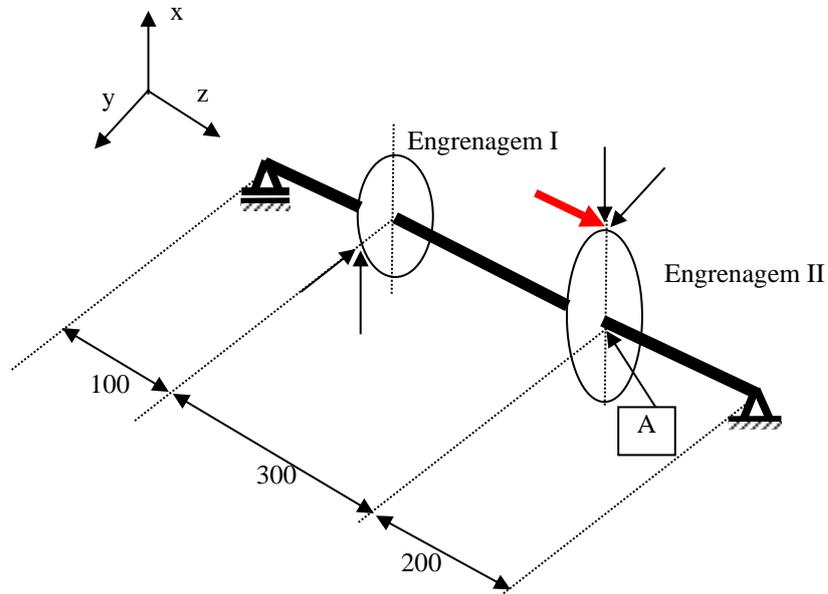


Exemplos de cálculo de eixos

- 1) A figura abaixo representa um eixo pertencente a um redutor de velocidades. Todo o torque recebido pela engrenagem I é integralmente transmitido através da engrenagem II.



Dados:

Diâmetros primitivos (d_p) : Engrenagem I: 180 mm Engrenagem II: 300 mm

Forças atuantes na Engrenagem I (N): $F_x = |5000|$; $F_y = |3000|$;

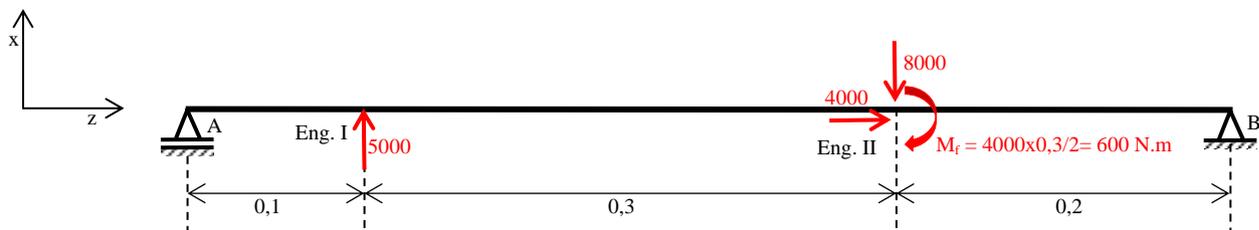
Forças atuantes na Engrenagem II (N): $F_x = |8000|$; $F_y = |3000|$; $F_z = |4000|$
(sentidos conforme indicados na Figura)

Pede-se:

- Traçar os diagramas de esforços solicitantes (M , N , Q e M_t).
- Calcular e traçar os diagramas de distribuição de tensões na seção A do eixo circular da figura, considerando $d = 60$ mm, na fixação da engrenagem II.

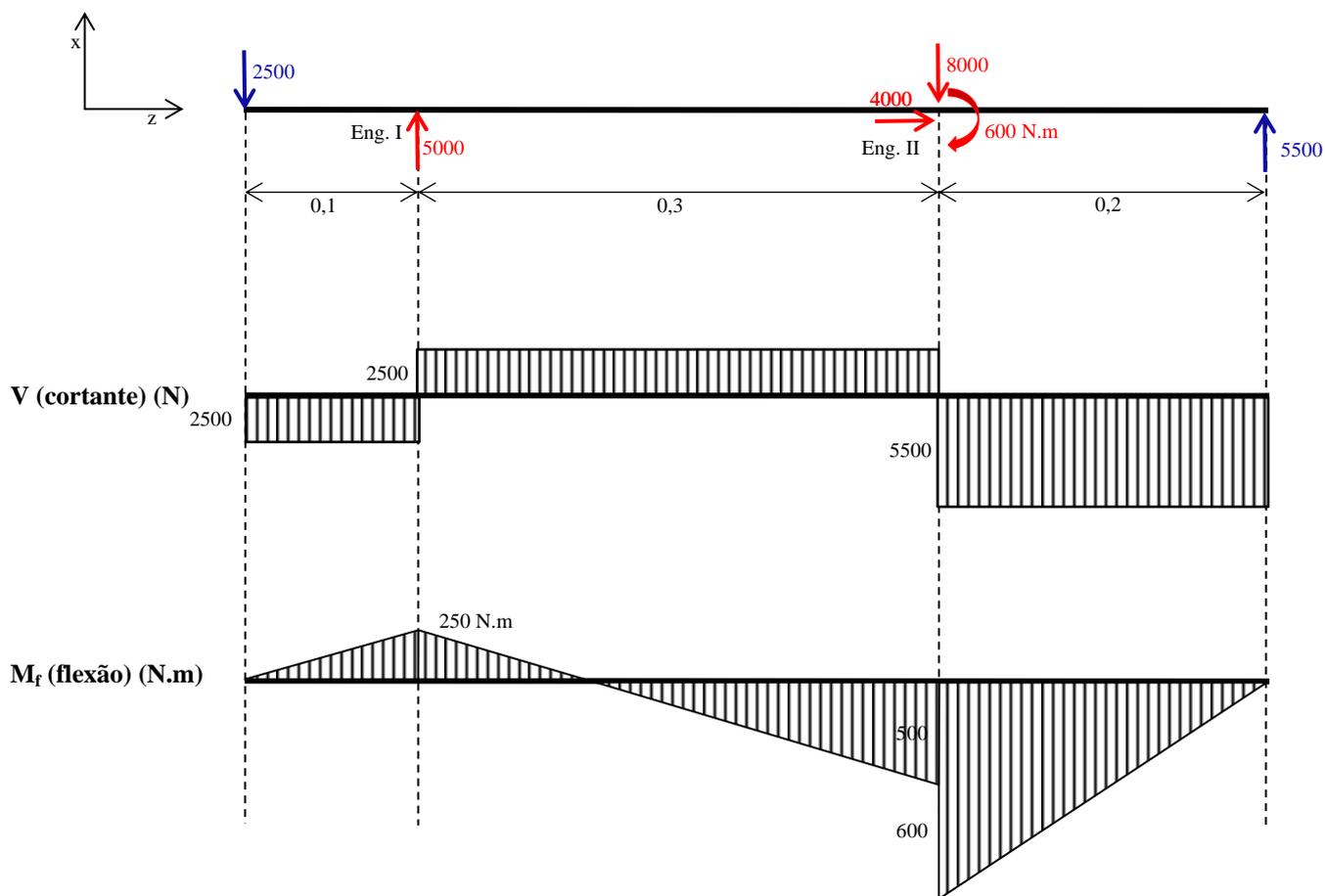
Resolução (SI)

a-1) Plano x-z

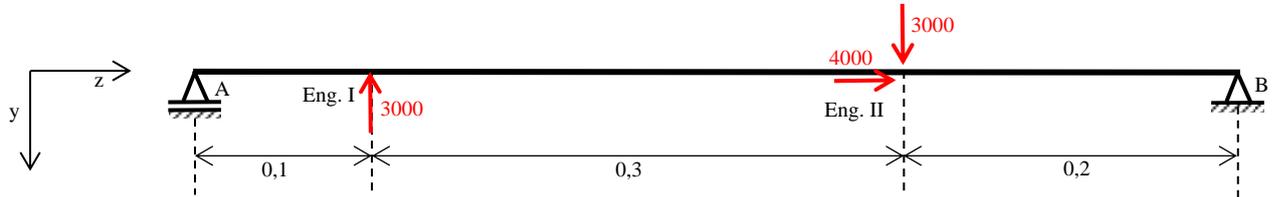


$$\sum M_{fA} = 0 \rightarrow 5000 \cdot 0,1 - 8000 \cdot 0,4 - 600 + R_B \cdot 0,6 = 0 \rightarrow R_{Bx} = 5500 \text{ N}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_{Ax} = -2500 \text{ N}$$

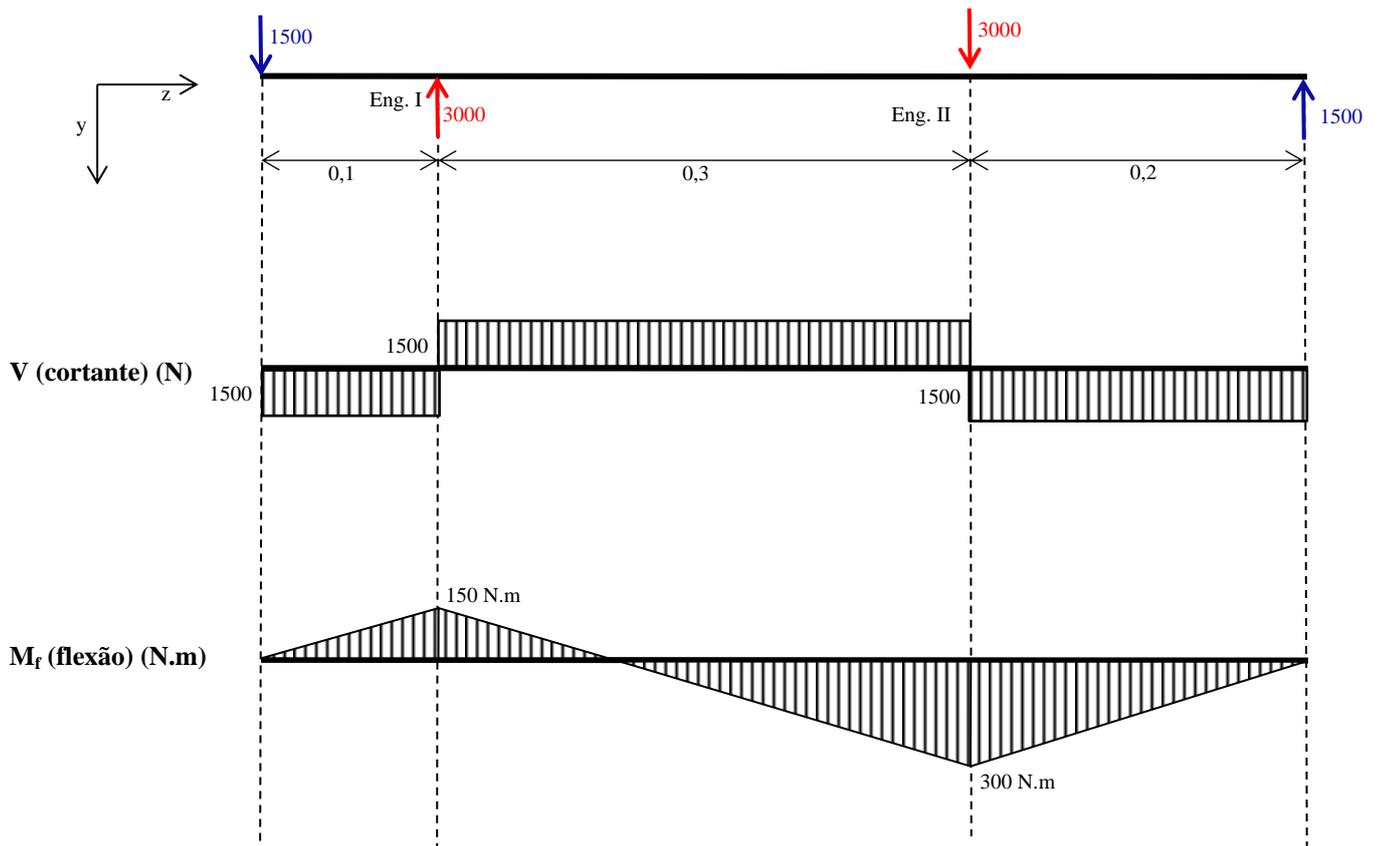


a-2) Plano y-z

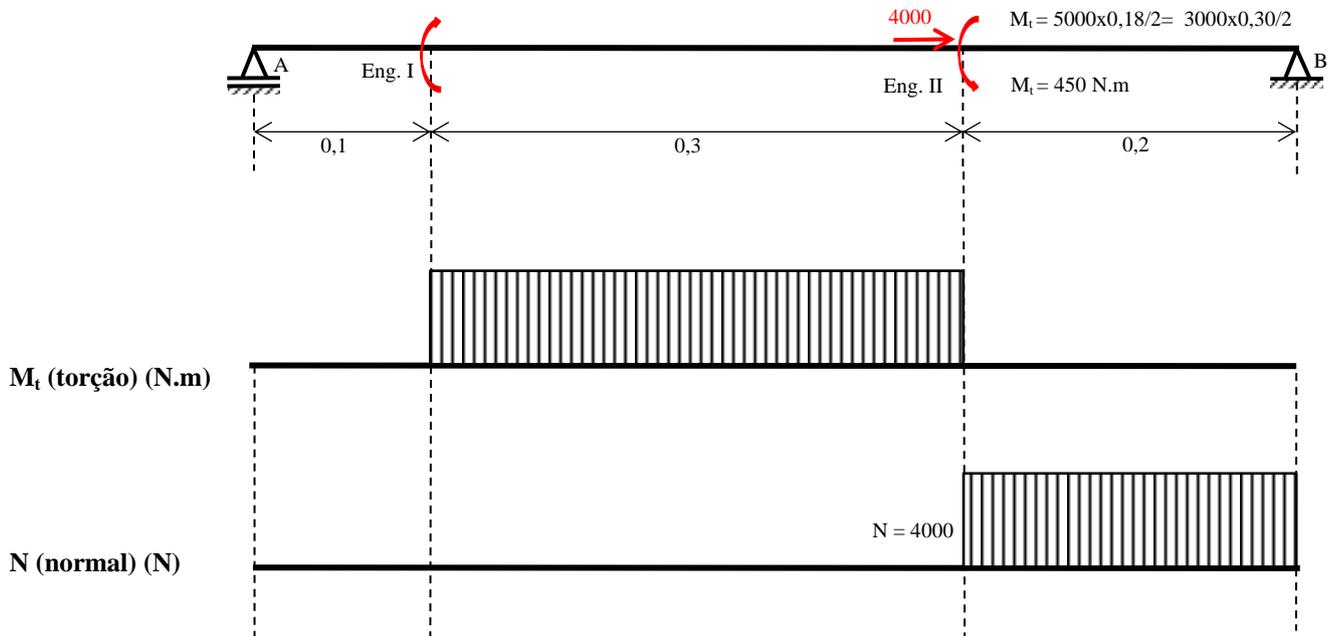


$$\sum M_{fA} = 0 \rightarrow R_{By} = -1500 \text{ N}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow R_{Ay} = 1500 \text{ N}$$



a-3) axial



a-4) seção mais solicitada ao longo da peça: verificar os maiores carregamentos. No caso é na fixação da Engrenagem II. Para esta seção calcular os valores resultantes da composição dos dois planos ortogonais (se houver dúvidas, calcular para outras seções e comparar!). No caso, para seção da Eng. II (observem que estes máximos ocorrem em diferentes planos da seção):

$$M_{fR} = \sqrt{M_{fx-z}^2 + M_{fy-z}^2} = \sqrt{1100^2 + 300^2} = 1140,18 \text{ N.m}$$

$$V_R = \sqrt{V_{x-z}^2 + V_{y-z}^2} = \sqrt{5500^2 + 1500^2} = 5700,88 \text{ N}$$

$$M_t = 450 \text{ N.m}$$

$$N = 4000 \text{ N}$$

b) Cálculo das tensões considerando diâmetro na seção da fixação da Engrenagem II igual a 60 mm:

b-1) Parâmetros geométricos:

$$\text{Área da seção: } S = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,06^2}{4} = 2,82 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$\text{Módulo de resistência à flexão: } W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,06^3}{32} = 2,12 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\text{Módulo à resistência à torção: } W_t = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi \cdot 0,06^3}{16} = 4,24 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

b-2) Tensões máximas:

Tensão normal devido à Normal:

$$\sigma_N = \frac{N}{S} = \frac{4000}{2,82 \cdot 10^{-3}} = 1,42 \cdot 10^6 = \mathbf{1,42 \text{ MPa}}$$

Tensão normal devido à Flexão:

$$\sigma_f = \frac{M_{fR}}{W_f} = \frac{1140,18}{2,12 \cdot 10^{-5}} = 53,78 \cdot 10^6 = \mathbf{53,78 \text{ MPa}}$$

Tensão cisalhamento pura:

$$\sigma_N = \frac{V_R}{S} = \frac{5700,88}{2,82 \cdot 10^{-3}} = 2,02 \cdot 10^6 = \mathbf{2,02 \text{ MPa}}$$

Tensão cisalhamento devido à Torção:

$$\sigma_f = \frac{M_t}{W_t} = \frac{450}{4,24 \cdot 10^{-5}} = 10,61 \cdot 10^6 = \mathbf{10,61 \text{ MPa}}$$

Tensão cisalhamento devido à Flexão:

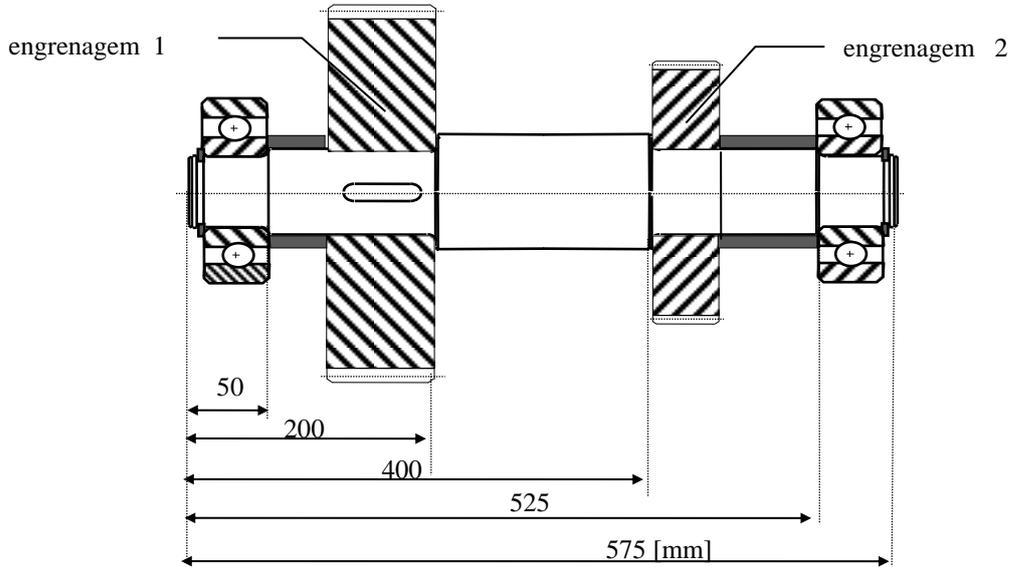
$$\sigma_f = \frac{4 \cdot V}{3 \cdot S} = \frac{4 \cdot 5700,88}{3 \cdot 2,82 \cdot 10^{-3}} = 2,69 \cdot 10^6 = \mathbf{2,69 \text{ MPa}}$$

Observe que $L/D \geq 5 \rightarrow$ Flexo-torção

02) Dimensionar o eixo abaixo pertencente a um redutor utilizado em um sistema de elevação de cargas . A engrenagem 1 recebe 30 [HP] a 80 [rpm] . A engrenagem 2 é montada com interferência sobre o eixo.

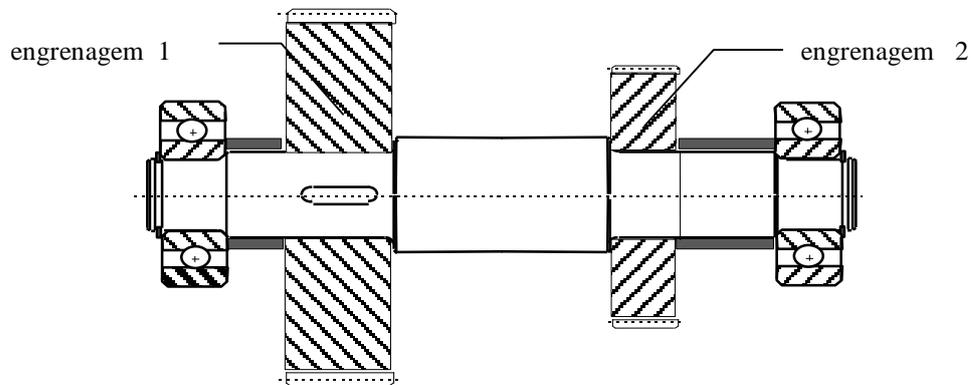
Dados:	Engrenagem :	1	2
	Número de dentes (retos)	57	34
	Módulo [mm]	8	8
	Ângulo de pressão	20°	20°
	Largura [mm]	100	100

- Eixo feito de ABNT 8620, acabamento médio em torno;
- Adotar demais dados que julgar necessários.



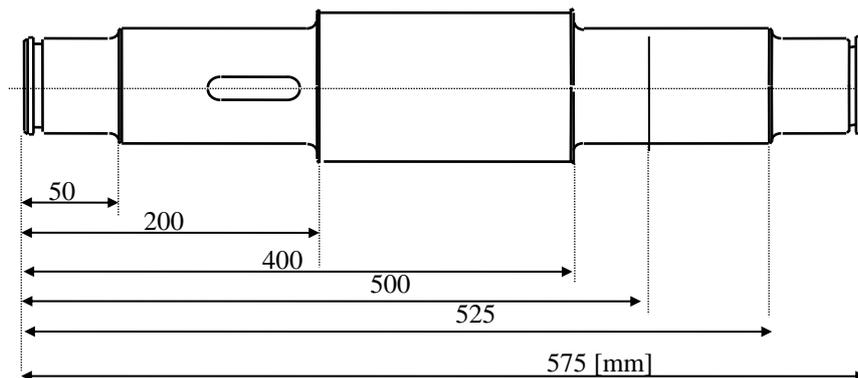
Resolução

A solução deve seguir os passos do roteiro dado a seguir :



a) Fazer croqui do eixo.

Normalmente são dadas as dimensões longitudinais e os diâmetros precisam então ser determinados. É impossível fazer os cálculos de verificação de eixos sem antes fazer um croqui do mesmo porque os cálculos dependem da forma escolhida para o eixo. Ao se fazer o croqui é muito importante que se raciocine como o eixo vai ser fabricado e como ele vai ser montado. Por exemplo, o segundo escalonamento da direita para a esquerda foi criado para facilitar a montagem por interferência da engrenagem 2.

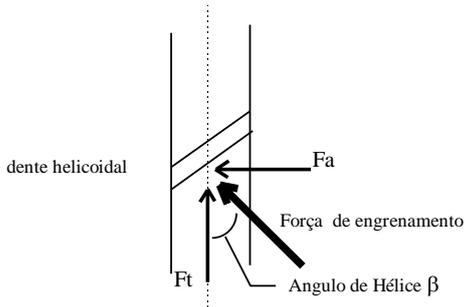


b) Efetuar o pré-dimensionamento.

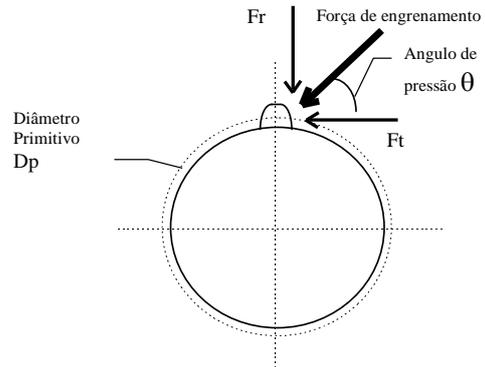
b₁) Determinar os diagramas dos esforços solicitantes

Inicialmente é preciso identificar quais forças estão presentes e calcular seus respectivos valores. O caso mais geral é o caso de engrenagens helicoidais : temos a força de engrenamento com três componentes . No plano tangente ao diâmetro primitivo no ponto de contato temos a força axial F_a e a força tangencial F_t . No plano da engrenagem, passando também pelo ponto de contato, temos a mesma força tangencial F_t e a força radial F_r (ver figuras a seguir).

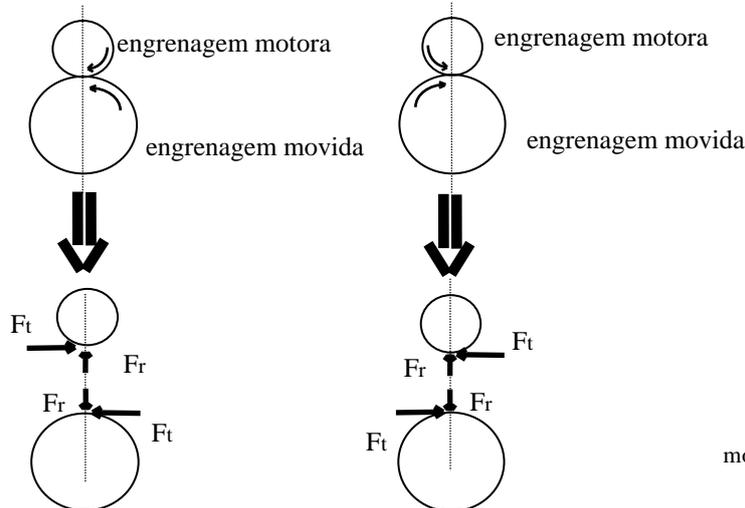
Plano tangencial



Plano circunferencial

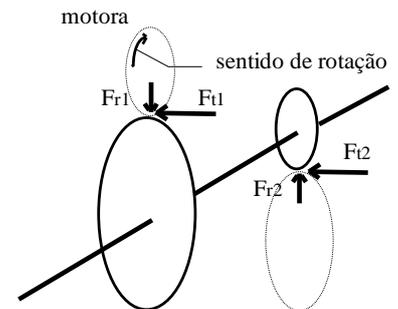


É interessante notar que Ft produz momento torçor e momento fletor (normalmente no plano horizontal) no eixo, a força axial Fa produz tração/compressão e momento fletor (normalmente no plano vertical) e finalmente a força radial Fr produz um momento fletor (normalmente vertical). É importante notar as direções destas forças, as quais dependem se as engrenagens são motoras ou movidas e também do sentido de rotação.



No presente caso a situação é mostrada na figura ao lado. Foram adotadas as disposições de engrenagens e o sentido de rotação mostrados. Também aparecem na figura as forças radiais e tangenciais atuantes nas engrenagens 1 e 2 (não há forças axiais - engrenagens de dentes retos)

Passemos agora aos cálculos das forças atuantes



Cálculo das forças atuantes

Inicialmente calculamos o momento torçor : $M_t = 716200 \frac{N}{n} [kgf \cdot mm]$, com N [HP] e n [rpm]

$$M_t = 716.200 \times \frac{30}{80} = 268.575 [kgf \cdot mm] = 2.685,75 [N \cdot m]$$

Para calcular a força tangencial sabemos que $M_t = F_t \cdot \frac{d_p}{2}$

e também que o diâmetro primitivo é igual ao módulo da engrenagem vezes o número de dentes.

$\Leftrightarrow d_{p1} = m \cdot z_1 = 8 \times 57 = 456 [mm]$. Daí vem que :

$$M_t = F_t \cdot \frac{d_p}{2} \Rightarrow F_t = \frac{2 \times M_t}{d_{p1}} = \frac{2 \times 2685,75}{0,456} \Rightarrow F_{t1} = 11779,6 [N]$$

O cálculo da componente radial usa a seguinte formulação:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{F_r}{F_t} \Rightarrow F_r = F_t \cdot \operatorname{tg} \theta \quad , \text{ sendo } \theta \text{ o ângulo de pressão da engrenagem}$$

$$\Rightarrow F_{r1} = 11779,6 \times \operatorname{tg} 20^\circ = 4287,4 \text{ [N]} \quad . \text{ Se tivéssemos engrenagem helicoidal com}$$

$\beta = 30^\circ$, por exemplo, o cálculo da força axial seria o seguinte

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{F_a}{F_t} \quad , \Rightarrow F_{a1} = 11779,6 \times \operatorname{tg} 30^\circ$$

$$F_{a1} = 6800,95 \text{ [N]}$$

E neste caso não deveríamos esquecer que a força axial produz também um momento fletor

vertical igual a $F_a \cdot \frac{d_p}{2}$!!

Continuando nosso caso, na engrenagem 2 temos :

$$M_{t2} = M_{t1} = 2685,75 \text{ [N.m]} \quad , \quad d_{p2} = 8 \times 34 = 272 \text{ [mm]}$$

$$F_{t2} = \frac{2 Mt}{d_{p2}} = \frac{2 \times 2685,75}{0,272} = 19748,16 \text{ [N]} \quad ; \Rightarrow F_{r2} = 19.748,16 \times \operatorname{tg} 20^\circ$$

$$F_{r2} = 7.187,71 \text{ [N]}$$

Cálculo das reações dos vínculos

As equações de equilíbrio são :

$$\sum F_v = 0 \Rightarrow F_{VA} - F_{r1} + F_{r2} - F_{VB} = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow +F_{HA} - F_{t1} - F_{t2} + F_{HB} = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_{VA} = 0 \Rightarrow -F_{r1} \times 0,125 + F_{r2} \times 0,425 - F_{VB} \times 0,525 = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_{HA} = 0 \Rightarrow F_{t1} \times 0,125 + F_{t2} \times 0,425 - F_{HB} \times 0,525 = 0 \quad (4)$$

Cuja solução é :

$$(1) \Rightarrow F_{VA} - F_{VB} = 4287,4 - 7187,74 = -2900,34 \text{ [N]}$$

$$(2) \Rightarrow F_{HA} + F_{HB} = 11779,6 + 19748,16 = 31527,76 \text{ [N]}$$

$$(3) \Rightarrow F_{VB} = \frac{1}{0,525} (7187,74 \times 0,425 - 4287,4 \times 0,125) = 4797,84 \text{ [N]}$$

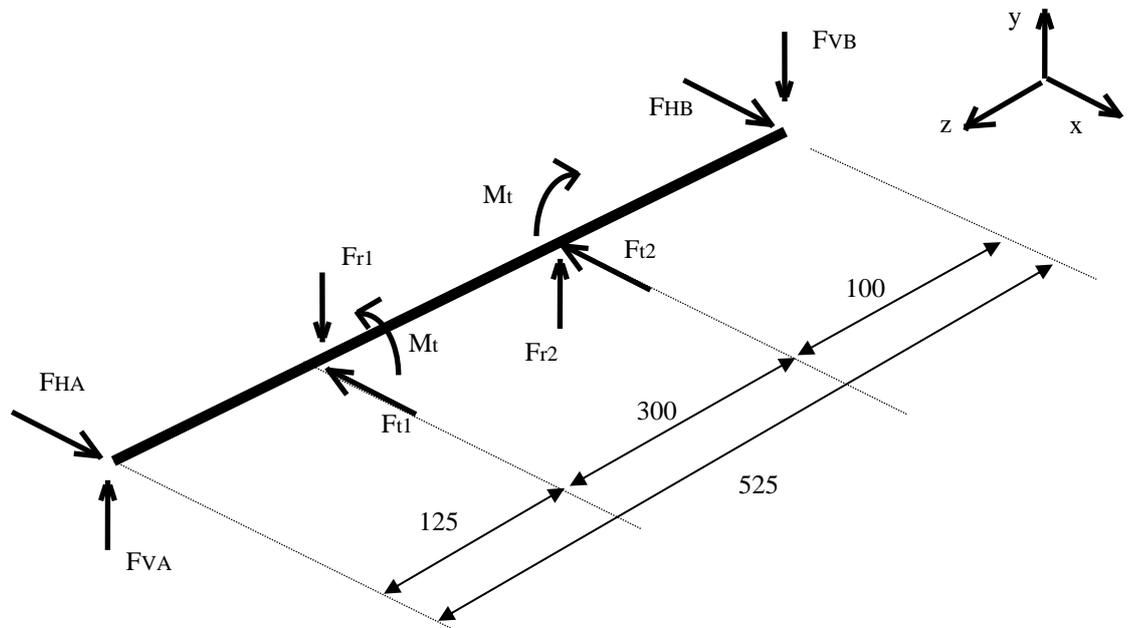
$$(1) \Rightarrow F_{VA} = -2900,34 + 4797,84 = 1897,50 \text{ [N]}$$

$$(4) \Rightarrow F_{HB} = \frac{1}{0,585} (11779,6 \times 0,125 + 19748,16 \times 0,425) = 18791,27 \text{ [N]}$$

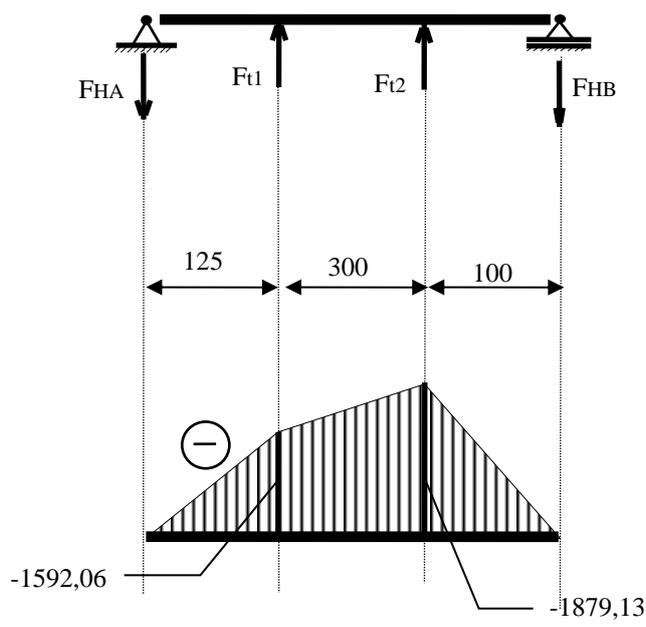
$$(2) \Rightarrow F_{HA} = 11779,6 + 19748,16 - 18791,27 = 12736,49 \text{ [N]}$$

Temos agora todos os valores necessários para traçar os diagramas dos esforços atuantes : M_{fv} , M_{fh} , M_t , que estão dados a seguir. Note-se que não há força axial neste caso e supondo que

$\frac{L}{D} > 5$; $D < \frac{525}{5} = 105 \text{ [mm]}$ não nos preocuparemos com a cortante Q .

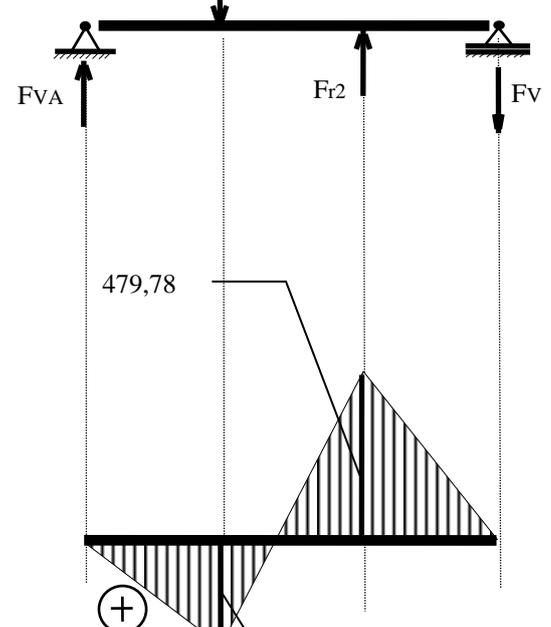


Plano Horizontal

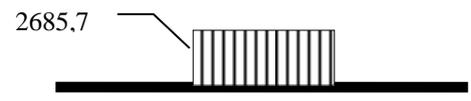


M_{fh} [N.m]

Plano Vertical



M_{fv} [N.m]



M_t [N.m]

b₂) Localização das secções críticas para pré-dimensionamento

Este exame requer muito cuidado. Devemos procurar as secções onde tenhamos σ máximo. Isto implica que o momento fletor resultante M_{fR} deve ter o valor máximo, ou então a secção da eixo deve ter W_f pequeno ou mesmo uma combinação destas situações. Às vezes é impossível prever-se o resultado e então devemos fazer o cálculo completo para cada secção candidata para depois concluirmos onde se acha a secção mais crítica.

No presente caso, as secções com diâmetro menor tem momento desprezível, e as duas secções com momento maiores tem diâmetros iguais. Isto implica que a secção com maior M_{fR} deve ter o maior σ e somente ela será verificada.

O exame dos diagramas de M_{fh} , e M_{fv} permite calcular que no plano médio da engrenagem 1 age um momento fletor resultante tal que :

$$M_{fR1} = \sqrt{-1592,06^2 + 239,19^2} = 1.609,73 \text{ [N.m]} \text{ e para engrenagem 2 temos}$$

$M_{fR2} = \sqrt{-1879,13^2 + 479,78^2} = 1.939,41 \text{ [N.m]}$. Portanto a secção que passa pela engrenagem 2 é a mais crítica.

b₃) Determinar σ_{adm} para o pré-dimensionamento

$$\sigma_{adm} = \frac{\text{tensão limite}}{s}$$

e a tensão limite para materiais dúcteis (um aço com sigla XX20 é dúctil), é a tensão de escoamento. Para o aço ABNT 8620, a tabela de materiais para eixos das Notas de Aula indica

$$\sigma_e = 60,0 \left[\frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} \right] \text{ e } \sigma_{rt} = 95,0 \left[\frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} \right]$$

Fatores escolhidos:

- a = 1,0 material dúctil
- b = 2,0 carga variável com reversão (sobe e desce)
- c = 1,0 carga aplicada gradualmente (embreagem)
- d = 1,7

condições gerais ligeiramente críticas: $\left\{ \begin{array}{l} - \text{condições pouco severas (elevação de cargas)} \\ - \text{material dúctil} \\ - \text{segurança normal (elevação de cargas pouco valiosas)} \end{array} \right.$

$$\sigma_{adm} = \frac{60}{1,0 \times 2,0 \times 1,0 \times 1,7} = 17,65 \left[\frac{\text{kgf}}{\text{mm}^2} \right] = 176,5 \text{ [MPa]}$$

b₄) Determinar diâmetro

Para solicitação com M_f e M_t e eixo seção circular

$$\bar{d} = 2,17 \sqrt[3]{\frac{M_{eq}}{\sigma_{adm}}}, \text{ com } M_{eq} = \sqrt{M_{fR}^2 + \frac{3}{4} M_t^2}$$

$$M_{eq} = \sqrt{1939,41^2 + \frac{3}{4} \times 2685,75^2} = 3028,41 \text{ [Nm]}$$

$$\bar{d} = 2,17 \sqrt[3]{\frac{3028,41}{176,5 \times 10^6}} = 0,056 \text{ , } d = 1,1 \sim 1,3 \bar{d}$$

Adotaremos $d = 70 \text{ [mm]}$ e temos $\frac{L}{D} = 7,5 > 5$, \therefore desprezamos Q .

Entretanto, a situação é um pouco mais complicada se tivermos a presença de força normal. Neste caso fica muito difícil acharmos \bar{d} de forma explícita como usamos acima. Apesar do fato de que a contribuição de N para aumentar a tensão normal ser normalmente pequena, o correto seria termos o seguinte procedimento:

a) calculamos \bar{d} como acima, desprezando portanto N.

b) assumimos $d = 1,1$ a $1,3 \bar{d}$.

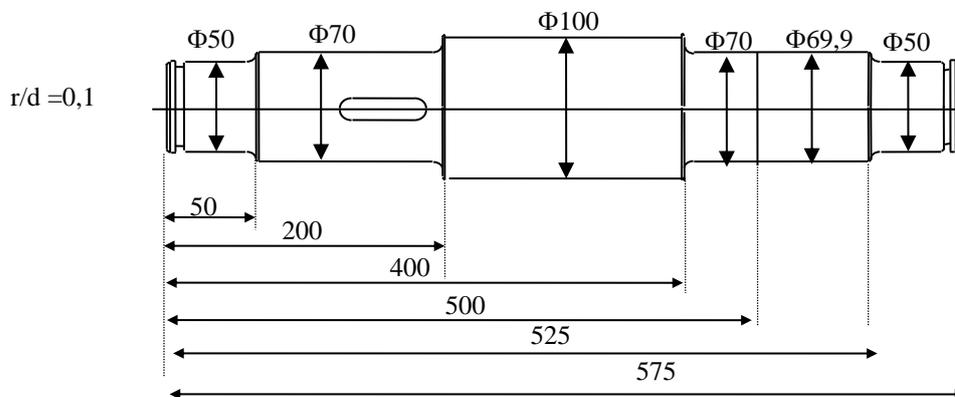
c) com este valor de diâmetro calculamos então a tensão normal máxima da secção: $\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M_{fR}}{W_f}$,

sendo que τ permanece como acima (N não influencia τ)

d) calculamos então a tensão de confronto $\sigma^* = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$ e finalmente fazemos a verificação final $\sigma^* < \sigma_{adm}$

c) Completar o croqui com os diâmetros

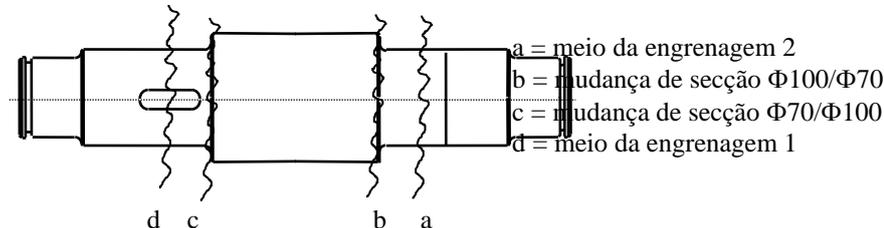
Assumimos os demais diâmetros a partir do pré-dimensionamento. É normal assumirem-se escalonamentos com a relação d_1/d_2 entre 1,2 e 1,4.



d) Verificar quanto à fadiga

d₁) Localizar secções críticas à fadiga

Aqui novamente cabe uma discussão sobre a localização das secções críticas. Agora, além das considerações feitas sobre a procura das secções críticas no pré-dimensionamento levando-se em conta o esforço máximo e o diâmetro da secção, entram em cena também os parâmetros de cálculo à fadiga. Estes influem tanto na tensão admissível como na tensão de confronto. Dentre estes parâmetros, o que mais influirá é o valor de β_k .



Desta forma, as maiores candidatas são a secção “a” passando pela engrenagem 2 (devido ao maior momento fletor resultante); as mudanças de secções “b” e “c” (devido ao β_k); e a secção “d” que passa pela engrenagem 1 (devido a β_k da chaveta e ao elevado momento fletor). Não é possível saber de antemão qual será a mais crítica, obrigando-nos a verificar todas.

d₂) Verificar à fadiga na secção “a”

Tensão de Confronto

Devemos ter tensão de confronto tal que $\sigma^* \leq \sigma_{adm}$

Examinando o diagrama de esforços, vemos que não há força normal e portanto a máxima tensão normal de tração devido à flexão será igual à máxima tensão normal de compressão (também devido à flexão). Como o eixo gira, isto vai submeter um ponto qualquer à solicitação de fadiga com $k_f = \infty$. No caso do momento torçor, seu valor é considerado constante e portanto neste caso $k_t = 1$. Temos portanto um caso de flexão e torção combinados. Neste caso temos flexão e torção combinados com $k_f = \infty$ e $k_t = 1$. Ou seja, caímos no caso c) da formulação da teoria de cálculo de tensão de confronto :

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \tau^2} \quad \text{e} \quad H = \frac{\sigma_{faf} \beta_{kt}}{\tau_e \beta_{kaf}}$$

e ainda $\sigma_{max} = \frac{N}{S} + \frac{M_{fl}}{W_f}$, . Mas neste caso $N = 0$, como vimos. O momento fletor resultante é

igual a 1.939,41 [N.m] e , $W_f = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 0,07^3}{32} = 3,37 \cdot 10^{-5} [m^3]$.

Portanto $\sigma_{max} = \frac{1939,41}{3,37 \cdot 10^{-5}} = 57,59$ [MPa]. A tensão tangencial é simplesmente aquela devida à torção :

$$\tau = \frac{M_t}{W_t} ; W_t = \frac{\pi d^3}{16} = 6,74 \cdot 10^{-5} [m^3]. \text{ Temos o momento torcor de } 2.685,75 \text{ [N.m]}$$

$$\Rightarrow \tau = \frac{2685,75}{6,74 \times 10^{-5}} = 39,84 \text{ [MPa]}$$

Nesta secção não há entalhe, uma vez que ajuste prensado não afeta o comportamento à fadiga $\Rightarrow \beta_{kt} = \beta_{kaf} = 1,0$

Para o cálculo de σ_{Faf} usaremos a Figura 1 da Aula 05. Em tese esta figura é válida para flexão pura, porém é o único recurso que temos para flexo-torção.

$$\sigma_{Faf} \xrightarrow[\text{aço liga}]{\text{Fig 1}} \rightarrow 520 \text{ [MPa]} ; \sigma_e = 600 \text{ [MPa]} \left(\begin{array}{l} \text{tabela de material} \\ \text{p/eixos (Notas de Aula)} \end{array} \right)$$
$$\sigma_{it} = 95 \text{ [Kgf/mm}^2 \text{]}$$

Temos também $\tau_e = 0,577 \cdot \sigma_e = 0,577 \cdot 600 = 346,2$ [MPa] e portanto:

$$H = \frac{520}{346,2} = 1,50 \text{ e finalmente temos a tensão de confronto}$$

$$\sigma^* = \sqrt{57,59^2 + 1,50^2 \times 39,84^2} = 82,99 \text{ [MPa]}$$

Tensão admissível

$$\sigma_{adm} = \sigma_{faf} \frac{b_1 b_2 b_3}{\beta_k \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5}$$

Aqui temos S_{faf} ou $\sigma_{faf} = 520$ [MPa], já calculada acima. Prosseguimos na verificação à fadiga como nos exercícios anteriores.

$b_1 \rightarrow$ acabamento médio (Figura 4) $\rightarrow 0,87$

$\eta_1 \rightarrow$ dados metalográficos $\rightarrow 1,10$

$b_2 \rightarrow d=70 \text{ mm}$ (Figura 5) $\rightarrow 0,80$
 $b_3 \rightarrow$ seção circular $\rightarrow 1,0$
 $\beta_k \rightarrow$ sem entalhe $\rightarrow 1,0$

$\eta_2 \rightarrow$ modelo $\rightarrow 1,10$
 $\eta_3 \rightarrow$ falha (fato grave) $\rightarrow 1,25$
 $\eta_4 \rightarrow$ valor cargas $\rightarrow 1,00$
 $\eta_5 \rightarrow$ grupo I (ap. elevação) $\rightarrow 1,0$

Finalmente chegamos a :

$$\sigma_{adm} = 520 \times \frac{0,87 \times 0,80 \times 1,0}{1,0 \times 1,10 \times 1,10 \times 1,25 \times 1,0 \times 1,10} = 217,5 \text{ [MPa]}$$

portanto temos $82,99 \ll 217,5$ ou seja , $\sigma^* \ll \sigma_{adm}$ OK!!

d₃) Verificar à fadiga na secção “b”

Tensão de confronto

Também neste caso $\sigma^* = \sqrt{\sigma_{max}^2 + H^2 \tau^2}$, $H = \frac{\sigma_{faf} \beta_{kt}}{\tau_e \beta_{kaf}}$. A secção “b” está a

150 [mm] da extremidade direita do eixo (notar que os diagramas dos esforços estão traçados a partir da linha média dos rolamentos) e logo :

$$M_{fVb} = F_{VB} \times 0,150 - F_{r2} \cdot 0,05 = 360,16 \text{ [N.m]}$$

$$M_{fHb} = F_{HB} \times 0,150 - F_{t2} \cdot 0,05 = 1831,3 \text{ [N.m]} \Rightarrow M_{fR} = 1.866,38 \text{ [N.m]}$$

Então teremos :

$$\sigma_{maxb} = \frac{M_{fR}}{W_f} = \frac{1866,38}{3,37 \times 10^{-5}} = 55,38 \text{ [MPa]} ,$$

$$\tau_b = \tau_a = 39,84 \text{ [MPa]}$$

Note-se que nos cálculos relativos a secções com escalonamento de diâmetros, usamos sempre o diâmetro menor que sempre é o mais crítico.

Da mesma forma anterior temos: $\sigma_{faf} = 520 \text{ [MPa]}$; $\tau_e = 346,2 \text{ [MPa]}$

Na determinação de β_{kt} , iremos observar que não temos β_k para $k = 1$. Usamos então β_k para $k = \infty$, a favor da segurança.

$$\beta_{kt} \xrightarrow{\text{Figura 9, aula 05}} 1,25 \text{ para } \frac{d_1}{d_2} = 1,4 , \text{ em nosso caso } \frac{100}{70} = 1,43$$

$$\frac{r}{d_1} = 0,10$$

$$\sigma_{Rt} = 95 \text{ [kgf / mm}^2\text{]}$$

portanto não precisamos corrigir porque a relação de diâmetros é praticamente a mesma. Se tivéssemos

$\frac{d_1}{d_2} = \frac{100}{83} = 1,2$, por exemplo, corrigiríamos pela figura , pag13 (aula05), escala “T” (caso de

torção) e obteríamos $C=0,8$. Em seguida faríamos $\beta_{kt1,2} = 1 + C (\beta_{kt1,4} - 1) = 1 + 0,8 (1,25 - 1) = 1,20$.

Outra alternativa para o cálculo de β_{kt} quando $k_t = 1$ é considerarmos que neste caso β_{kt} recai em α_{kt} . Se tivermos um ábaco de α_{kt} o problema ficaria resolvido. Por exemplo, no presente caso o uso da Fig. 19 nos dá $\alpha_{kt} = 1,42$ valor apenas aproximado dos 1,25 obtidos acima. É bom lembrar que sempre $\alpha_k > \beta_k$. Ainda mais, se quiséssemos β_{kt} para $k \neq 1$, teríamos que apanhar α_k acima, obter η_k e usar $\beta_k = 1 + \eta_k (\alpha_k - 1)$.

Voltemos ao nosso caso e passemos agora à determinação de β_{kaf} . Neste caso $k_f = \infty$ então basta consultar fig. 8 e 10 :

$$\beta_{kaf} \xrightarrow[\frac{r}{d} = 0,1]{\text{Fig. 8, aula 05}} 1,85 \quad \text{para} \quad \frac{d_2}{d_1} = 2 \xrightarrow[\frac{d_2}{d_1} = 1,43]{\text{Fig. 10, aula 05}} C = 0,75$$

$$\sigma_{Rt} = 95 [\text{kgf} / \text{mm}^2]$$

É importante não se esquecer de usar agora a escala “F” na figura 16. A correção será dada por $\beta_{kaf} = 1 + 0,75 (1,85 - 1) = 1,64$

Finalmente podemos calcular H e a tensão de confronto :

$$\Rightarrow H = \frac{520 \times 1,25}{346,2 \times 1,64} = 1,14$$

$$\sigma^* = \sqrt{55,35^2 + 1,14^2 \times 39,84^2} = 71,62 \text{ [MPa]}$$

Tensão admissível

Comparando-se as secções a e b, vemos que muda só o valor de β_k , ou seja temos :

$$\frac{\sigma_{adm b}}{\sigma_{adm a}} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kb}} ; \quad \text{mas usamos aqui } \beta_{kt} \text{ ou } \beta_{kf} ??$$

Resposta é β_{kf} , pois σ_{adm} é calculado como flexão.

$$\sigma_{adm b} = \sigma_{adm a} \cdot \frac{1,00}{1,64} = 217,5 \cdot \frac{1,00}{1,64} = 132,62 \text{ [MPa]}$$

Chegamos a $71,62 \ll 132,62$ e portanto $\sigma_b^* \ll \sigma_{adm b}$

d) Verificar à fadiga na secção “c”

A secção “c” é geometricamente idêntica à “b”. Na tensão de confronto

$$M_{fRc} < M_{fRb} \quad \text{e} \quad M_{tc} = M_{tb} \quad \Rightarrow \quad \sigma_c^* < \sigma_b^* .$$

tambem

$$\sigma_{adm c} = \sigma_{adm b} \quad \Rightarrow \quad \text{se} \quad \sigma_b^* < \sigma_{adm b} \quad \text{então} \quad \sigma_c^* < \sigma_{adm c}$$

Neste caso nem precisamos fazer a verificação !

d) Verificação à fadiga na secção “d”

Tensão de confronto

O procedimento segue os casos anteriores :

$$\sigma^* = \sqrt{\sigma_{\max}^2 + H^2 \tau^2}$$

$$M_{fR} = \sqrt{1592,06^2 + 237,19^2} = 1609,73 \text{ [N.m]} \quad \text{e} \quad W_f = 3,37 \cdot 10^{-5} \text{ [m}^3\text{]}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{1609,93}{3,37 \cdot 10^{-5}} = 47,76 \text{ [MPa]}$$

Os valores de β_k para rasgos de chaveta são dados na Fig. 27, aula 05:

$$\frac{\text{Fig. 27, caso 1A}}{\text{aco liga}} \rightarrow \beta_{kaf} = 2,0$$

$$\frac{\text{Fig. 27, caso 2A}}{\text{aco liga}} \rightarrow \beta_{kat} = 1,6$$

Também aqui usamos β_{kat} em lugar de β_{kt} para $k = 1$. Agora teremos :

$$H = \frac{520 \times 1,6}{346,2 \times 2,0} = 1,20 \quad e \quad \sigma^* = \sqrt{47,76^2 + 1,20^2 \times 39,84^2} = 67,62 \text{ [MPa]}$$

Tensão admissível

$$\text{Novamente temos : } \sigma_{adm} = \sigma_{faf} \frac{b_1 \cdot b_2 \cdot b_3}{\beta_k \eta_1 \eta_2 \eta_3 \eta_4 \eta_5}$$

$$\text{e, seguindo o mesmo raciocínio anterior : } \frac{\sigma_{adm d}}{\sigma_{adm a}} = \frac{\beta_{ka}}{\beta_{kd}}$$

onde $\beta_{kd} = \beta_{kaf} = 2,0$ e daí :

$$\sigma_{adm d} = \sigma_{adm a} \times \frac{1}{\beta_{kd}} = 217,5 \cdot \frac{1}{2,0} = 108,75 \text{ [MPa]}$$

e assim chegamos a

$$\sigma^* = 67,62 \text{ [MPa]} \ll 108,75 \text{ [MPa]} = \sigma_{adm} !$$

O coeficiente de segurança neste caso é $S = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma^*} = 1,61$. O resultado geral da verificação é mostrado na tabela abaixo :

Item	Secção "a"	Secção "b"	Secção "c"	Secção "d"
σ_{adm}	217,50	132,62	132,62	108,75
σ^*	82,99	71,62	<71,62	67,62
S	2,62	1,85	>1,85	1,61

Um valor aceitável de S é até 1,2 , acima disto o eixo está superdimensionado e haverá então um desperdício de material. Entretanto vários outros fatores precisam ser levados em conta na prática. Por exemplo, de nada adianta redimensionar um certo eixo para um diâmetro de 23 [mm] se a bitola da matéria prima disponível no mercado é de 25 [mm] e o restante do material terá que ser usinado de qualquer forma. Também é comum termos que respeitar certas proporções entre os diâmetros e portanto é praticamente inevitável termos S elevados perto dos extremos, onde a sollicitação é bem menor.

No presente caso porém o exame da tabela acima indica que devemos redimensionar. Damos abaixo um procedimento orientativo aproximado para estimarmos o novo valor a ser assumido pelo diâmetro.

Sabemos que a tensão de confronto é, a grosso modo, inversamente proporcional a W_f . Como $\sigma \propto d^{-3} \rightarrow$

$$\frac{\sigma_v^*}{\sigma_n^*} = \left(\frac{d_n}{d_v} \right)^3, \text{ e queremos por exemplo}$$

$$\sigma_n^* = \frac{\sigma_{adm}}{1,10} = 98,86 \text{ [MPa]}$$

$$\Rightarrow d_n = d_v \times \sqrt[3]{\frac{\sigma_v^*}{\sigma_n^*}} = 70 \times \sqrt[3]{\frac{67,62}{98,86}} \cong 62 \text{ [mm]}$$

Devemos então refazer os cálculos com $d = 62$ [mm]. Finalmente vale observar que nesta nova verificação, vários cálculos não precisarão ser refeitos pois independem (ou dependem mínimamente) do diâmetro.