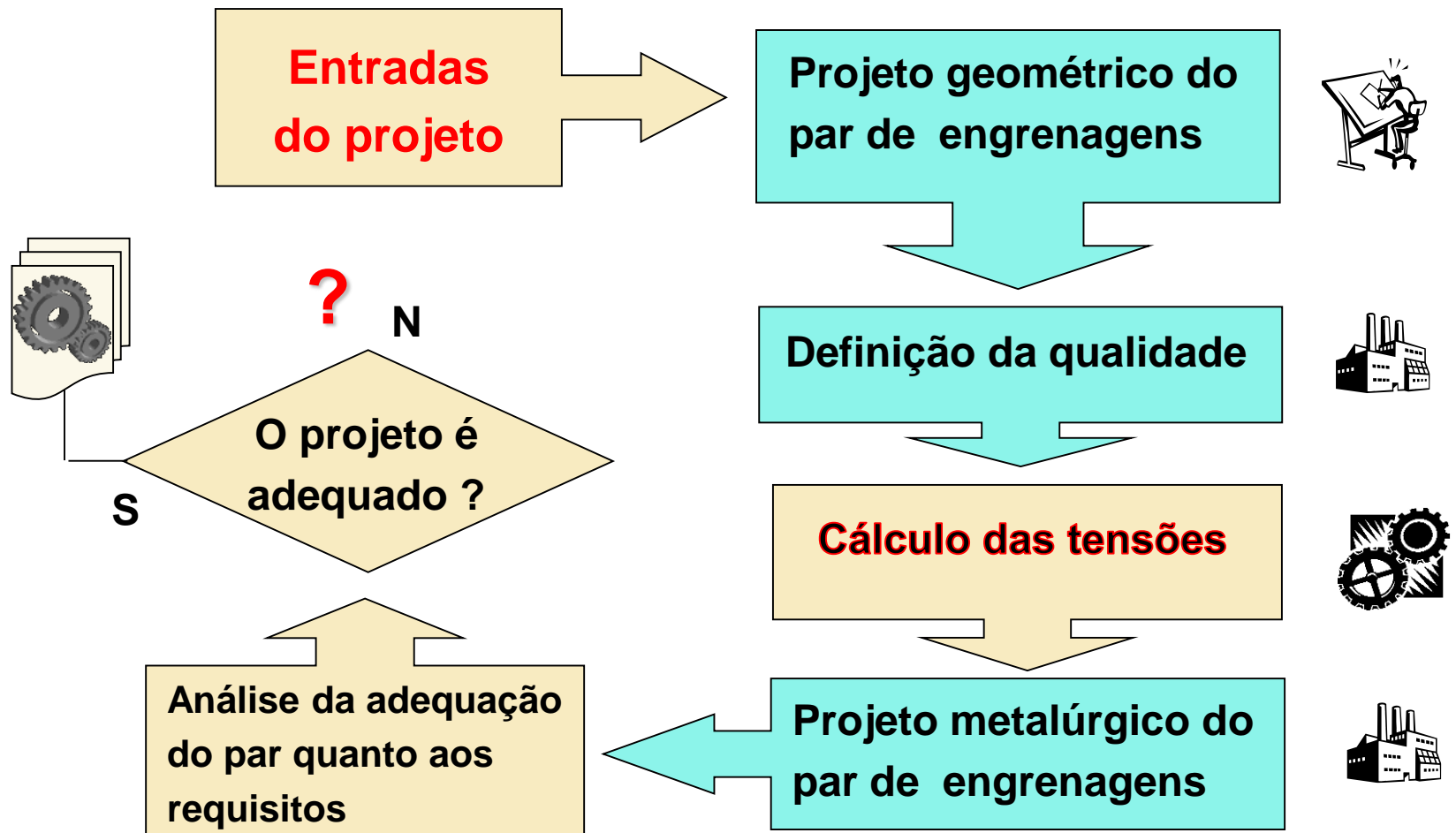


AULA 05

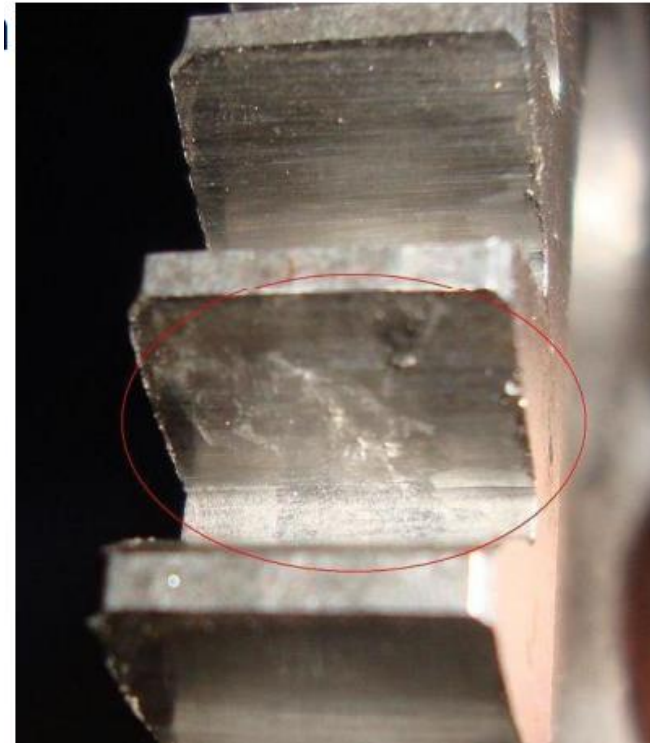
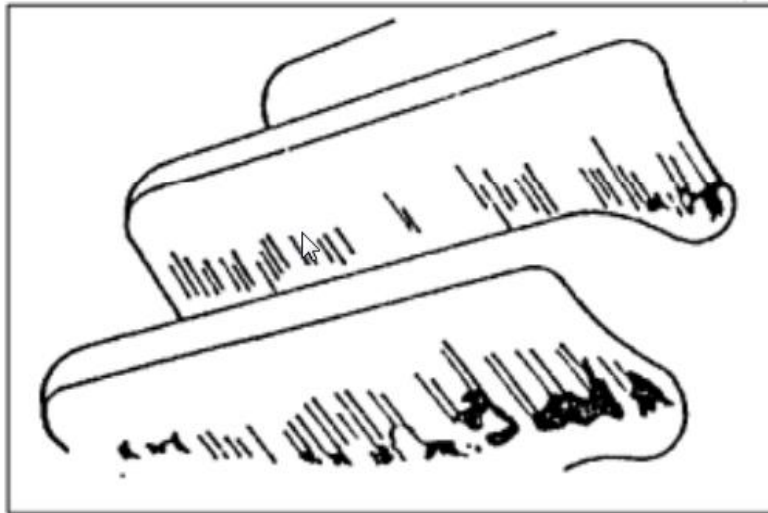
Cálculo de Engrenagens: métodos de Lewis e Hertz

Fluxo de projeto

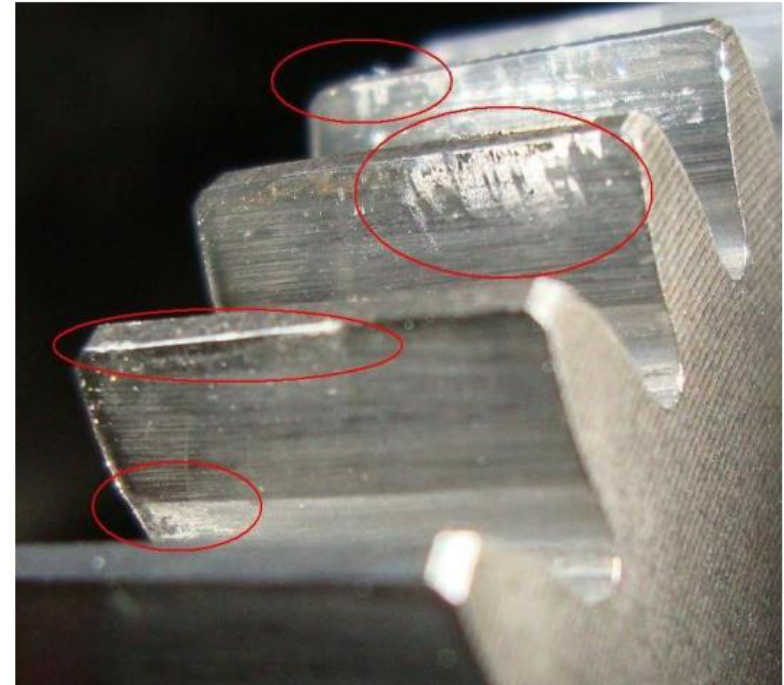
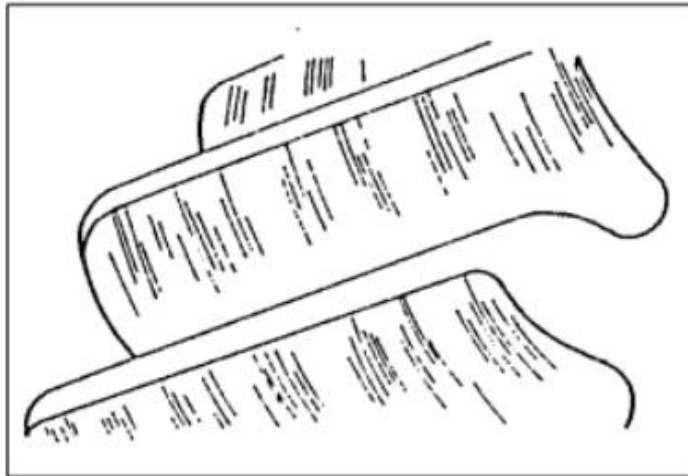




Desgaste por interferência



Desgaste abrasivo



SUMÁRIO

2.14. Dimensionamento de Engrenagens

2.14.1 Introdução

2.14.2. Cálculos de Dimensionamento e verificação de Engrenagens

2.14.3. Método de Lewis

2.14.2. Método de Hertz

2.14.2. Equação de Lewis modificada

2.14.6. Equação de Hertz modificada:

2.14. Dimensionamento de Engrenagens

2.14.1 Introdução

Objetivos do dimensionamento:

- transmitir a potência requerida com tensões aceitáveis nos dentes.
- transmitir a rotação com a suavidade de funcionamento desejada.
- vida longa.
- ausência de avarias e ruídos.

Dificuldades:

- a carga transmitida é maior que a nominal calculada com a potência nominal do motor, usa-se um fator de carga f_s .
- as tensões calculadas pelas fórmulas são estimativas das reais.
- a forma do dente implica em concentração de tensões em especial no pé do dente.

2.14. Dimensionamento de Engrenagens

2.14.1 Introdução

Dificuldades:

- a carga sobre os dentes é estimada.
- assume-se uma distribuição desta carga através da largura do dente.
- assume-se uma divisão desta carga por dois ou mais pares de dentes que estejam em contato ao mesmo tempo (grau de recobrimento maior do que 1).
- erros no passo atrapalham a distribuição da carga entre os dentes e podem causar acelerações as quais causarão sobrecarga dinâmica.
- incerteza quanto às propriedades mecânicas do material.
- engrenagens falham por fadiga. Os corpos de prova de fadiga são substancialmente diferentes de dentes de engrenagens.
- Conclusão: dimensionar engrenagens com as fórmulas tradicionais é bastante seguro. Entretanto se é importante uma certeza absoluta, a melhor maneira é construir e ensaiar um protótipo do par de engrenagens.

2.14.2. Cálculos de Dimensionamento e verificação de Engrenagens

Introdução

- existem várias fontes para dimensionamento. As principais :
- Métodos simplificados:
 - ☺ Método de Lewis / Hertz modificado
 - ☺ Método Niemann
 - ◆ Manual Dübbel - Método de Wissmann
 - ◆ Manual Hütte - Método Niemann / Winter

estes métodos permitem o cálculo da tensão de flexão no pé do dente e a pressão superficial no flanco (“pitting”). O de Niemann é o mais completo.

2.14.2. Cálculos de Dimensionamento e verificação de Engrenagens

Introdução

- **Métodos propostos em normas:**

- ◆ **DIN 3990, 3960, 3962**

- ◆ **AGMA - American Assoc. of Gear Manufacturers: 21 5, 218 e 420**

- ◆ **ISO - 6336, 4467**

- ◆ **ABNT 2.02.01**

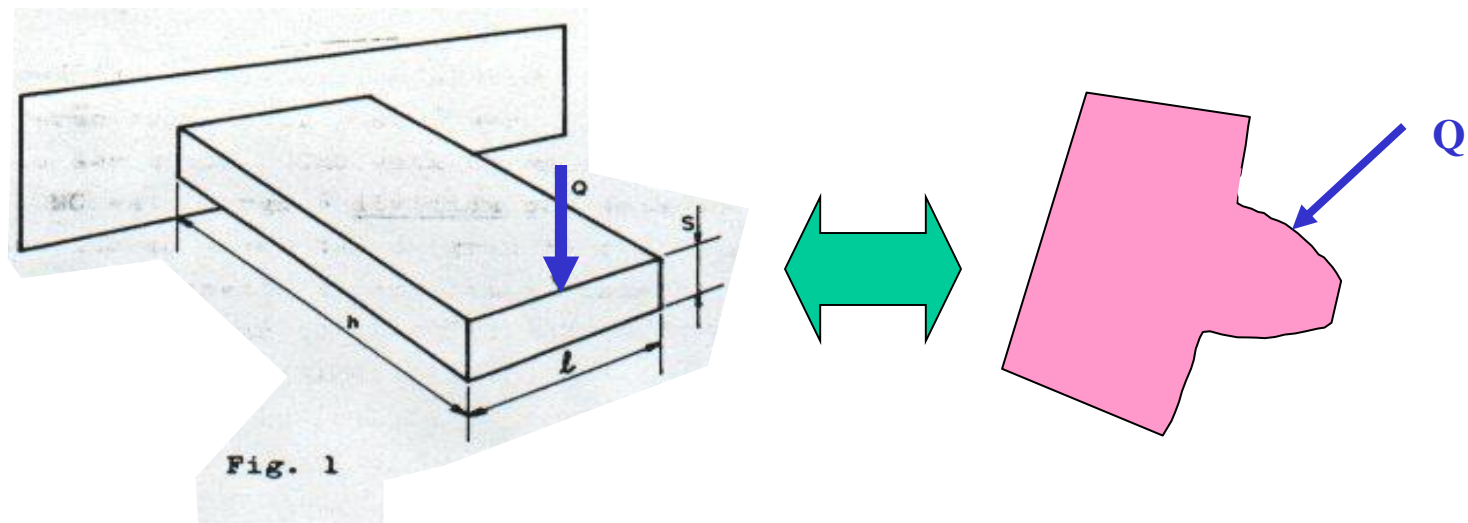
são os métodos mais complexos e completos

Para maiores detalhes, consultar:

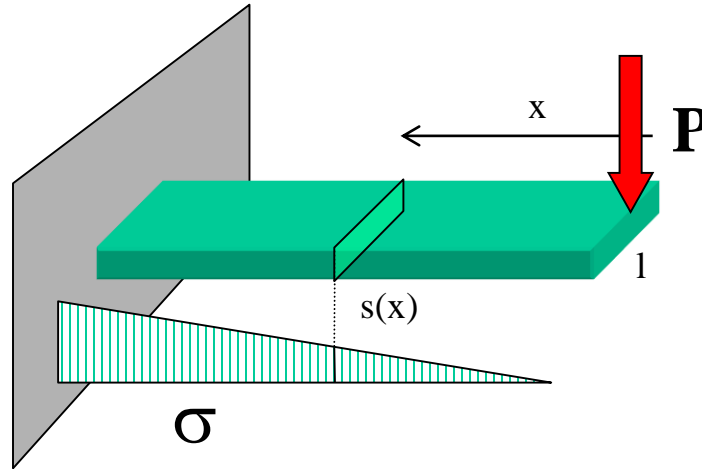
SCHÜTZER, K. Desenvolvimento de um sistema de projeto de engrenagens auxiliado por computador, dissertação de Mestrado EESC-USP, 1988.

2.14.3. Método de Lewis

- dente modelado como viga engastada;
- no engastamento há esforços de tração no lado da carga e esforços de compressão no lado oposto.
- esta modelagem foi feita por Wilfred Lewis, em 1893. Ele concebeu a idéia de inscrever uma “parábola de igual resistência” dentro do dente.
- o dente é modelado como uma viga engastada em balanço, sendo a altura do dente correspondente ao comprimento da viga.



2.14.3. Método de Lewis



$$s(x) = s = cte$$

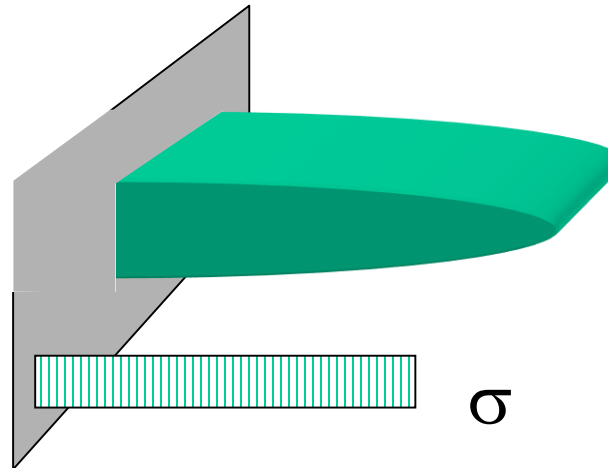
$$W_f = \frac{l \cdot s^2}{6} ; \quad M_f = P \cdot x$$

$$\sigma(x) = \frac{6 \cdot P \cdot x}{l \cdot s^2} = C_1 \cdot x$$

Considerando:

$$\sigma(x) = \bar{\sigma} = cte$$

$$s(x) = \sqrt{\frac{6 \cdot P \cdot x}{l \cdot \bar{\sigma}}} = C_2 \cdot \sqrt{x}$$



viga de tensão uniforme
“parábola de igual resistência”

2.14.3. Método de Lewis

Inscrevendo a maior **parábola de igual resistência** que caiba no dente, ela torna-se tangente à superfície do dente (Fig.2).

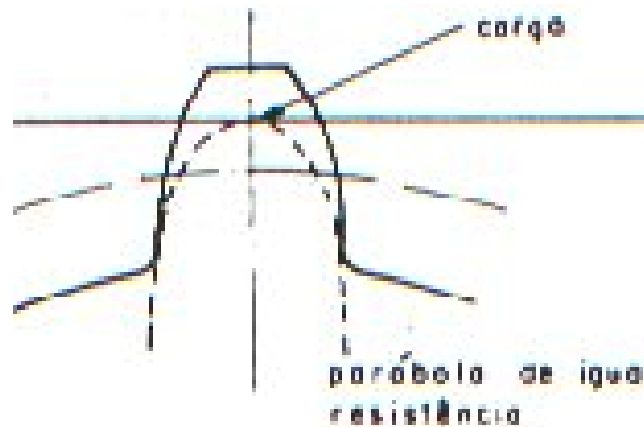


Fig. 2

A **fórmula de Lewis** pode ser derivada simplesmente das fórmulas da resistência aplicada à raiz de uma viga engastada. Da figura 1 tiramos que:

2.14.3. Método de Lewis

l = largura do dente (Fig 1)

s = espessura do dente na raiz

h = altura (Fig 3)

$Q = Mt / dp$

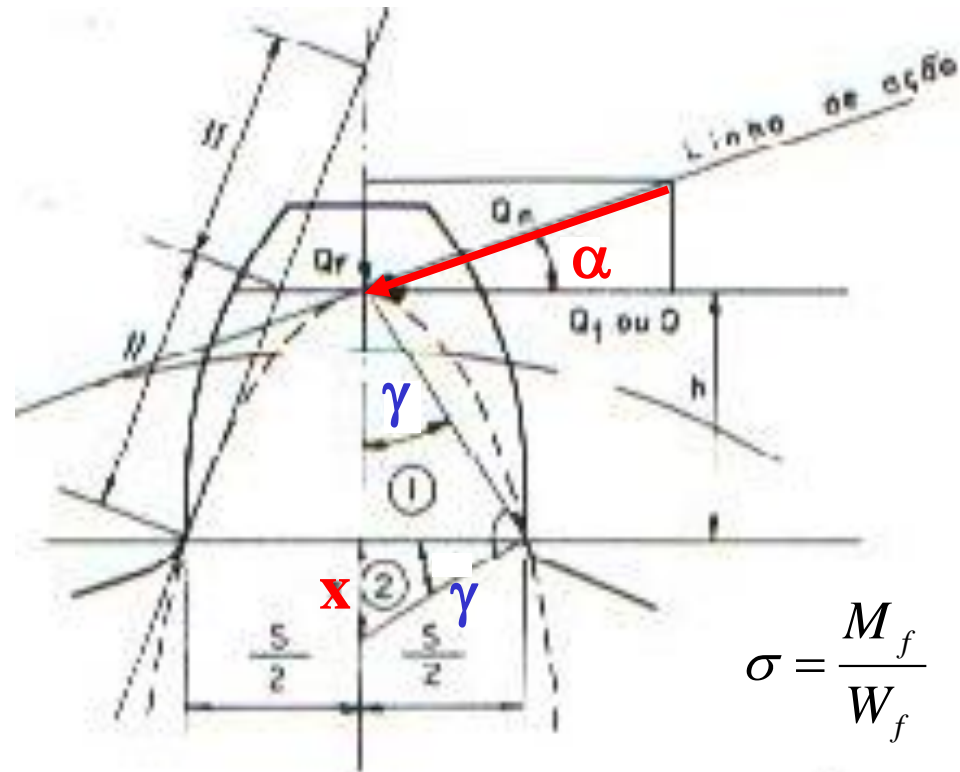


Fig. 3

$$\sigma = \frac{M_f}{W_f} ; W_f = \frac{J}{v_{max}} = \frac{l \cdot s^3}{12 \cdot s/2} = \frac{l \cdot s^2}{6}$$

$$M_f = Q \cdot h \quad \Rightarrow \quad \boxed{\sigma = \frac{6 \cdot Q \cdot h}{l \cdot s^2}} \quad (I)$$

2.14.3. Método de Lewis

para achar x , temos:

$$\text{triângulo 1} \Rightarrow \operatorname{tg} \gamma = \frac{s}{2.h}; \quad \text{triângulo 2} \Rightarrow \operatorname{tg} \gamma = \frac{2.x}{s} \Rightarrow x = \frac{s^2}{4.h}$$

$$\text{ou } s^2 = 4.h.x \quad \text{Substituindo em (I)} \Rightarrow \sigma = \frac{Q}{2/3.x.l}$$

multiplicando numerador e denominador pelo passo circular:

$$\sigma = \frac{Q.p_c}{2/3.x.p_c.l}$$

$$\sigma = \frac{Q.p_c}{2/3.x.p_c.l} \Rightarrow \sigma = \frac{1}{\frac{2}{3} \frac{x}{p_c}} \frac{Q}{p_c.l}$$

$$y = \frac{2}{3} \frac{x}{p_c} \quad \text{coeficiente de Lewis ou "fator de forma"}$$

$$\sigma = \frac{Q}{p_c.l.y}$$

fórmula de Lewis

2.14.3. Método de Lewis

Comentários e críticas à Fórmula de Lewis.

- A fórmula de Lewis usa apenas componente tangencial e obtém apenas σ_f
- Tensões atuantes : σ_f , σ_N e τ
- Com a composição das tensões normais, o esforço mais crítico é a compressão ($\sigma_f + \sigma_N$). Sabe-se entretanto que os dentes se rompem no lado tracionado!. Para a maioria dos materiais um esforço de tração é mais danoso que qualquer esforço muito maior de compressão.
- Se levarmos em conta a componente radial teremos apenas pequeno aumento da precisão.
- Notar na figura abaixo a concentração de tensão no pé do dente e no ponto de carga.

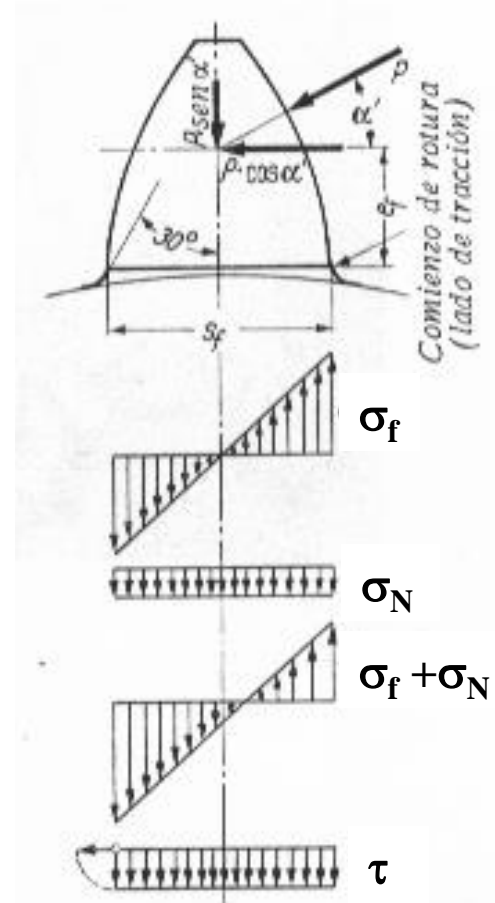
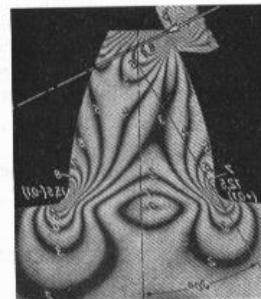


FIG. 22/18. Para el cálculo de las tensiones en el pie de diente

2.14.3. Método de Lewis

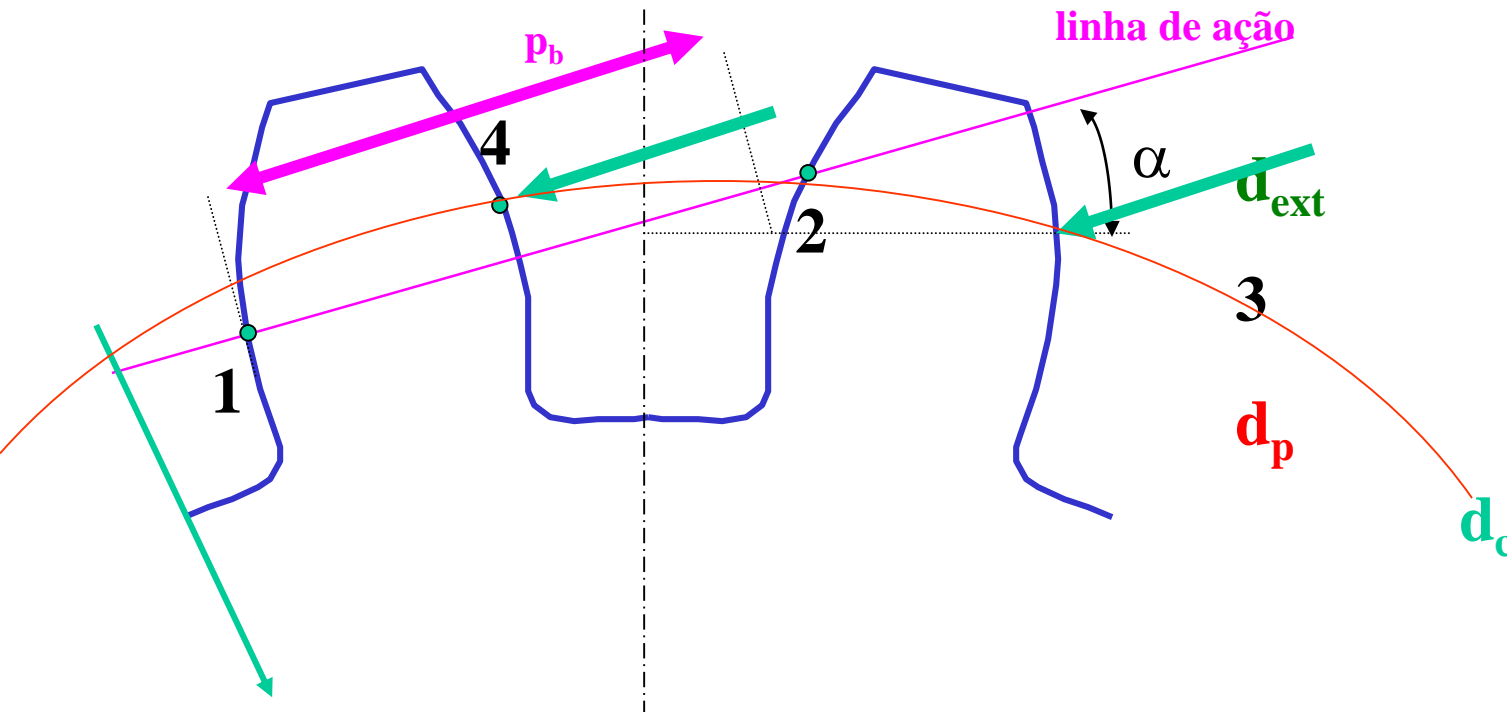
Comentários e críticas à Fórmula de Lewis.

- A fórmula de Lewis considera a carga aplicada no topo do dente. Esta é a condição crítica para apenas um par de dentes em contato.
- Normalmente o grau de recobrimento é grande bastante para ter outro par de dentes em contato antes que o primeiro tenha chegado à condição crítica no topo. A condição de carga crítica será então obtida no ponto imediatamente anterior àquele em que o segundo par de dentes entra em contato - todo o torque aplicado a um só dente.
- Procedimento para achar posição da carga crítica:
 - passo 1 – início do contato.
 - passo 2 – avançar um p_b obtem-se o diametro crítico d_c .
 - passo 3 – obter círculo dos pontos até os quais o contato é feito com um único par de dentes.
 - passo 4 – obter ponto crítico.

2.14.3. Método de Lewis

Comentários e críticas à Fórmula de Lewis.

- Em engrenagens retas a condição de carga crítica pode ser usada na Fórmula de Lewis fazendo-se simplesmente o layout do dente com a carga aplicada no ponto crítico ao invés de no topo. Isto fornece um Y maior (diminui o braço h).



círculo dos pontos até os quais o contato é feito com um único par de dentes

2.14.3. Método de Lewis

A tabela seguinte mostra valores do fator de forma (Y) de Lewis

- Em engrenagens helicoidais e em cônicas helicoidais é quase impossível encontrar uma posição crítica única. Em todas as posições de contato é possível encontrar dois ou mais pares de dentes dividindo a carga.

Table 13-3 VALUES OF THE LEWIS FORM FACTOR Y

Number of teeth	$\phi = 20^\circ$ $a = 0.8m^*$ $b = m$	$\phi = 20^\circ$ $a = m$ $b = 1.25m$	$\phi = 25^\circ$ $a = m$ $b = 1.25m$	$\phi = 25^\circ$ $a = m$ $b = 1.35m^\dagger$
	12	0.335 12	0.229 60	0.276 77
13	0.348 27	0.243 17	0.292 81	0.271 77
14	0.359 85	0.255 30	0.307 17	0.287 11
15	0.370 13	0.266 22	0.320 09	0.301 00
16	0.379 31	0.276 10	0.331 78	0.313 63
17	0.387 57	0.285 08	0.342 40	0.325 17
18	0.395 02	0.293 27	0.352 10	0.335 74
19	0.401 79	0.300 78	0.360 99	0.345 46
20	0.407 97	0.307 69	0.369 16	0.354 44
21	0.413 63	0.314 06	0.376 71	0.362 76
22	0.418 83	0.319 97	0.383 70	0.370 48
24	0.428 06	0.330 56	0.396 24	0.384 39
26	0.436 01	0.339 79	0.407 17	0.396 57
28	0.442 94	0.347 90	0.416 78	0.407 33
30	0.449 02	0.355 10	0.425 30	0.416 91
34	0.459 20	0.367 31	0.439 76	0.433 23
38	0.467 40	0.377 27	0.451 56	0.446 63
45	0.478 46	0.390 93	0.467 74	0.465 11
50	0.484 58	0.398 60	0.476 81	0.475 55
60	0.493 91	0.410 47	0.490 86	0.491 77
75	0.503 45	0.422 83	0.505 46	0.508 77
100	0.513 21	0.435 74	0.520 71	0.526 65
150	0.523 21	0.449 30	0.536 68	0.545 56
300	0.533 48	0.463 64	0.553 51	0.565 70
Rack	0.544 06	0.478 97	0.571 39	0.587 39

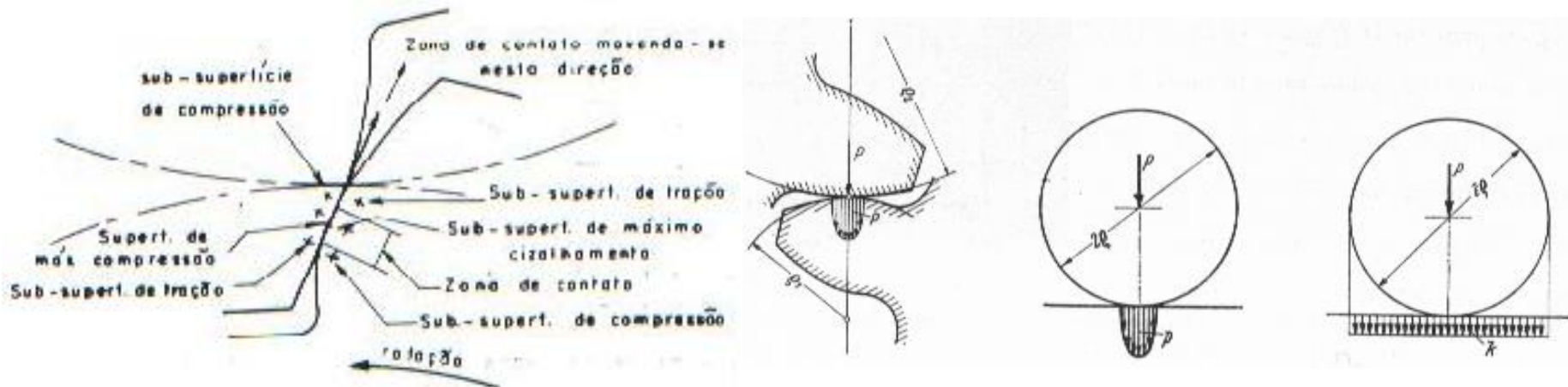
2.14.3. Método de Lewis

- Esta situação é freqüentemente superada multiplicando-se o fator Y para carga no topo pela relação de contato (grau de recobrimento). Por exemplo, na tabela, um pinhão de 25 dentes engrenado com uma engrenagem de 60 dentes tem um fator Y para carga no topo – 0,310. A relação de contato nestas condições é por volta de 1,70 o que fornece para Y o valor de 0,537 que é próximo do seu valor para carga no ponto crítico que é 0,657.
- A Fórmula de Lewis original usa a largura total do dente. Entretanto, as engrenagens são raramente carregadas uniformemente através da largura do dente. Erros no alinhamento dos dentes e no ângulo de hélice tendem a aumentar a carga em uma ou outra das extremidades do dente. A prática é a de se usar uma largura efetiva a qual é menor que a largura real.

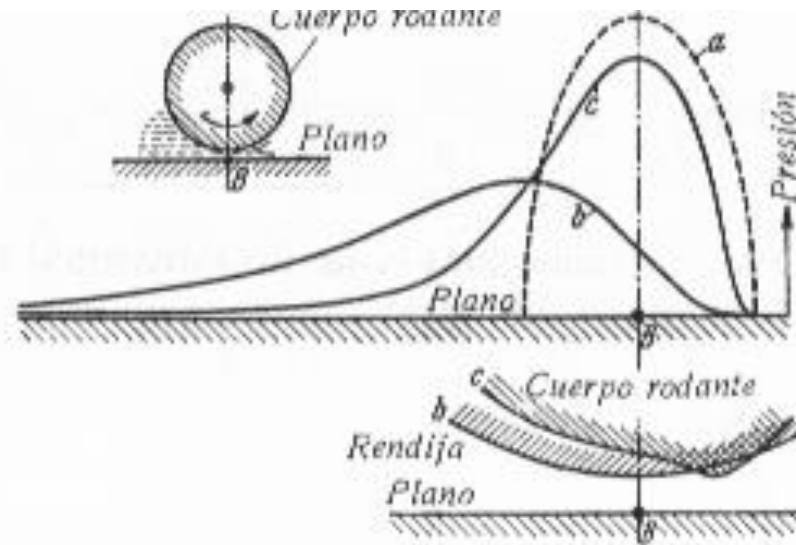
2.14.4. Método de Hertz

Pressão de Contato e fadiga.

- Além de falharem por flexão as engrenagens também falham por crateração (*pitting*, ou fadiga de contato) e desgaste.
- As engrenagens desgastam-se até o ponto onde começam a girar desigualmente. Então o aumento da carga dinâmica mais o efeito da concentração de tensões na superfície gasta do dente, causam a sua falha.
- As fig. abaixo mostram os tipos de tensões presentes na zona de contato.



2.14.4. Método de Hertz



de la presión del lubricante sobre la deformación y la compresión de los flancos. a) Repartición de la presión según Hertz; b) repartición de la presión; c) deformación del cuerpo de rodadura y repartición correspondiente de la presión.

Fadiga no contato

- No centro da zona de contato há um ponto de máxima tensão de compressão. Diretamente abaixo deste na direção do núcleo do dente, há uma sub-superfície de máximo cisalhamento..
- O movimento de escorregamento do dente causa a força de atrito que impõe tensões adicionais. Imediatamente à frente da zona de contato há uma região de compressão. Imediatamente atrás da zona de contato há uma região de tração.

2.14.4. Método de Hertz

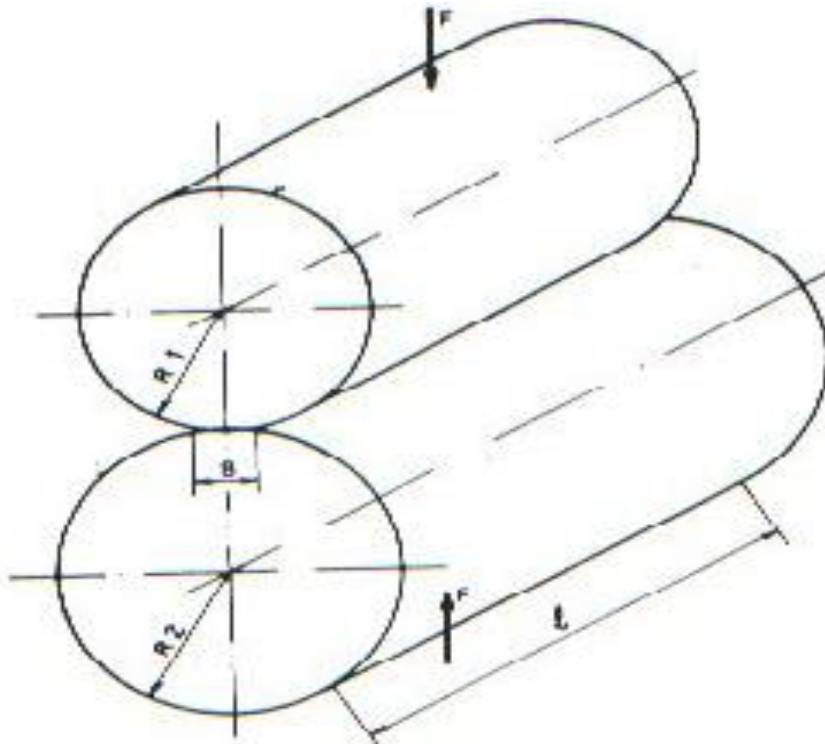
Fadiga no contato

- **Portanto o material na superfície do dente passa por um ciclo de tração e compressão toda vez que o dente engrena \Rightarrow fadiga.**
- **Se a carga for severa bastante, evidenciar-se-á, em ambas as superfícies, fendas e escoamento na superfície de contato. Poderá haver mesmo ruptura do metal devido à sub-superfície de cisalhamento.**

2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

- As tensões de contato são chamadas tensões de Hertz.
- Hertz determinou a largura da zona de contato e a tensão padrão quando várias formas geométricas são carregadas uma contra outra. De particular interesse é o caso de dois cilindros.



F = força aplicada [kgf]

l = comprimento dos cilindros [mm]

B = largura da zona de contacto [mm]

R_1 e R_2 = raios de curvatura dos cilindros.

E_1 e E_2 = módulos de elasticidade dos cilindros.

2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

A teoria de G Hertz dá a dimensão de B:

$$B = \sqrt{\frac{16.F.(K_1 + K_2).R_1.R_2}{l.(R_1 + R_2)}} \quad \text{onde:} \quad K_1 = \frac{1-\mu^2}{\pi.E_1} \quad \text{e} \quad K_2 = \frac{1-\mu^2}{\pi.E_2}$$

Assim, máxima tensão de compressão é: $\sigma_c = \frac{4.F}{l.\pi.B}$

A máxima tensão de cisalhamento é: $\tau = 0,295.\sigma_c$

A profundidade do ponto de máximo cisalhamento é: $Z = 0,393 B$

2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

Como $\mu = 0,3$ para a maioria dos metais , podemos compor equações obtendo:

$$\sigma_c = \sqrt{0,35 \frac{F \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}{l \cdot \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)}} \quad \text{(VII)}$$

As fórmulas de Hertz podem ser facilmente aplicáveis às engrenagens retas considerando-se que as condições de contato das engrenagens são equivalentes àquelas dos cilindros tendo os mesmos raios de curvatura no ponto de contato. Como anteriormente visto.

2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

$$\text{sen } \phi_i = \frac{\rho_i}{r_i}$$

no diâmetro primitivo

$$\rho_p = r_p \text{ sen } \alpha$$

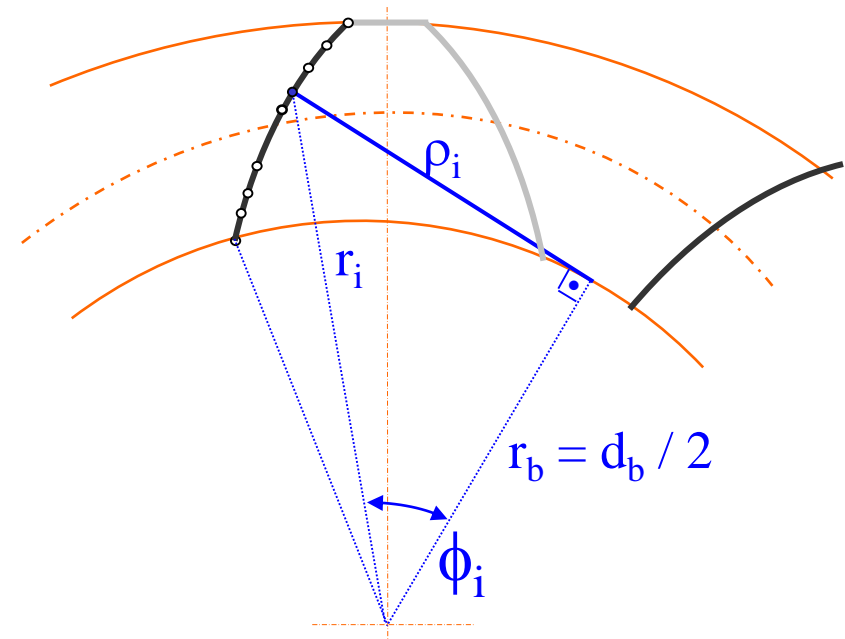
num ponto qualquer de engrenamento de diâmetro d_i

$$\text{cos } \phi_i = \frac{r_b}{r_i}$$

$$d_b = d_p \cdot \text{cos } \alpha$$

$$\phi_i = \text{arc cos } \phi_1$$

$$\rho_i = r_i \text{ sen } \phi_i$$



2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

- a tensão depende do inverso do raio e sabemos que os menores raios de curvatura estão perto da base. Entretanto se sabe que uma combinação de fatores faz com que as falhas se dêem perto do círculo primitivo e é nesta condição que os cálculos são feitos.
- O esforço de compressão na linha primitiva de um par de engrenagens retas pode ser obtido fazendo as seguintes substituições na fórmula (VII):

$$F = \frac{Q}{\cos \alpha}$$

$Q =$ carga tangencial

$\alpha =$ ângulo de pressão

$$R_1 = r_p \operatorname{sen} \alpha$$

$$R_2 = i \cdot R_1$$

2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

Substituindo estes valores na fórmula (VII) vem, para Engrenagem Cilíndrica retas, metálicas:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \alpha \cdot \sin \alpha}} \sqrt{\frac{Q}{l \cdot d_p} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

para engrenagens de aço

$$E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^6 \text{ [kgf/cm}^2\text{]}$$

$$\sigma_c = 100 \cdot \sqrt{\frac{0,73}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}} \sqrt{\frac{Q}{l \cdot d_p} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

alguns autores usam

$$\sqrt{\frac{Q}{l \cdot d_p} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)} = \sqrt{K}$$

2.14.4. Método de Hertz

Distribuição de tensões no contato. Pressão de Hertz

Considerações sobre o fator

$$K = \frac{Q}{l \cdot d_p} \cdot \left(\frac{i+1}{i} \right)$$

- O fator K mede a **intensidade de carga** nos dentes. (Dimensionalmente falando, $K = \text{kgf/mm}^2$) como um **índice da durabilidade superficial dos dentes**.
- Os dentes de engrenagens de aço de baixa e média dureza usualmente têm **mais resistência à ruptura** do que **capacidade para resistir à crateração**, e **K** torna-se o **fator limite** para a determinação da capacidade de carga.
- se um óleo muito fino for usado, riscos radiais (*scoring*) podem ser a condição limite.
- dentes de engrenagens de aço de alta dureza **usualmente têm maior resistência ao desgaste** do que **resistência à ruptura**. Se a resistência à ruptura for mais limitante que o desgaste, uma redução adequada no Fator **K** pode ainda ajudar na obtenção de dentes de resistência adequada.

2.14.4. Método de Hertz

Comentários e críticas à fórmula de Hertz.

- Diferentes fórmulas para tensões de contato podem ter fatores para levar em conta o aumento da carga devido à velocidade e à imprecisão dos dentes.
- As mesmas questões de carga dinâmica e desalinhamento, através da largura dos dentes, estão presentes. Fatores de serviço são freqüentemente usados para considerar os efeitos da imprecisão dos dentes e os efeitos das massas dos demais elementos ligados às engrenagens.
- Fatores de serviço também consideram as variações no torque e a extensão dos serviços requeridos das engrenagens.

2.14.5. Equação de Lewis modificada:

- Na fórmula de Lewis original são acrescentados por D. W. Dudley alguns coeficientes com o objetivo de compensar imprecisões que podem ocorrer nos dentes, e para compensar a concentração de tensões: para engrenagens cilíndricas com dentes retos tem-se as expressões:

$$\sigma_t = \frac{Q^* \cdot K_e \cdot K_f}{m \cdot l_e \cdot Y_c \cdot C_v}$$

Onde

$Q^* = \gamma Q$, e γ é um coeficiente de sobrecarga, função do acionador do par de engrenagens, segundo **Tabela 6**.

K_e = coeficiente que leva em conta a “má distribuição da carga ao longo da largura do dente”. (Tabela 1).

K_f = coeficiente que leva em conta a “efetiva” concentração de tensões na raiz do dente. Seu valor depende principalmente do raio do filete na raiz do material (v. gráfico 2).

l_e = largura “efetiva” do dente. (Tabela 1).

2.14.5. Equação de Lewis modificada:

Y_c = coeficiente de Lewis para carga no ponto crítico.

$$Y_c = Y_t \cdot \varepsilon_c$$

Y_t = fator de Lewis (Tabela 5)

ε_c = relação de contacto transversal ou frontal

C_v = fator de velocidade. Este fator leva em conta os pequenos choques entre os dentes, provenientes de sua imprecisão, quando estes giram a altas velocidades (Gráfico 1).

para engrenagens helicoidais tem-se

$$\sigma_t = \frac{Q^* \cdot K_e \cdot K_f}{m_n \cdot l_e \cdot Y_c \cdot C_v}$$

2.14.5. Equação de Lewis modificada:

onde os coeficientes K_e , K_f e C_v são exatamente os mesmos obtidos para dentes retos. O coeficiente de Lewis para carga no ponto crítico é calculado usando-se a relação de contato total (ε_t) ao invés de a relação de contato frontal (ε_c).

$$Y_c = Y_t \cdot \varepsilon_t$$

Lembrar que: $\varepsilon_t = \varepsilon_c + \varepsilon_f$, com $\varepsilon_f = \frac{l \cdot \operatorname{tg} \beta}{p_c}$

As tensões calculadas, quer para dentes retos, quer para dentes helicoidais devem ser comparadas com os valores admissíveis σ'_t fornecidos pela [tabela 2](#). Estes valores levam em conta a fadiga dos dentes.

$$\sigma'_t \geq \sigma_t \cdot \frac{K_a}{L_f}$$

2.14.5. Equação de Lewis modificada (Dudley-Lewis):

K_a – fator de aplicação dos órgãos acionadores das engrenagens e dos órgãos acionados por elas (**Tabela 3**). Se a vida humana estiver em risco (ex.: elevadores) ou algum fator da máxima importância estiver na dependência do funcionamento das engrenagens, os valores de K_a deverão ser multiplicados por **2**.

L_f – fator de vida. O número de ciclos também deve ser considerado. O **gráfico 3** mostra algumas curvas de vida baseadas em testes de fadiga dos dentes de engrenagens.

Tabela 1: Largura efetiva do dente e coeficiente para distribuição de carga em engrenagens retas e helicoidais de aço.

condições de montagem das engrenagens (α)	Q (kg) carga	50	
	largura l (mm)	l_e	K_e
erro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos = 0,002 mm por milímetro de largura	25	8,00	2,00
	100	32,00	2,00
	250	80,00	2,00
	500	160,00	2,00
erro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos = 0,001 mm por milímetro de largura.	25	11,25	2,00
	100	45,00	2,00
	250	112,50	2,00
	500	225,00	2,00
erro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos = 0,0005 mm por milímetro de largura.	25	15,80	2,00
	100	63,00	2,00
	250	158,00	2,00
	500	316,00	2,00
engrenagens lapidadas ou com acabamento dado de maneira a obter-se contato através de toda largura.	l	l	1,00
dentes submetidos a operação de crowning; $2/3$ da largura em contato a plena carga.	l	$0,67l$	1,5

200		500		2.500		10.000	
l_e	K_e	l_e	K_e	l_e	K_e	l_e	K_e
15,80	2,0	25,00	2,0	25,00	1,2	25,00	1,05
63,00	2,0	100,00	2,0	100,00	2,0	100,00	1,08
158,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,00
316,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,00
22,25	2,0	25,00	1,5	25,00	1,1	25,00	1,00
89,00	2,0	100,00	2,0	100,00	2,0	100,00	1,40
222,50	2,0	250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,00
445,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,00
25,00	1,6	25,00	1,2	25,00	1,0	25,00	1,01
100,00	2,0	100,00	2,0	100,00	1,8	100,00	1,20
250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,0	250,00	2,00
500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,0	500,00	2,00
l	1,0	l	1,0	l	1,0	l	1,00
$0,67l$	1,5	$0,67l$	1,5	$0,67l$	1,5	$0,67l$	1,50

OBSERVAÇÕES :

- 1) Para $l_e > l$. usar sempre l
- 2) Para cálculos de engrenagens para aplicações gerais, determinar l_e usando a expressão:

$$K_e = \frac{l_e^2 \mu \alpha}{2 Q l^2} + 1$$

$$1,0 \leq K_e \leq 2,0$$

$$l_e = \sqrt{\frac{2 Q}{\mu \alpha}} l \text{ onde}$$

μ = const. de rigidez = 5×10^5 kg/mm de deflexão (para materiais ferrosos)
 α = erro combinado no alinhamento dos dentes e paralelismo dos eixos.

Tabela 2: Tensões admissíveis de tração para dentes de engrenagens: σ'_t

MATERIAL	Dureza		σ'_t (kgf/cm ²)	
	Brinell	Rockwell C	Retas ou Helicoidais	cônicas
FoFo	160-200		350	200
FoFo	210-245		500	300
Aço	160-200		1 400	700
Aço	210-245		1 550	800
Aço benef.	302-351	33-38	2 250	1 050
Aço temper.		48-53	2 500	1 250
Aço cement.		58-63	3 900	2 100

Tabela 4: Tensões admissíveis de compressão para dentes de engrenagens: σ'_c

Material	Dureza		σ'_c (kgf/cm ²)
	Brinell	Rockwell	
Bronze, bronze fosforoso			2.500
PoPo	160-200		3.500
PoPo	210-245		4.200
Aço	160-200		4.200
Aço	210-245		4.900
Aço benéfico.	302-351	33-38	7.000
Aço temperado		48-53	11.200
Aço temperado		58-63	14.000

Tabela 3: Fator de aplicação para engrenagens K_a

ÓRGÃO ACIONADOR	ÓRGÃOS ACIONADOS		
	Uniforme	c h o q u e s	
		moderados	severos
Uniforme	1,00	1,25	1,75
Choques pequenos	1,10	1,35	1,80
Choques médios	1,25	1,50	1,85

(vide Tabela 6)

Tabela 6: Características de órgãos acionados e acionadores

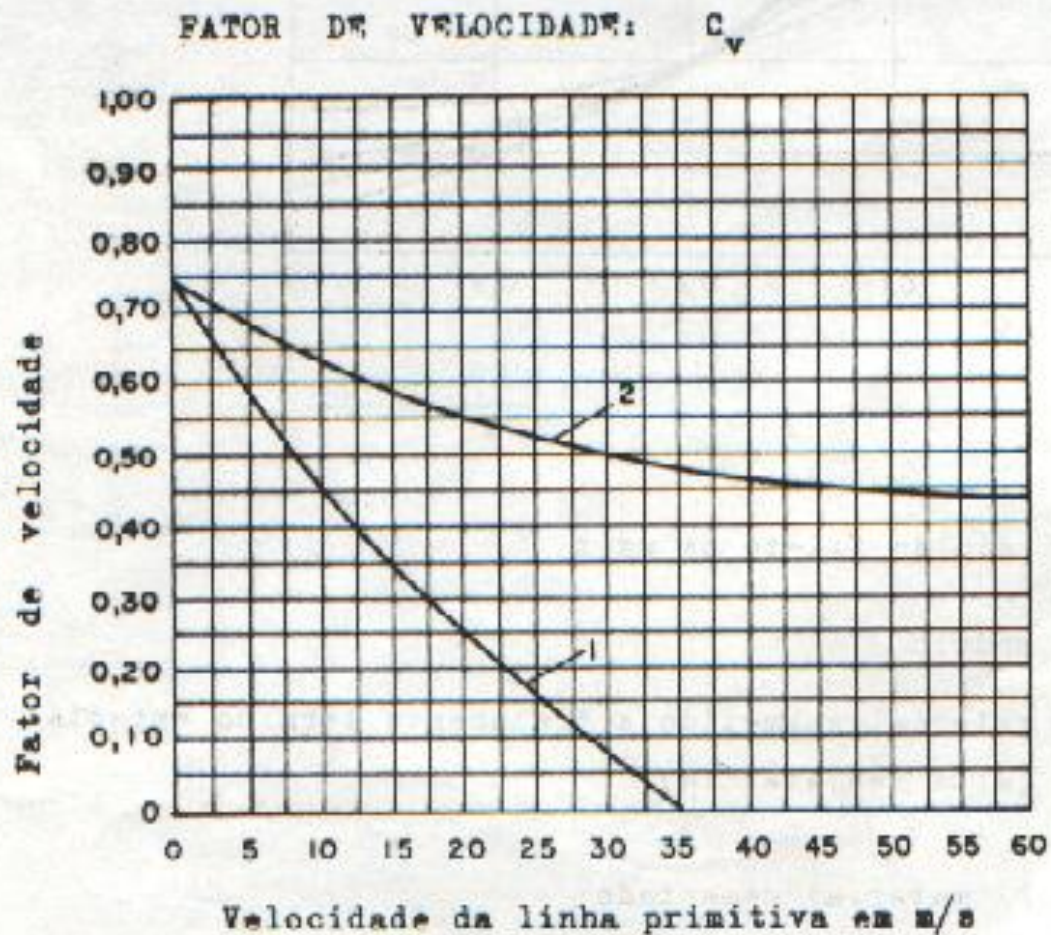
CARACTERÍSTICAS DE ÓRGÃOS ACIONADOS E ACIONADORES	
<p>- <u>Órgãos Acionados</u></p>	
<p><u>Uniforme</u> - compressores centrifugos, agitadores de líquidos, correias transportadoras (avanço uniforme), sistema de translação de carrinhos, pontes e pórticos, sistema de rotação de guindastes.</p>	
<p><u>Choques moderados</u> - Agitadores para sólido-líquido, correias transportadoras (avanço não uniforme), sistema de elevação de carga das pontes e guindastes, elevadores, máquinas operatrizes com arranque de cavaco.</p>	
<p><u>Choques severos</u> - Compressores monocilindricos, transportadores alternativos, britadores, peneira vibratória.</p>	
<p>- <u>Órgãos Acionadores</u></p>	
<p><u>Uniforme</u> - Motores elétricos, turbinas.</p>	
<p><u>Choques pequenos</u> - Motores de combustão interna multicilindros.</p>	
<p><u>Choques médios</u> - Motores de combustão interna monocilindros.</p>	

Tabela 5: Valores do fator Y para vários sistemas de dentes

número de dentes	14 1/2 composto * involuta	20° altura total	pinhões pequenos 20° altura total	20° rebaixado
5			0.320	
6			0.301	
7			0.282	
8			0.264	
9			0.264	
10			0.264	
11			0.264	
12	0.211	0.245	0.264	0.312
13	0.223	0.261	0.270	0.324
14	0.236	0.277	0.277	0.340
15	0.245	0.290		0.350
16	0.254	0.296		0.362
17	0.264	0.303		0.368
18	0.270	0.309		0.378
19	0.277	0.314		0.388
20	0.283	0.322		0.394
21	0.289	0.328		0.400
22	0.292	0.331		0.406
24	0.299	0.337		0.416
26	0.308	0.346		0.425
28	0.314	0.353		0.432
30	0.318	0.359		0.438
34	0.327	0.371		0.447
38	0.333	0.384		0.457
43	0.340	0.397		0.463
50	0.346	0.409		0.476
60	0.355	0.422		0.485
75	0.361	0.435		0.497
100	0.367	0.447		0.507
150	0.374	0.460		0.520
300	0.383	0.472		0.535
Cremalheira	0.390	0.485		0.552

Sistema composto: a cremalheira básica combina curvas cicloidal e evolvente.

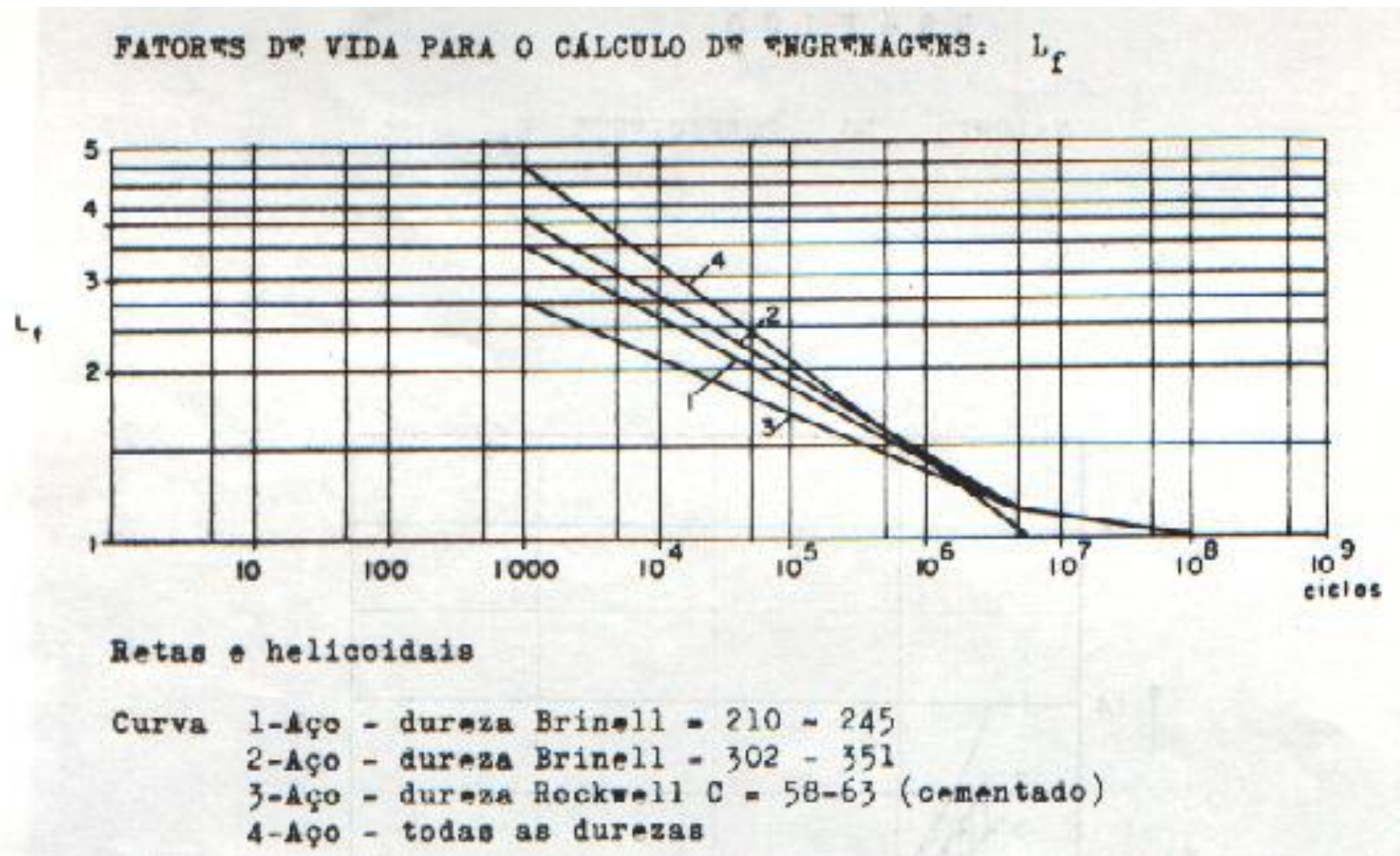
Gráfico 1:



curva 1 - Engrenagens retas de boa precisão comercial.

curva 2 - Engrenagens helicoidais de média qualidade.

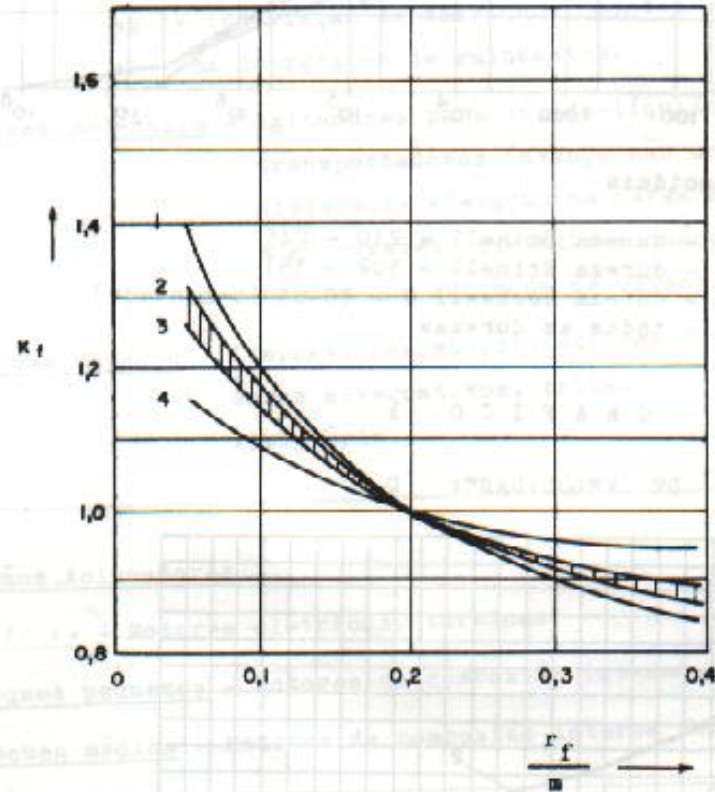
Gráfico 3:



- este L_f vale para flexão.
- para pressão no flanco, vale L_{fc} de acordo com a Tabela da pg. 27 da apostila!

Gráfico 3:

Valores do coeficiente K_f



r_f

r_f = raio do filete na raiz

m = módulo

curva 1) - material submetido a tratamento térmico especial (alta resistência)

" 2) - [material cementado

" 3) - [

" 4) - aço SA^e 1045 a 1050 sem tratamento.

2.14.6. Equação de Hertz modificada:

- A fórmula de Hertz, deduzida anteriormente, afetada pelos coeficientes fica:

Para engrenagens cilíndricas metálicas com dentes retos:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \alpha \cdot \sin \alpha}} \sqrt{\frac{Q \cdot K_e}{l_e \cdot d_p \cdot C_v} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

Para engrenagens cilíndricas retas de aço:

$$\sigma_c = 100 \cdot \sqrt{\frac{0,73}{\cos \alpha \cdot \sin \alpha}} \sqrt{\frac{Q \cdot K_e}{l_e \cdot d_p \cdot C_v} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

Para engrenagens cilíndricas metálicas com dentes helicoidais:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cdot \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \alpha_n \cdot \sin \alpha_n \cdot \varepsilon_c}} \sqrt{\frac{Q \cdot K_e}{l_e \cdot d_p \cdot C_v} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

2.14.6. Equação de Hertz modificada:

As tensões calculadas, quer para dentes retos, quer para dentes helicoidais devem ser comparadas com

$$\sigma'_c \geq \sigma_c \cdot \frac{\sqrt{K_a}}{L_{fc}}$$

A tabela 4 mostra valores de σ'_c e de K_a na tabela 3.

O fator de vida L_{fc} pode ser obtido abaixo :

no. de ciclos	L_{fc}
10^3	1,40
10^5	1,40
10^6	1,25
10^7	1,10
10^8	1,00
10^9	0,90

Fórmula de HERTZ para ENGRENAGENS HELICOIDAIS

pode ser obtida encontrando-se o raio de curvatura em uma **seção normal à hélice primitiva**. Esta seção tem uma **elipse primitiva** ao invés de um círculo primitivo. Usando a equação de uma elipse, nós podemos obter valores para R_1 e R_2 para a equação (VII).

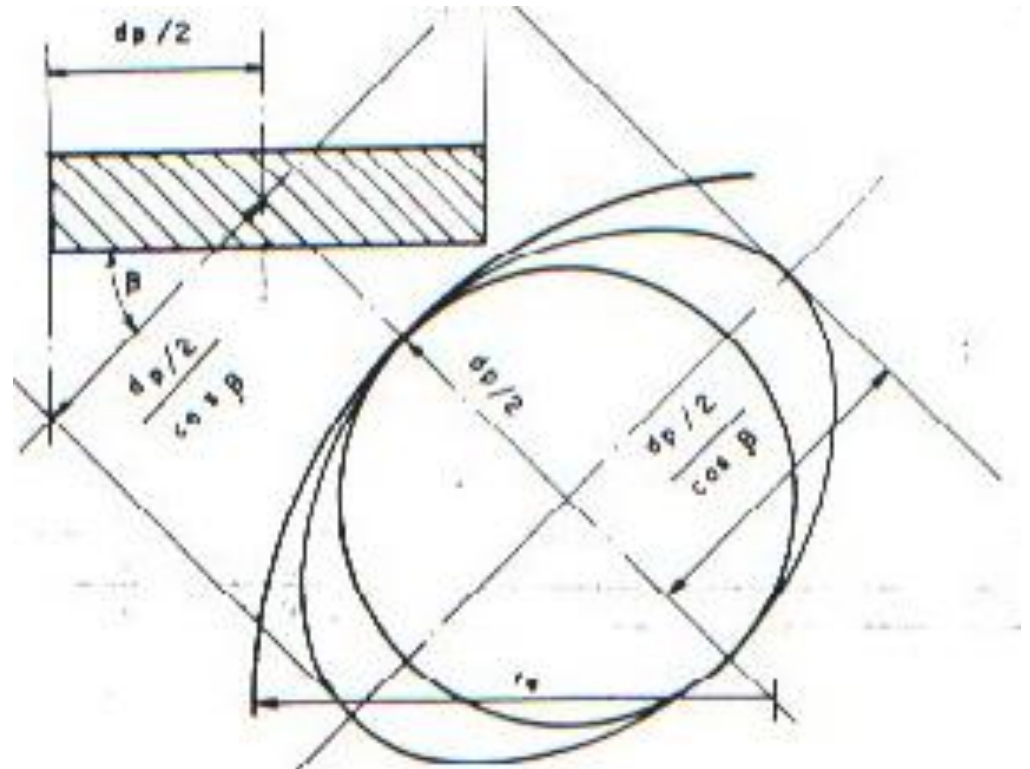
No estudo cinemático deduzimos que o “**raio equivalente**”, r_e , vale

$$r_e = \frac{r_p}{2 \cos \beta}$$

$$\rho_{pe} = r_p \sin \alpha_n$$

Portanto:

$$R_1 = r_p \sin \alpha_n \cdot \frac{1}{2 \cos \beta}$$



Em engrenagem helicoidais de precisão a carga é dividida entre diversos pares de dentes. **O comprimento médio de trabalho do dente é dado por:**

$$l_t = \frac{l \cdot \epsilon_c}{\cos \beta}$$

ϵ_c = relação de contato transversal (ou frontal).

A carga tangencial no plano normal é igual à carga tangencial no plano transversal dividida pelo co-seno do ângulo de hélice (vide fig.10).

$$Q_{tn} = \frac{Q}{\cos \beta}$$

A carga aplicada na **seção normal** Q_n é $Q_n = \frac{Q_{tn}}{\cos \alpha_n}$

Finalmente , para engrenagens helicoidais metálicas

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{0,70 \cdot \cos^2 \beta}{\left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2}\right) \cos \alpha_n \cdot \sin \alpha_n}} \cdot \sqrt{\frac{Q}{l \cdot d_p \cdot \epsilon_c} \cdot \left(\frac{i+1}{i}\right)}$$

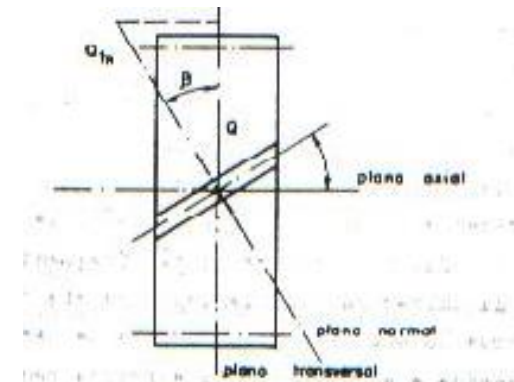


Fig. 10

