

AULA 06

Exemplos de cálculo de engrenagens

2.16. Exemplos de cálculo de engrenagens

▪ Para se fazer os cálculos de dimensionamento de um par de engrenagens segundo o método de Dudley-Lewis é necessário ter os seguintes dados:

- Relação de transmissão do par
- Rotação na engrenagem motora
- Potência de entrada
- Fator de serviço carga média ou de serviço / carga máxima ou nominal. Os cálculos serão feitos com a carga de serviço
- Módulo normal estimado
- Ângulo de pressão normal
- Ângulo de hélice no diâmetro primitivo
- Adendo do cortador
- Raio do filete no pé do dente
- Órgão acionador
- Órgão acionado

- Eventualmente o mais difícil seja adotar o módulo normal inicial. O método Dübbel pode fazer isto, mas talvez seja uma complicação desnecessária. Lembrar que a altura do dente é cerca de duas vezes o módulo normal e usar o bom senso seja o melhor caminho.

Cálculo de engrenagens cilíndricas

Método de Dudley-Lewis

Dados de entrada			
Identificação do projeto		exemplo de calc engren retas	
relação de transmissão	$i = \frac{z_2}{z_1}$	3,125	-
rotação	$n =$	207,27	rpm
potência de entrada	N	37,07	HP
carga média / carga máx. atuante	f	0,70	-
módulo normal	m_n	9	-

entrar dados

ângulo de pressão normal

 α_n

20

graus

ângulo de hélice no diam. primitivo

 β

0

graus

adendo da ferramenta

 h_{kz}

10,8

= 1,2 * módulo

raio no pé do dente

 r_f

1,8

mm

orgão acionador

motor elétrico

orgão acionado

elevador de carga

Cálculos

a) número de dentes

$$z_{\min} = \frac{2 \cdot h_{kz}}{m_n \cdot \sin^2 \alpha}$$

20,517

adotado $z_1 =$

16

escolher



$$\tau = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = z_1 \cdot \tau$$

50

adotado $z_2 =$

50

relação de transmissão efetiva
redução de transmissão efetiva

$$i = \frac{1}{\tau}$$

0,320

3,125

erro em relação à pedida

0,000 %

b) geometria e cinemática do par

módulo frontal $m = \frac{m_n}{\cos \beta}$ $m = 9,000$

âng de pressão frontal $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}$ $0,364$ $\alpha = 20,000$ graus

diâmetro primitivo $d_p = m z$

eng menor d_{p1} 144,00 mm

eng maior d_{p2} 450,00 mm

diâmetro de base	$d_b = d_p \cdot \cos \alpha$			
eng menor	d_{b1}	135,32	mm	
eng maior	d_{b2}	422,86	mm	
diâmetro externo	$d_e = d_p + 2 \cdot m_n$			
eng menor	d_{e1}	162,00	mm	
eng maior	d_{e2}	468,00	mm	

relação de engrenamento

$$\varepsilon_c = \frac{\sqrt{r_{e1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{e2}^2 - r_{b2}^2} - (r_{p1} + r_{p2}) \cdot \sin \alpha}{\pi \cdot m \cdot \cos \alpha} = 1,626698$$

largura dos dentes $4. p_c \approx l \leq d_p$; $4. p_c = 4. \pi. m$
 $113,10 \approx l \leq 144,00$ $l =$ 116 mm

relação de engrenamento frontal

$$\varepsilon_F = \frac{l \cdot \operatorname{tg} \beta}{p_c} = 0$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_c + \varepsilon_F = 1,6267$$

velocidade tangencial no diâm. Primitivo

$$v = \omega \cdot r_p = \frac{\operatorname{rpm} \cdot 2\pi}{60} \cdot r_p$$

engrenagem menor v 1,562783 m/s

c) Dimensionamento quanto à flexão no pé do dente

momento torçor	$M_t = 716 \Omega \cdot \frac{HP}{n}$		1280,92	N.m
força tangencial média	$Q = f \cdot \frac{2 \cdot M_t}{d_p}$	Q	12453,3	N
força tangencial efetiva	$Q^* = \gamma \cdot Q$		Das tabs. 3 e 6,	$\gamma = $ 2
		Q^*	24906,7	N
largura efetiva	$l_e = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\mu \cdot \chi}} \cdot l$	tabela 1	$\mu = $ 5000000 $\chi = $ 0,002	N/mm mm/mm
		$l_{e \text{ calc}} =$	183,07	mm

Se $l_{e\text{ calc}} > l$ então usar $l_e = l$ Adotado l_e 116

coeficiente distrib pela largura $K_e = 1 + \frac{l_e^2 \mu \cdot \chi}{2 \cdot Q \cdot l^2}$
 $K_e = 1,4015$

coef concentr. Tensões K_f Gráfico 2 $K_f =$ 1

coefic. Forma de Lewis $Y_c = Y_{tab} \epsilon_t$ Da Tab. 5 $Y_{tab1} =$ 0,296

Da Tab. 5 $Y_{tab2} =$ 0,409

engren menor $Y_{c1} = 0,481503$

engren maior $Y_{c2} = 0,665319$

fator de velocidade C_v

C_v retirar Graf 1

0,73

tensão no pé do dente
$$\sigma_t = \frac{Q^* \cdot K_e \cdot K_f}{m \cdot l_e \cdot Y_c \cdot C_v}$$

engr. Menor

$\sigma_{t1} = 95,12 \text{ N/mm}^2 = \text{Mpa}$

engr. Maior

$\sigma_{t2} = 68,84 \text{ Mpa}$

Tensão de confronto no pé do dente

$$\sigma_{t adm} \geq \sigma_t \cdot \frac{K_a}{L_f}$$

fator de aplicação de carga

Retirado da tabela 3, $K_a =$

1,25

fator de vida

Retirado da tabela , $L_f =$

1

tensão confr. Flexão engr. Menor

$\sigma_{t1} = 118,90 \text{ Mpa}$

tensão confr. Flexão engr. Maior

$\sigma_{t2} = 86,05 \text{ MPa}$

d) dimensionamento quanto á pressão específica

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \alpha_n \cdot \sin \alpha_n}} \cdot \sqrt{\frac{QK_e}{l_e d_p \varepsilon_c C_v} \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

N/mm²

módulos de elasticidade	E ₁	2,10E+05	E ₂	2,10E+05
engr. Menor	σ _{c1}	657,32	Mpa	
engr. Maior	σ _{c2}	371,84	Mpa	

Tensão contato de confronto $\sigma_c \cdot \frac{\sqrt{K_a}}{L_f}$

tensão confr. contato eng menor	σ _{c1}	734,91 Mpa
tensão confr. contato eng maior	σ _{c2}	415,73 Mpa

Materiais escolhidos

	Material	Dureza	σ _t	σ _c	
eng Menor	aço bn	33 - 38R	225,00	700,00	Mpa
	tensões confronto		118,90	734,91	
eng maior	aço	210 B	155,00	490,00	
	tensões confronto		86,05	415,73	Mpa

Cálculo de engrenagens cilíndricas

Método de Dudley-Lewis

Dados de entrada

Identificação do projeto

exemplo eng helicoidais

entrar dados

relação de transmissão

$$i = \frac{z_2}{z_1}$$

5,5

-

rotação

$$n =$$

1140

rpm

potência de entrada

$$N$$

39

HP

carga média / carga máx. atuante

$$f$$

0,70

-

módulo normal	m_n	5	-
ângulo de pressão normal	α_n	20	graus
ângulo de hélice no diam. primitivo	β	25	graus
adendo da ferramenta	h_{kz}	6	= 1,2 * módulo
raio no pé do dente	r_f	1	mm
orgão acionador		motor elétrico	
orgão acionado		misturador	

Cálculos

a) número de dentes

$$z_{\min} = \frac{2 \cdot h_{kz}}{m_n \cdot \sin^2 \alpha}$$

20,517

adotado $z_1 =$

16

escolher



$$\tau = \frac{z_2}{z_1} \Rightarrow z_2 = z_1 \cdot \tau$$

88

adotado $z_2 =$

88

relação de transmissão efetiva
redução de transmissão efetiva

$$i = \frac{1}{\tau}$$

0,182

5,500

erro em relação à pedida

0,000 %

b) geometria e cinemática do par

módulo frontal $m = \frac{m_n}{\cos \beta}$ $m = 5,517$

âng de pressão frontal $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}$ $0,4016$ $\alpha = 21,880$ graus

diâmetro primitivo $d_p = m z$

eng menor $d_{p1} = 88,27$ mm

eng maior $d_{p2} = 485,49$ mm

diâmetro de base	$d_b = d_p \cdot \cos\alpha$			
eng menor	d_{b1}	81,91	mm	
eng maior	d_{b2}	450,51	mm	
diâmetro externo	$d_e = d_p + 2 \cdot m_n$			
eng menor	d_{e1}	98,27	mm	
eng maior	d_{e2}	495,49	mm	

relação de engrenamento

$$\varepsilon_c = \frac{\sqrt{r_{e1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{e2}^2 - r_{b2}^2} - (r_{p1} + r_{p2}) \cdot \sin\alpha}{\pi \cdot m \cdot \cos\alpha} = 1,452788$$

largura dos dentes $4. p_c \approx l \leq d_p$; $4. p_c = 4. \pi. m$
 $69,33 \approx l \leq 88,27$ $l =$ 58 mm

relação de engrenamento frontal

$$\varepsilon_F = \frac{l \cdot \text{tg } \beta}{p_c} = 1,5605$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_c + \varepsilon_F = 3,0133$$

velocidade tangencial no diâm. Primitivo

$$v = \omega \cdot r_p = \frac{\text{rpm} \cdot 2\pi}{60} \cdot r_p$$

engrenagem menor v 5,268888 m/s

c) Dimensionamento quanto à flexão no pé do dente

momento torçor $M_t = 7162 \cdot \frac{HP}{n}$ 245,02 N.m

força tangencial média $Q = f \cdot \frac{2 \cdot M_t}{d_p}$ Q 3886,0 N

força tangencial efetiva $Q^* = \gamma \cdot Q$ Das tabs. 3 e 6, $\gamma =$ 2

Q^* 7772,1 N

largura efetiva $l_e = \sqrt{\frac{2 \cdot Q}{\mu \cdot \chi}} \cdot l$ tabela 1 $\mu =$ 5000000 N/mm
 $\chi =$ 0,002 mm/mm

$l_{e\ calc} =$ 51,13 mm

Se $l_{e\ calc} > l$ então usar $l_e = l$ Adotado l_e 51,13

coeficiente distrib pela largura

$$K_e = 1 + \frac{l_e^2 \mu \cdot \chi}{2 \cdot Q \cdot l^2}$$

$$K_e = 1,9999$$

coef concentr. Tensões

$$K_f$$

Gráfico 2

$$K_f =$$

$$1$$

coefic. Forma de Lewis

$$Y_c = Y_{tab} \xi_t$$

Da Tab. 5

$$Y_{tab1} =$$

$$0,296$$

Da Tab. 5

$$Y_{tab2} =$$

$$0,441$$

engren menor

$$Y_{c1} = 0,891925$$

engren maior

$$Y_{c2} = 1,328848$$

fator de velocidade C_v

C_v retirar Graf 1

$$0,67$$

tensão no pé do dente

$$\sigma_t = \frac{Q^* \cdot K_e \cdot K_f}{m \cdot l_e \cdot Y_c \cdot C_v}$$

enr. Menor

$$\sigma_{t1} = 92,21 \text{ N/mm}^2 = \text{Mpa}$$

enr. Maior

$$\sigma_{t2} = 61,89 \text{ Mpa}$$

Tensão de confronto no pé do dente

$$\sigma_{t adm} \geq \sigma_t \cdot \frac{K_a}{L_f}$$

fator de aplicação de carga

Retirado da tabela 3, $K_a =$

1,25

fator de vida

Retirado da tabela , $L_f =$

1

tensão confr. Flexão engr. Menor

$\sigma_{t1} =$ 115,26 Mpa

tensão confr. Flexão engr. Maior

$\sigma_{t2} =$ 77,36 MPa

d) dimensionamento quanto á pressão específica

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \alpha_n \cdot \sin \alpha_n}} \cdot \sqrt{\frac{QK_e}{l_e d_p \epsilon_c C_v} \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

N/mm²
↙

módulos de elasticidade	E ₁	2,10E+05	E ₂	2,10E+05
engr. Menor	σ _{c1}	626,69		Mpa
engr. Maior	σ _{c2}	267,22		Mpa

Tensão contato de confronto $\sigma_c \cdot \frac{\sqrt{K_a}}{L_f}$

tensão confr. contato eng menor	σ _{c1}	700,66 Mpa
tensão confr. contato eng maior	σ _{c2}	298,76 Mpa

Material escolhidos

	Material Dureza	σ _t	σ _c	
eng Menor	aço bn 38 Rc	225,00	700,00	Mpa
	tensões confronto	115,26	700,66	
eng maior	aço 200 B	140,00	420,00	Mpa
	tensões confronto	77,36	298,76	

Tensão de confronto no pé do dente

Otimização dos cálculos de dimensionamento de engrenagens

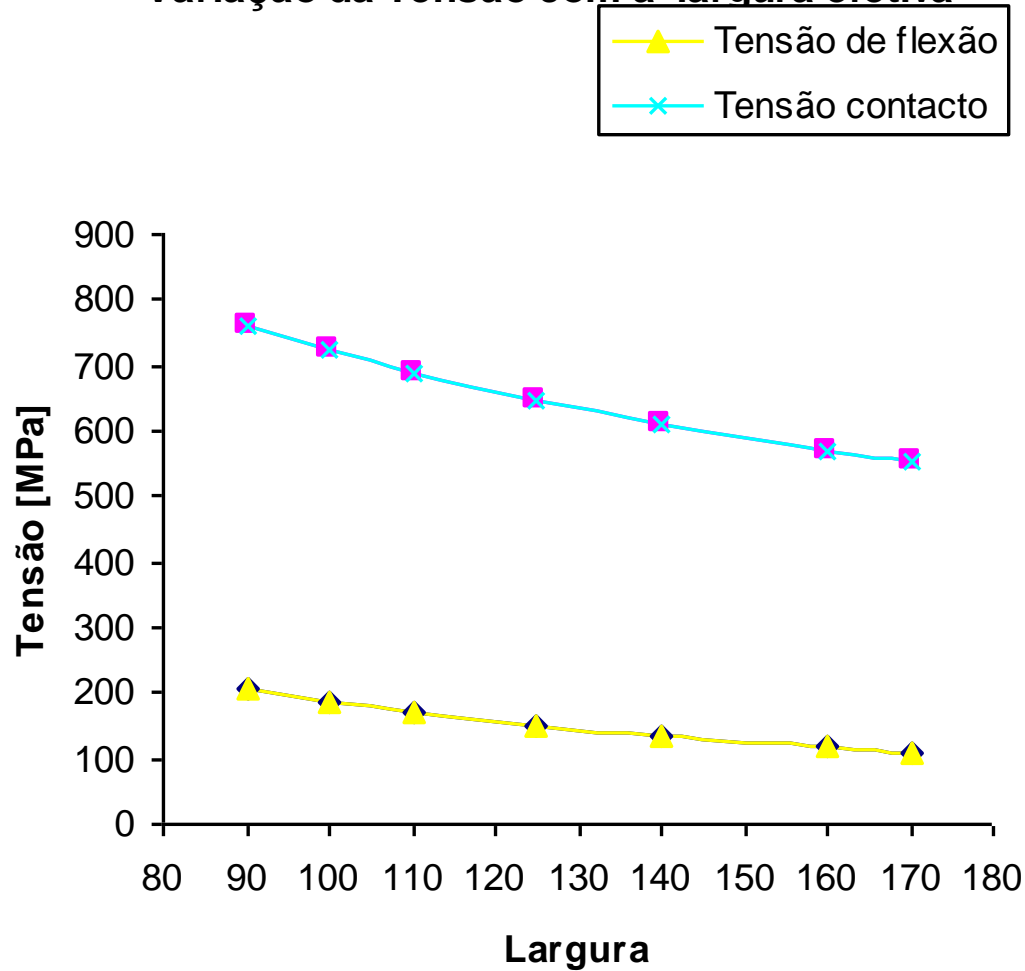
- A otimização dos cálculos é trabalhosa mas é possível! Ou seja é possível deixar as tensões de confronto próximas das admissíveis (σ_t / σ'_t , ; σ_c / σ'_c), dentro de certos limites.

Valem algumas observações:

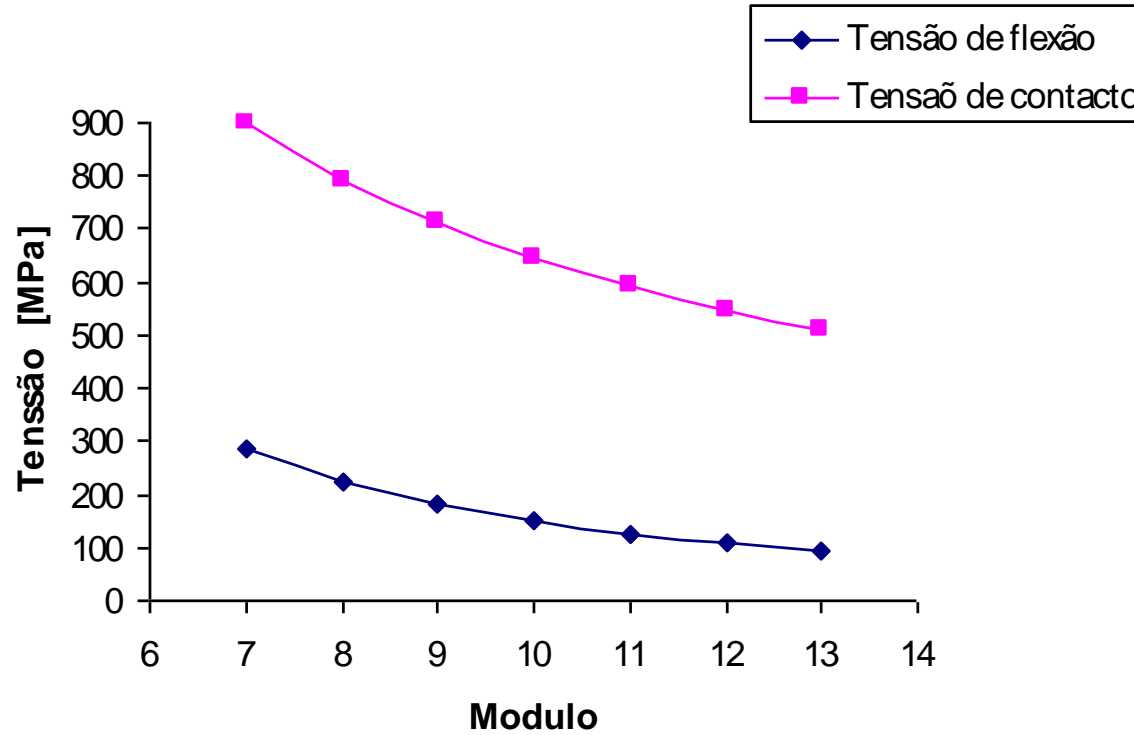
- De um modo geral o pinhão (eng menor) é mais solicitado que a coroa. Assim, se ambos forem do mesmo material por economia, a coroa ficará superdimensionada.
- As relações σ_t / σ'_t , e σ_c / σ'_c são normalmente bem diferentes de forma que se uma relação for otimizada, a outra ficará superdimensionada.

- **Para deixar as tensões de confronto próximas das admissíveis podem-se mudar quaisquer parâmetros. Entretanto é normal (pela ordem) :**
 - ✓ mudar a largura;
 - ✓ mudar o material da coroa para um menos/ mais resistente;
 - ✓ lubrificante
 - ✓ dureza no flanco
 - ✓ mudar o módulo;
 - ✓ quando possível, mudar a relação de transmissão.
 - ✓ etc
- **Pode-se também adotar dois enfoques de projeto:**
 - ✓ adotar o módulo e geometria e variar material ou
 - ✓ fixar material e ajustar o módulo e demais dados
- **A seguir são mostrados alguns gráficos orientativos visando uma otimização do projeto de engrenagens.**

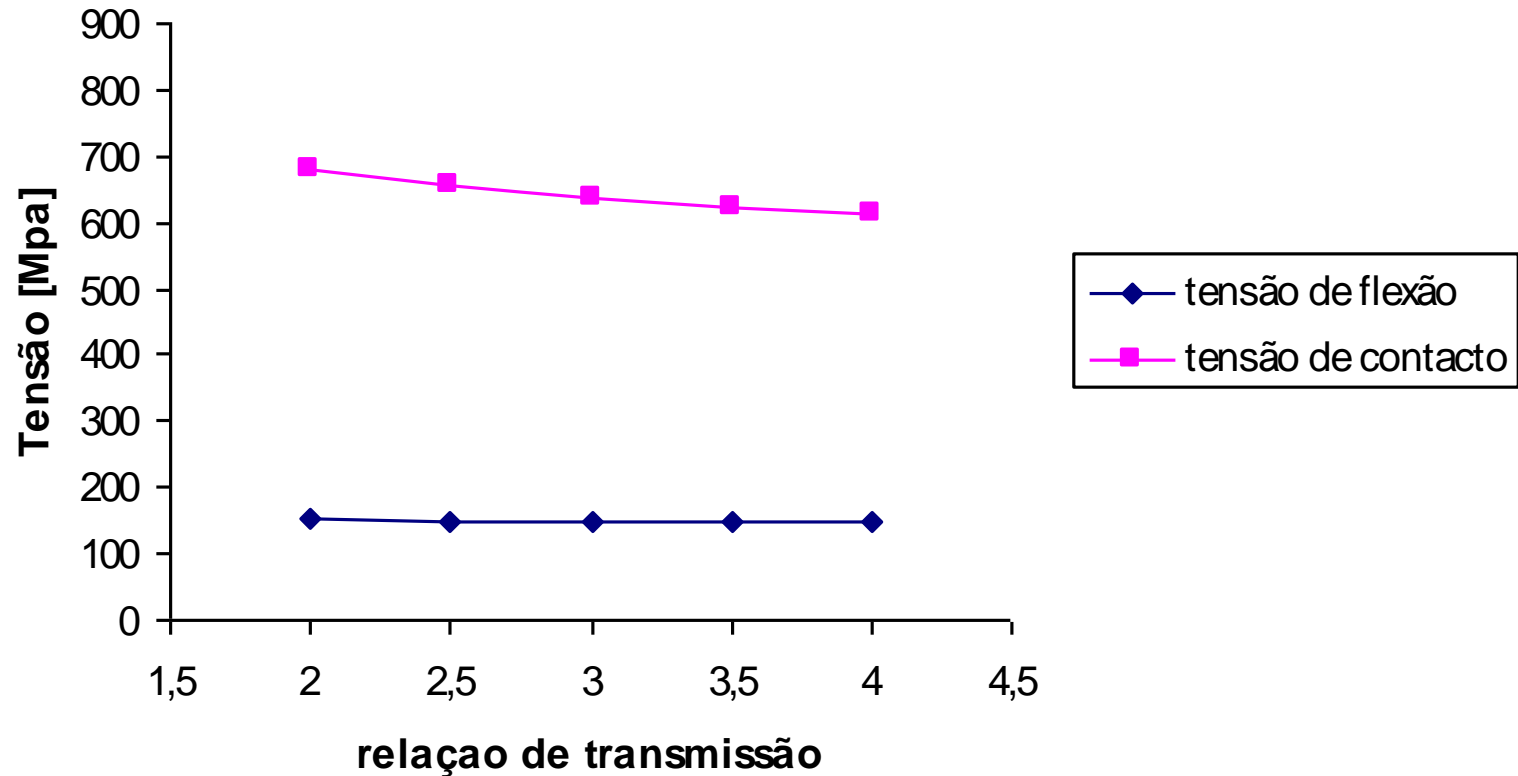
Variação da Tensão com a largura efetiva



Tensão x módulo



Tensão x relação de transmissão



Tensão x numero dentes pinhão

