 h_{v1} \cos \delta_{01}; d_{k2} = d_{02} + 2 h_{k2} \cos \delta_{02}$	
15	Longitud del cono posterior.	mm	$r_{r01} = R_a \text{tg } \delta_{01}; r_{r02} = R_a \text{tg } \delta_{02}$		
Dimensiones medias (referidas al centro del ancho del diente y al cono de rodadura):					
16		Ángulo de inclinación.....	Grados	β_m	Para $\delta_A = 90^\circ$: $f_b = \frac{b}{d_{b1} \sqrt{i^2 + 1}}$
		Diámetro	mm	$d_{m1} = d_{b1} (1 - f_b); d_{m2} = (i \cdot d_{m1})$	
17		Relación de anchuras (tabla 23/1).	—	$f_b = \frac{b}{2R_b} = \frac{b}{d_{b1}} \text{sen } \delta_1 = \frac{b}{d_{b2}} \text{sen } \delta_2$	
		Altura de cabeza de diente	mm	$h_{km1}; h_{km2}$	
		Desplazamiento del perfil	mm	$x_{m1} \cdot m_{en} = - x_{m2} \cdot m_{en}$	
Ruedas frontales equivalentes:					
18		Ángulo de engrane (sección normal)	Grados	α_{en} generalmente = α_{0n}	
19		Ángulo de inclinación.....	Grados	$\beta_e = \beta_m$	
20		Relación de transmisión	—	$i_e = z_{e2}/z_{e1} = i \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2} = \text{tg } \delta_2 / \text{tg } \delta_1$	$i_e = i^2$
21		Número de dientes (no redondo).	—	$z_{e1} = z_1 / \cos \delta_1; z_{e2} = z_2 / \cos \delta_2$	$z_{e1} = z_1 \sqrt{(i^2 + 1)/i^2}$
22		Diámetro del círculo de rodadura.	mm	$d_{e1} = d_{m1} / \cos \delta_1 = d_{b1} (1 - f_b) / \cos \delta_1$	$z_{e2} = z_2 \sqrt{i^2 + 1}$
			mm	$d_{e2} = d_{m2} / \cos \delta_2 = d_{e1} \cdot i_e$	
23		Módulo en la sección frontal ...	mm	$m_e = d_{m1} / z_1 = d_{e1} / z_{e1} = d_{e2} / z_{e2}$	$d_{e1} = \frac{d_{m1}}{\sqrt{(i^2 + 1)/i^2}}$
24		Módulo en la sección normal ..	mm	$m_{en} = m_e \cos \beta_m = d_{e1} \cos \beta_m / z_{e1}$	$d_{e2} = i^2 d_{e1}$
25		Ancho de diente	mm	$b_e = b$	
26		Número de dientes en la sección normal	—	$z_{en1} = z_{e1} \cdot z_n / z; z_{en2} = z_{e2} \cdot z_n / z$ con z_n / z según la tabla 22/19	

2.18. Engrenagens Cônicas

- Exemplos de Cálculos

Calcular o par de engrenagens cônicas abaixo, dados:

$$N_1 = 8 \text{ [CV]}$$

$$n_1 = 300 \text{ [rpm]}$$

$$i = 6$$

$$\delta_A = 90^\circ$$

qualidade 8, material pinhão C60 e coroa GG26

2.18. Engrenagens Cônicas

• Exemplos de Cálculos

▪ Dimensões principais do par de engrenagens cônicas

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{85}{14} = 6,07 \quad \text{com no. de dentes escolhidos segundo tab 23.1}$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{i} = 0,165 \Rightarrow \delta_1 = 9,33[\text{graus}] \quad \text{e} \quad \delta_2 = 90 - \delta_1 = 80,67$$

da Tab 23.1 $\Rightarrow f_b = 0,123$ e $f_d = 1,16$ para $i = 6$

$B_{\text{adm}} = 0,16 [\text{kgf/mm}^2]$ tensão nominal média

admissível segundo tab 22.11

$$d_{\text{ml min}} = 113 \sqrt[3]{\frac{N_1 \cdot f_d}{n_1 \cdot B_{\text{adm}}}} = 65 \text{ [mm]}$$

2.18. Engrenagens Cônicas

• Exemplos de Cálculos

▪ Dimensões principais do par de engrenagens cônicas

$$d_{p \text{ estimado}} = \frac{d_{m1}}{1 - f_b} = 75 \quad \text{e} \quad m_{\text{estimado}} = \frac{d_{p \text{ estimado}}}{z_1} = 5,5 ; \text{ adotado } m = 5,5$$

$$d_{p1} = m \cdot z_1 = 14 \cdot 5,5 = 77 \text{ [mm]} \quad \text{e} \quad d_{p2} = m \cdot z_2 = 34 \cdot 13,7 = 467,5 \text{ [mm]}$$

$$b = \frac{f_b \cdot d_{p1}}{\sin \delta_1} = 58 \text{ [mm]}$$

$$d_{m1} = d_{p1} \cdot (1 - f_b) = 67,5 \text{ [mm]} > d_{m1 \text{ min}}$$

▪ As demais dimensões são calculadas usando as relações da tabela 23.2

2.18. Engrenagens Cônicas

• Exemplos de Cálculos

- Cálculo da engrenagem cônica pela engrenagem cilíndrica equivalente

$$d_{e1} = \frac{d_{m1}}{\cos \delta_1} = 68,4 \text{ [mm]}$$

$$d_{m2} = i \cdot d_{m1} \quad \text{e} \quad d_{e2} = \frac{d_{m2}}{\cos \delta_2} = 2527,88 \text{ [mm]}$$

$$b_e = b = \frac{f_b \cdot d_{p1}}{\sin \delta_1} = 58 \text{ [mm]} \quad ; \quad \alpha_{en} = \alpha_{0n} = 20$$

$$\beta_{en} = \beta_m = 0 \quad ; \quad z_{e1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1} = 14,19$$

$$z_{e2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2} = 525 \quad ; \quad i_e = i \cdot \frac{\cos \delta_1}{\cos \delta_2} = 36,95 \quad ; \quad m_e = \frac{d_{e1}}{z_1} = 4,82$$

2.18. Engrenagens Cônicas

• Exemplos de Cálculos

- Cálculo da engrenagem cônica pela engrenagem cilíndrica equivalente

Entrar na planilha de cálculo com: $i_e, n, N, m_e, \alpha_{en}, \beta_{en}, z_{e1}$ e b_e

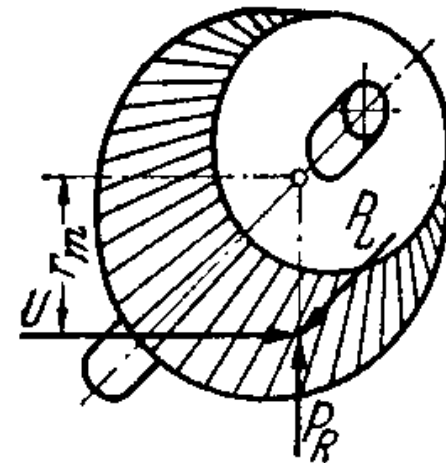
o resto segue normalmente até obter S_{Bi}, S_{Gi}, L_h, etc

Forças para cálculo do eixo e dos mancais

$$U = 1,43 \cdot 10^6 \frac{N_1}{n_1 \cdot d_{m1}} \quad [\text{kgf}] \quad \text{força tangencial aplicada no ponto M}$$

$$P_{R1,2} = U \cdot \left(\frac{\text{tg } \alpha_n \cdot \cos \delta_{1,2}}{\cos \beta_m} \pm \text{tg } \beta_m \cdot \text{sen } \delta_{1,2} \right)$$

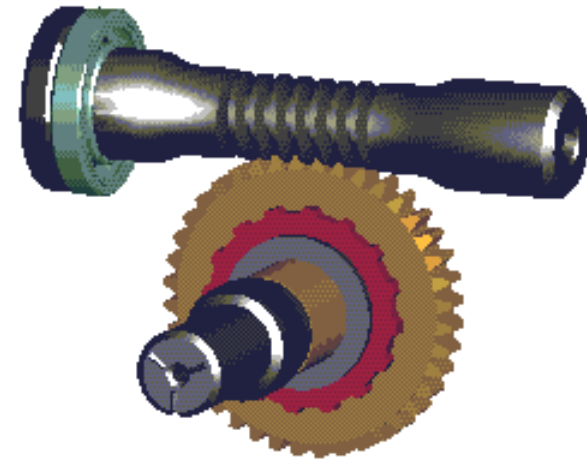
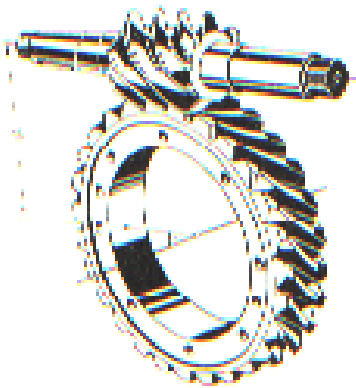
$$P_{\text{axial}1,2} = U \cdot \left(\frac{\text{tg } \alpha_n \cdot \text{sen } \delta_{1,2}}{\cos \beta_m} \pm \text{tg } \beta_m \cdot \cos \delta_{1,2} \right)$$



2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Aplicação geral:

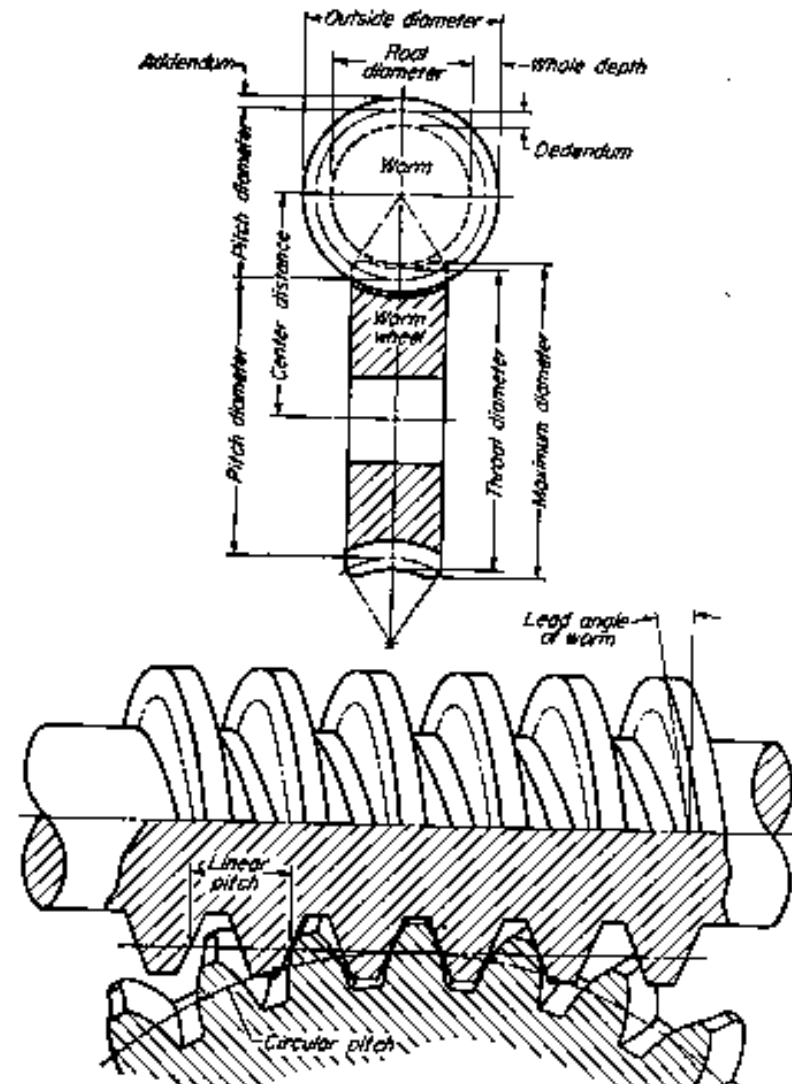
- Eixos concorrentes a 90°
- Grandes relações de transmissão i em um só par: de **1** até **100**
- Rotação de entrada de até 40.000 rpm (velocidade tangencial até 69 m/s)
- Força tangencial na coroa até 80.000 kgf
- Potência até 1.400 CV



2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Características:

- Grande velocidade de escorregamento nos dentes \Rightarrow amortecimento de ruído e funcionamento silencioso, porém maior perda de potência e rendimento.
- O rendimento é alto apenas para i de 1 a 5. Por ex., para $i = 60$, $\eta = 55\%$
- Grandes forças axiais e radiais que precisam ser absorvidas pelos mancais.
- Grande relação de contato ε , de 2 a 4 dentes em contato.
- Pode ser usada rosca de mais de uma entrada dando passo maior.



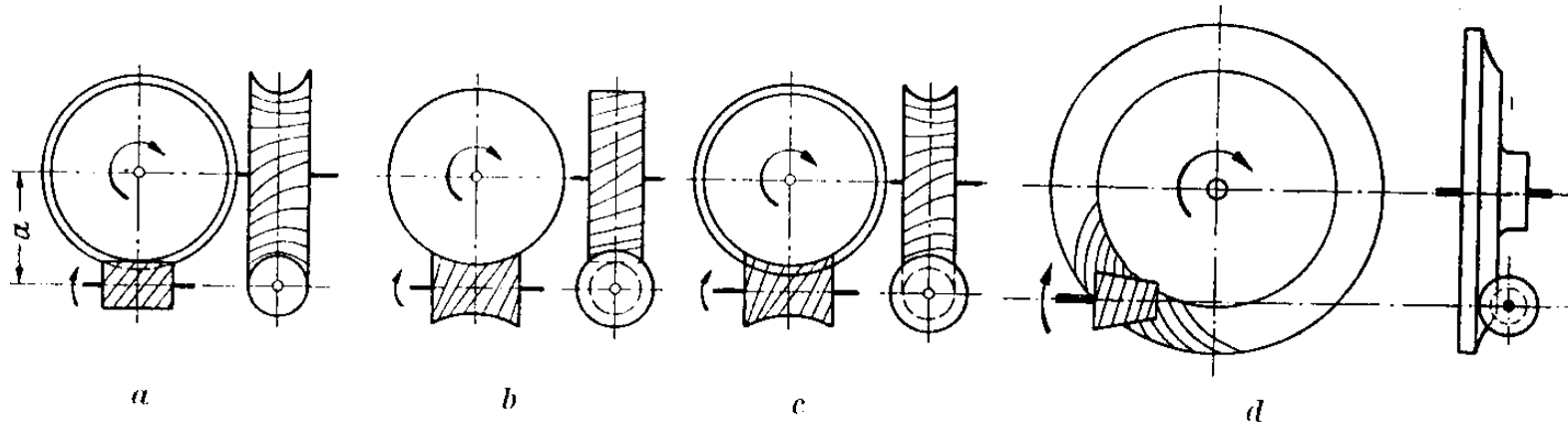
2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Características:

- **Solução mais compacta e mais barata que engrenagens cilíndricas.**
- **Aplicação interessante com auto-retenção (tangente do angulo de hélice menor que coeficiente de atrito). No caso de elevador de carga faz a redução necessária e dispensa o uso de freio.**

2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Forma dos parafusos e dos dentes



Forma dos parafusos

- Parafuso sem-fim cilíndrico e coroa de perfil côncavo (a) – é o mais usado.
- Parafuso de perfil côncavo e coroa cilíndrica (b)
- Ambos de perfil côncavo (c)
- Parafuso cônico (d)

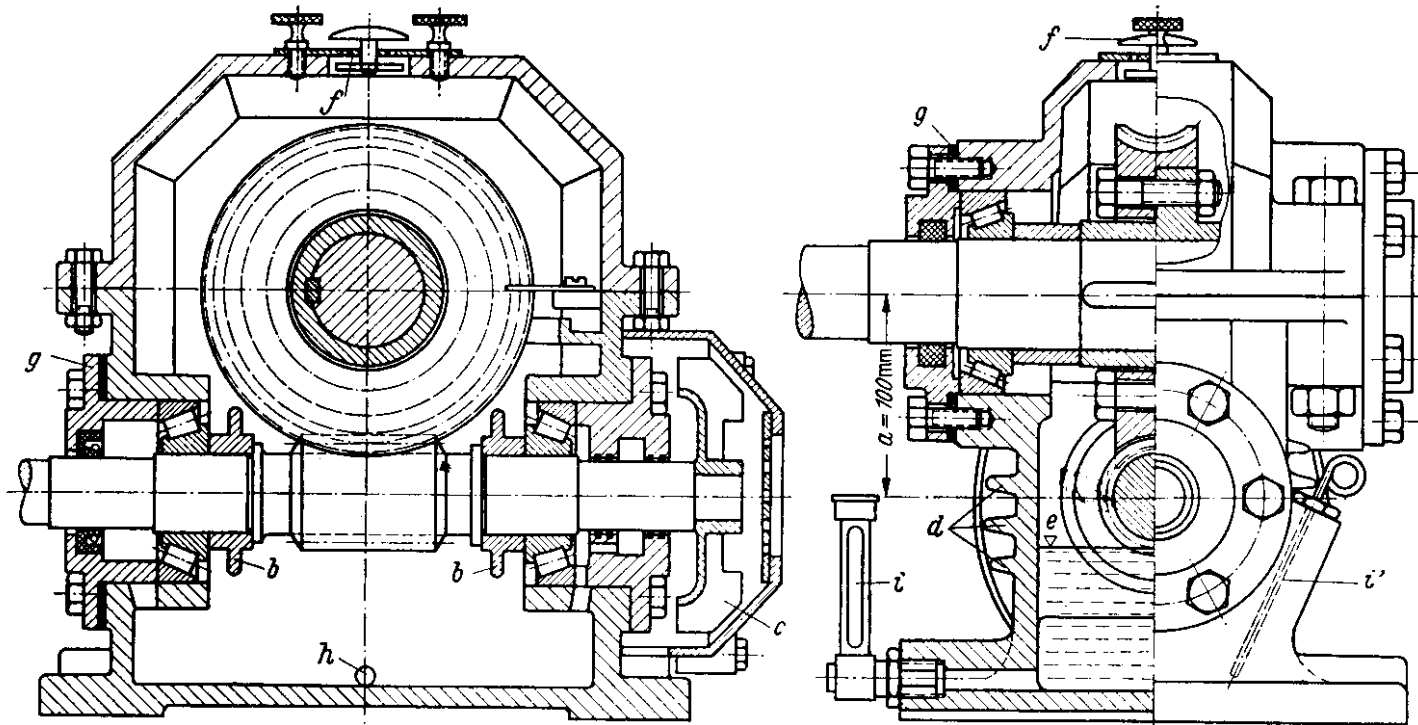
Ferramenta com forma da coroa faz o parafuso e vice-versa

2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Formas construtivas

Eixo do parafuso sem-fim

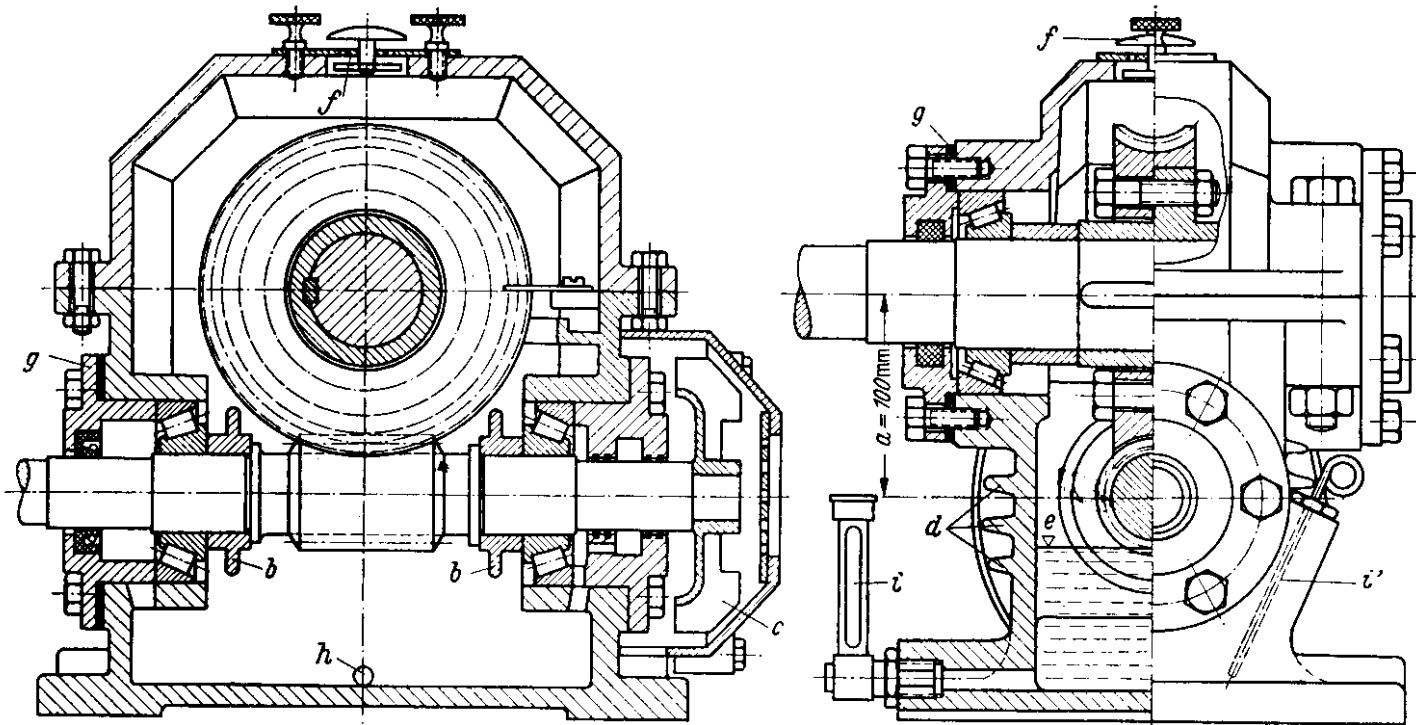
- Usualmente está abaixo da coroa, com lubrificação forçada pode ser acima ou ao lado.
- Mancais devem suportar cargas axiais grandes e reversíveis, portanto são de contato angular de duas careiras de esferas ou então cônicos.



2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

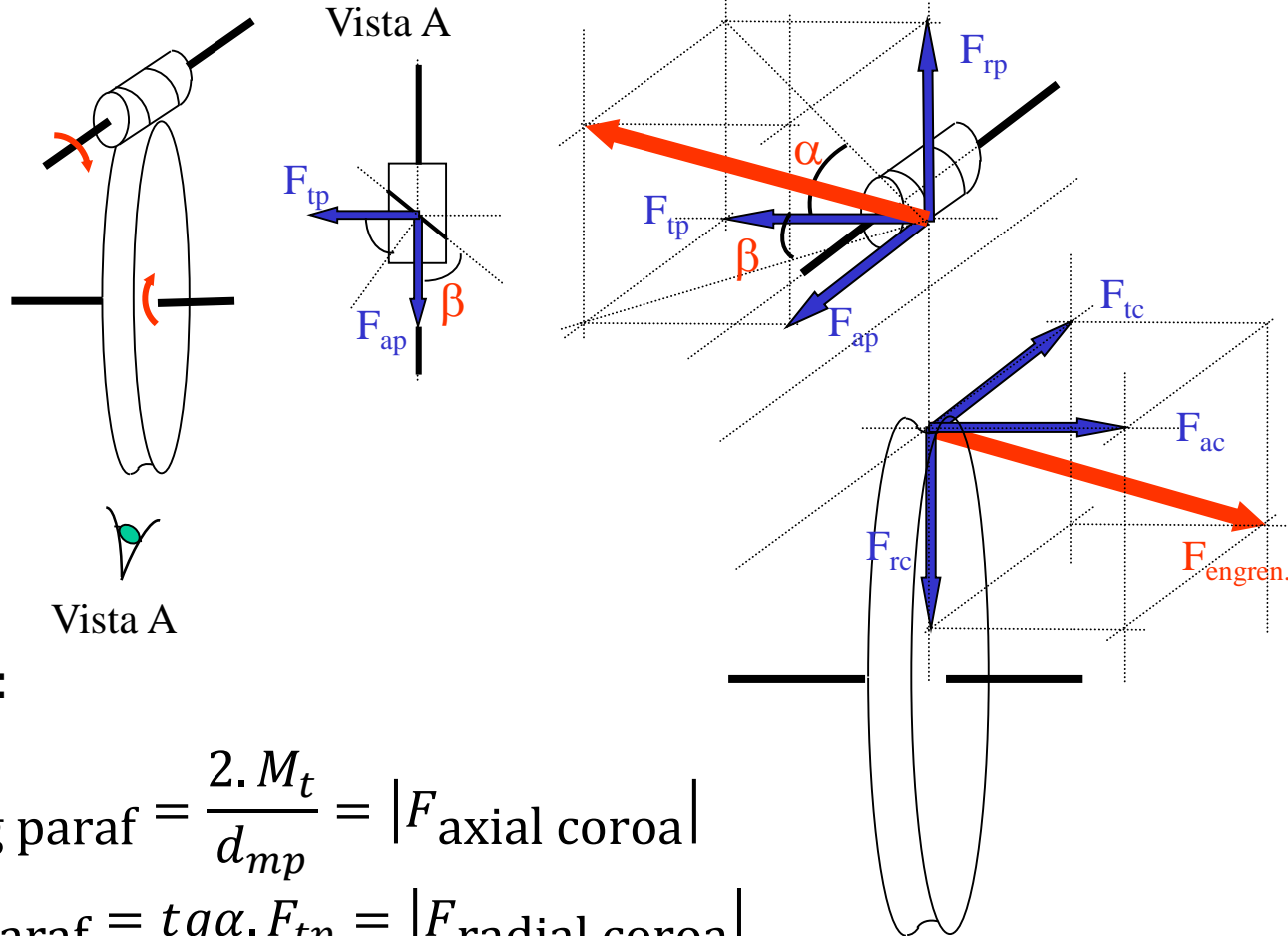
Formas construtivas

- Notar detalhes construtivos: vedador, anel lubrificante. Centrífuga (evita também entrada de material estranho).
- Fixação axial é muito importante: faz localização e suporta carga axial que é descarregada finalmente na caixa.
- Ver forças na página seguinte



2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Forças nos eixos:



Supondo coroa movida:

$$N, n \Rightarrow M_t \Rightarrow F_{\text{tang paraf}} = \frac{2 \cdot M_t}{d_{mp}} = |F_{\text{axial coroa}}|$$

$$F_{\text{radial paraf}} = \text{tg} \alpha \cdot F_{tp} = |F_{\text{radial coroa}}|$$

$$F_{\text{axial paraf}} = \text{tg} \beta \cdot F_{tp} = |F_{\text{tangencial coroa}}|$$

2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Forças nos eixos:

- N.B.:**
- ângulo de hélice: β (hélice direita ou esquerda);
 - ângulo de contato do dente: α ;
 - rotação n ;
 - começar estudo pelo sentido força tangencial da engrenagem movida.

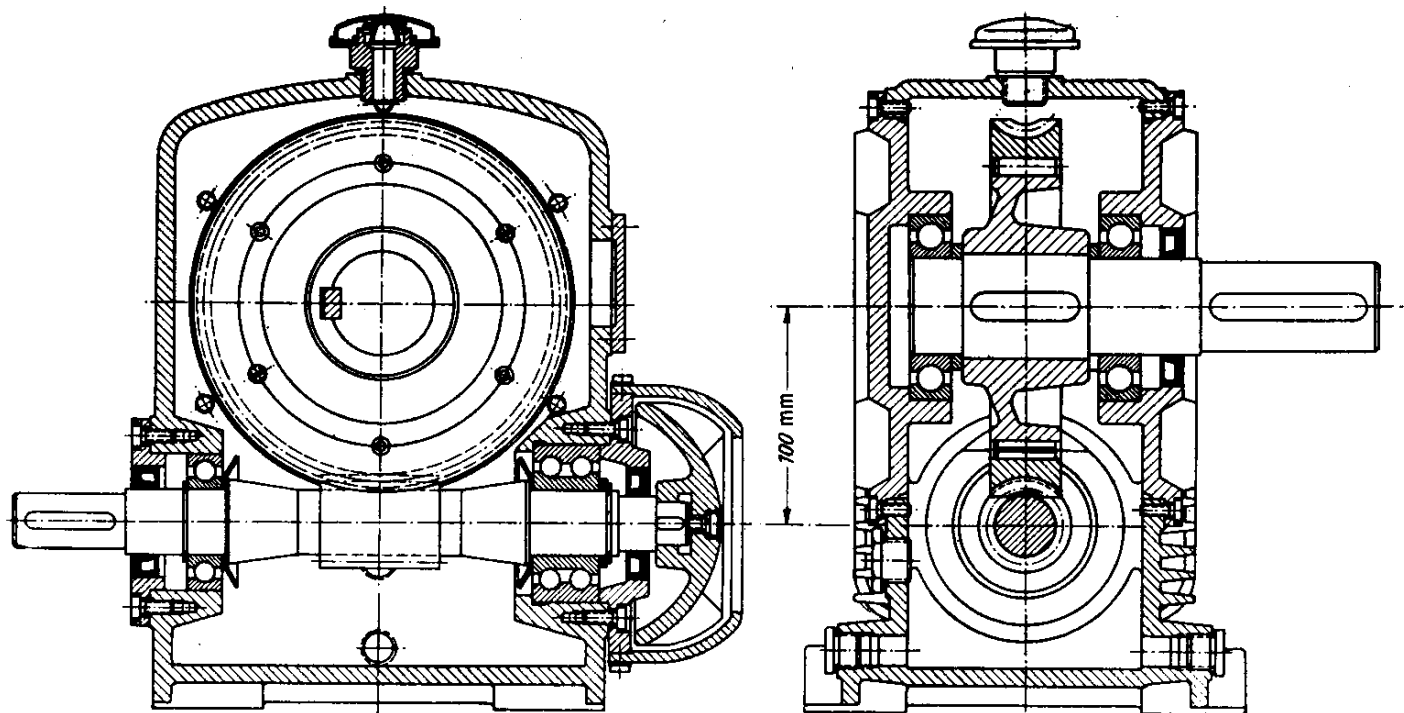
Eixo da coroa:

- Também suporta forças axiais grandes, exigindo mancais bem dimensionados.
- Cubo deve ser largo para bom apoio.

2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Material usado:

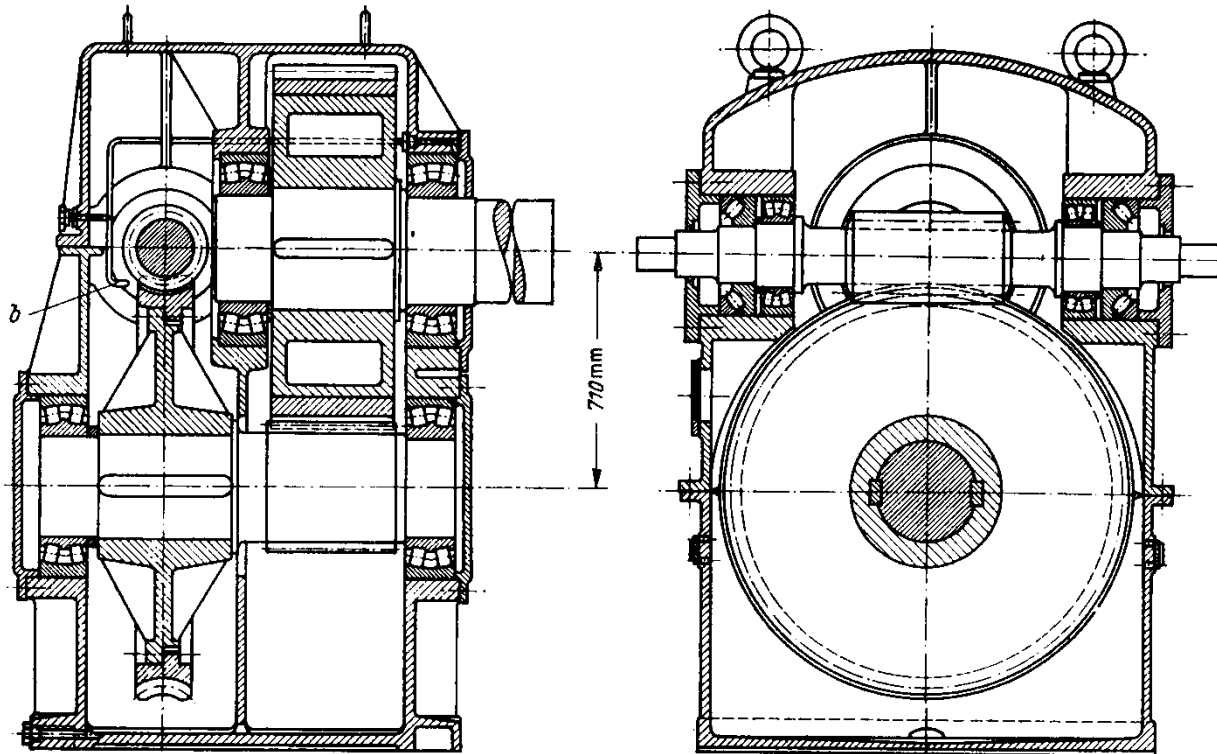
- **no pinhão:** aços liga beneficiados, têmpera superficial e revenidos.
- **na coroa:** bronze, bronze fosforoso (tab. 24.7) devido às grandes velocidades de escorregamento. Normalmente é feito só um anel externo de material mais nobre, a alma e cubo da coroa são de aço.
- anel externo é preso por ajuste forçado ou com pinos guia e parafusos.



2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Caixas :

- Ferro fundido ou soldadas.
- Nas caixas pequenas são previstas tampas laterais para montagem da coroa.
- As caixas maiores são bi-partidas.



2.19. Transmissão por parafusos sem-fim

Caixas :

- Deve-se prever aletas de convecção para esfriamento quando rendimento é pequeno (grandes reduções - ver tabela 24.13). Ventilador externo no eixo do sem-fim é às vezes necessário.
- Verificar também: volume de lubrificante, bujão de inspeção do nível, bujão para esgotar óleo.

