

FIGURA 16.16 Fator geométrico  $I$  para engrenagens cônicas espirais. Ângulo de pressão de  $20^\circ$ , ângulo de espira de  $35^\circ$ , ângulo entre eixos de  $90^\circ$ . (Referência: AGMA Information Sheet 215.91; veja também ANSI/AGMA 2003-A86.)

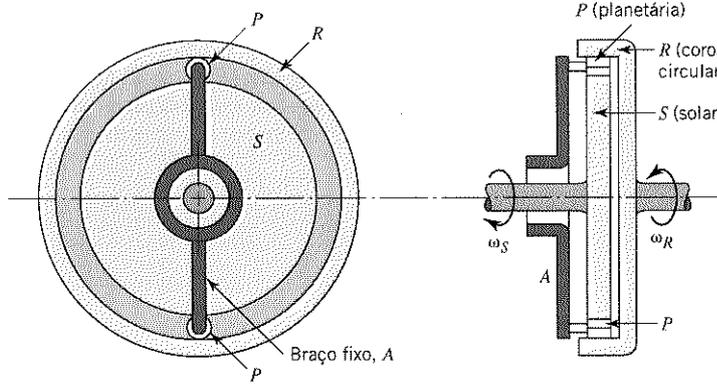


FIGURA 16.17 Trem de engrenagens planetárias com planetárias extremamente pequenas. Com o braço fixo, a relação de transmissão  $\omega_R/\omega_S$  é muito próxima de  $-1$ .

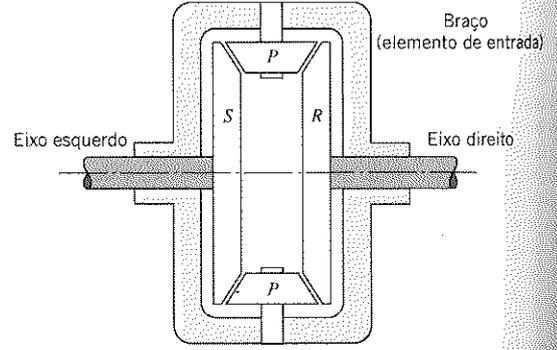


FIGURA 16.18 Trem diferencial (engrenagens planetárias cônicas). Com o braço fixo, a relação de transmissão  $\omega_R/\omega_S$  é exatamente igual a  $-1$ .

eixo da esquerda) for mantida fixa, a coroa circular (solidária ao eixo da direita) girará com o dobro da velocidade do braço. Analogamente, mantendo-se o eixo direito fixo o eixo esquerdo girará com o dobro da velocidade do braço. Se o atrito nos mancais das planetárias for desprezível, o trem de engrenagens diferenciais aplicará torques iguais aos eixos da direita e da esquerda durante todo o tempo. Entretanto, a *média* das velocidades dos eixos é igual à velocidade do braço. Se ao realizar uma curva a roda mais externa girar com uma velocidade igual a 101% da velocidade do braço, a roda mais interna deverá girar a 99% dessa velocidade. Conforme já discutido, se um dos lados gira com velocidade nula, o outro girará com o dobro da velocidade do braço.

### 16.10 Geometria e Nomenclatura das Engrenagens Sem-Fim

A Figura 16.19 ilustra um sem-fim e um conjunto sem-fim e coroa. O sem-fim mostrado possui duas roscas, porém qualquer

número até seis ou mesmo mais pode ser utilizado. A geometria de um sem-fim é similar àquela do parafuso de potência (lembre-se das Seções 10.2 e 10.3). A rotação do sem-fim simula o avanço linear de uma cremalheira evolvental. A geometria da coroa do sem-fim (algumas vezes chamada de roda sem-fim) é similar àquela de uma engrenagem helicoidal, exceto pelo fato de os dentes serem curvos para permitir o assentamento do sem-fim. Algumas vezes o sem-fim é modificado para assentar a coroa, conforme mostrado na Figura 16.3b. Esta condição proporciona uma maior área de contato, porém requer montagens extremamente precisas. (Note que o posicionamento axial de um sem-fim convencional sem o assentamento não é crítico.)

A Figura 16.19 mostra o ângulo usual de  $90^\circ$  entre os eixos que não se interceptam. Neste caso, o ângulo de avanço do sem-fim  $\lambda$  (que corresponde ao ângulo de avanço do parafuso, ilustrado na Figura 10.1) é igual ao ângulo de hélice da coroa  $\phi$  (que também é mostrado nas Figuras 16.4 até 16.7). Os ângulos  $\lambda$  e  $\phi$  possuem o mesmo "sentido".

Da mesma forma que ocorreu para as engrenagens de dentes retos e helicoidais, o diâmetro primitivo de um conjunto sem-fim

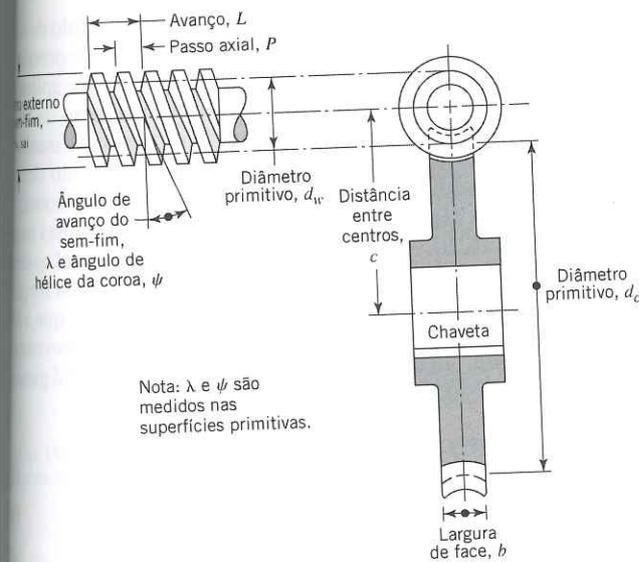


FIGURA 16.19 Nomenclatura do conjunto sem-fim e coroa mostrada para um sem-fim de rosca dupla engrenado à coroa.

A coroa está relacionado a seu passo circular e ao número de dentes pela fórmula representada pela Eq. 15.2:

$$d_c = N_c p / \pi \quad (15.2, \text{modificado})$$

O diâmetro primitivo de um sem-fim não é uma função de seu número de roscas,  $N_w$ . Isto significa que a razão de transmissão de um conjunto sem-fim e coroa é determinada pela relação entre o número de dentes da coroa e o número de roscas do sem-fim; ela não é igual à relação entre os diâmetros da coroa e do sem-fim:

$$\frac{\omega_w}{\omega_c} = \frac{N_c}{N_w} \quad (16.26)$$

As coroas usualmente possuem no mínimo 24 dentes, e o número de dentes da coroa somado às roscas do sem-fim deve ser superior a 40:

$$N_w + N_c > 40 \quad (16.27)$$

Um sem-fim de qualquer diâmetro primitivo pode ser fabricado com qualquer número de roscas e qualquer passo axial. Para a máxima capacidade de transmissão de potência, o diâmetro primitivo do sem-fim deve normalmente ser relacionado à distância entre centros dos eixos pela seguinte equação:

$$\frac{c^{0,875}}{3,0} \leq d_w \leq \frac{c^{0,875}}{1,7} \quad (16.28)$$

Os sem-fins cortados diretamente sobre o eixo podem, certamente, ter um diâmetro menor do que os sem-fins cortados em uma casca (cilindro vazado), que são produzidos separadamente. Os sem-fins cortados sobre uma casca são vazados para deslizar ao longo do eixo e são travados por rasgos, chavetas ou pinos. As considerações sobre resistência raramente permitem a

Tabela 16.2 Ângulo Máximo de Avanço do Sem-Fim e Fator de Forma de Lewis para o Conjunto Sem-Fim e Coroa, para Diversos Ângulos de Pressão

Ângulo de Pressão $\phi_n$ (graus)	Ângulo Máximo de Avanço $\lambda$ (graus)	Fator de Forma de Lewis y
14 1/2	15	0,100
20	25	0,125
25	35	0,150
30	45	0,175

um sem-fim cortado em casca ter um diâmetro primitivo menor do que

$$d_w = 2,4p + 1,1 \text{ (in)} \quad (16.29)$$

A largura de face da coroa não deve ser superior à metade do diâmetro externo do sem-fim:

$$b \leq 0,5d_{w, \text{saída}} \quad (16.30)$$

O ângulo de avanço, o avanço e o diâmetro primitivo obedecem à relação apresentada na Eq. 10.1, relativa às roscas de um parafuso:

$$\text{tg } \lambda = L / \pi d_w \quad (10.1, \text{modificado})$$

Para evitar interferência, os ângulos de pressão são comumente relacionados aos ângulos de avanço do sem-fim, conforme indicado na Tabela 16.2. Os seguintes valores padronizados de  $p$  são frequentemente utilizados (passo axial do sem-fim ou passo circular da coroa): 1/4, 5/16, 3/8, 1/2, 5/8, 3/4, 1, 1 1/4, 1 1/2 e 2 in. Os valores do adendo e da profundidade do dente geralmente estão em conformidade com a prática utilizada para as engrenagens helicoidais, porém podem ser fortemente influenciados por considerações do processo de fabricação. A literatura especializada deve ser consultada para este e outros detalhes de projeto.

A capacidade de carga e a durabilidade das engrenagens sem-fim podem ser aumentadas de forma significativa pela modificação do projeto de modo a propiciar, predominantemente, uma "ação de afastamento". (Em relação à Figura 15.8, o ângulo de aproximação deve ser projetado para ser pequeno ou nulo, e o ângulo de afastamento deve ser maior.) Veja a referência [2] para maiores detalhes.

### 16.11 Análise das Forças e da Eficiência do Par Sem-Fim e Coroa

A Figura 16.20 ilustra as componentes de força tangencial, axial e radial atuantes em um sem-fim e na correspondente coroa. Para o ângulo de eixo usual de 90°, observe que a força tangencial no sem-fim é igual à força axial na coroa, e vice-versa,  $F_{wt} = F_{ca}$  e  $F_{ct} = F_{wa}$ . As forças de separação do sem-fim e da coroa também são iguais,  $F_{wr} = F_{cr}$ . Se a potência e a velocidade de entrada (quase sempre relacionadas ao sem-fim) ou de saída (normalmente relacionada à coroa) forem conhecidas, a força tangencial atuante nesse componente poderá ser determinada pela Eq. 15.14 ou 15.14a.

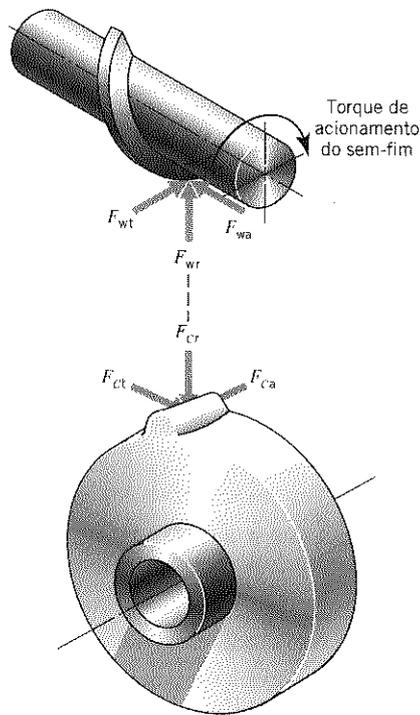


FIGURA 16.20 Direção das forças atuantes no conjunto sem-fim e coroa ilustrada para um sem-fim de hélice direita acionado no sentido horário.

Na Figura 16.20 o elemento motriz é um sem-fim com rosca para a direita que gira no sentido horário. A orientação da força mostrada pode ser visualizada rapidamente idealizando-se o sem-fim como um parafuso de hélice direita sendo apertado de modo a puxar a “porca” (o dente da coroa) no sentido da “cabeça do parafuso”. As orientações das forças para outras combinações do sentido da hélice do sem-fim e do sentido de rotação podem ser visualizadas de forma análoga.

A análise das componentes de força que definem a potência de um parafuso, apresentada na Seção 10.3, também é aplicável

ao conjunto sem-fim e coroa. Notando-se que o ângulo de rosca  $\alpha_n$  da rosca de um parafuso corresponde ao ângulo de pressão  $\phi_n$  do sem-fim (ilustrado na Figura 16.21a), podem-se aplicar as equações da força, da eficiência e do autotravamento da Seção 10.3 diretamente a um conjunto sem-fim e coroa. Visando-se destacar o significado físico dessas equações, elas são deduzidas a seguir em relação à geometria do sem-fim e da coroa.

A Figura 16.21a mostra em detalhe as forças atuantes na coroa da Figura 16.20. As componentes da força  $F_n$  normal ao dente são mostradas em linhas contínuas. As componentes da força de atrito  $fF_n$  são mostradas em linhas tracejadas. Observe que a força de atrito é sempre orientada no sentido oposto ao movimento de deslizamento. Na Figura 16.21a, o sem-fim motriz está girando no sentido horário:

$$F_{ct} = F_{wa} = F_n \cos \phi_n \cos \lambda - fF_n \sin \lambda \quad (g)$$

$$F_{wt} = F_{ca} = F_n \cos \phi_n \sin \lambda + fF_n \cos \lambda \quad (h)$$

$$F_{cr} = F_{wr} = F_n \sin \phi_n \quad (i)$$

Combinando-se as Eqs. g e h, tem-se

$$\frac{F_{ct}}{F_{wt}} = \frac{\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda}{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda} \quad (16.31)$$

A combinação da Eq. i com a Eq. g e da Eq. i com a Eq. h fornece

$$\begin{aligned} F_{cr} = F_{wr} &= F_{ct} \frac{\sin \phi_n}{\cos \phi_n \cos \lambda - f \sin \lambda} \\ &= F_{wt} \frac{\sin \phi_n}{\cos \phi_n \sin \lambda + f \cos \lambda} \quad (16.32) \end{aligned}$$

A Figura 16.22 mostra a relação entre a velocidade tangencial do sem-fim, a velocidade tangencial da coroa e a velocidade de deslizamento.

$$V_c/V_w = \tan \lambda \quad (16.33)$$

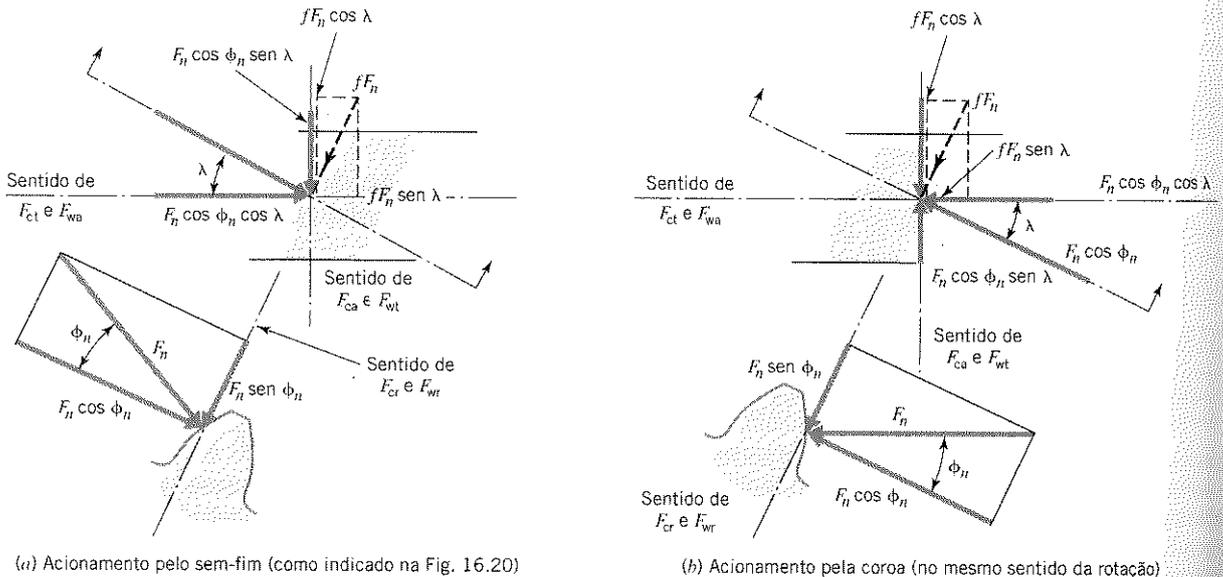


FIGURA 16.21 Forças atuantes no dente da coroa mostrada na Figura 16.20.

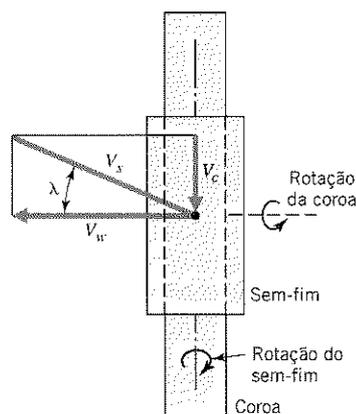


FIGURA 16.22 Relação vetorial entre a velocidade do sem-fim, a velocidade da coroa e a velocidade de deslizamento.

A eficiência  $e$  é igual à relação entre o trabalho de saída e o trabalho de entrada. Para o caso usual do sem-fim operando como elemento de entrada,

$$\begin{aligned}
 e &= \frac{F_{ct} V_c}{F_{wt} V_w} \\
 &= \frac{\cos \phi_n \cos \lambda - f \operatorname{sen} \lambda}{\cos \phi_n \operatorname{sen} \lambda + f \cos \lambda} \operatorname{tg} \lambda \\
 e &= \frac{\cos \phi_n - f \operatorname{tg} \lambda}{\cos \phi_n + f \operatorname{cotg} \lambda} \quad (16.34)
 \end{aligned}$$

Esta equação corresponde à Eq. 10.9 e às curvas da Figura 10.8. É importante lembrar que a eficiência global de um redutor com sem-fim e coroa é um pouco menor devido às perdas por atrito nos mancais e à selagem dos eixos, e também devido à agitação do óleo lubrificante.

O coeficiente de atrito,  $f$ , apresenta uma grande variação, dependendo de variáveis como material da engrenagem, tipo de lubrificante utilizado, temperatura de operação, acabamento superficial, precisão de montagem e velocidade de deslizamento. Os valores reportados na literatura cobrem uma grande faixa. A Figura 16.23 fornece alguns valores recomendados para uso pela Associação de Fabricantes de Engrenagens dos Estados Unidos (*American Gear Manufacturers Association*).

A Figura 16.22 mostra que a velocidade de deslizamento  $V_s$  está relacionada às velocidades nas circunferências primitivas do sem-fim e da coroa e ao ângulo de avanço do sem-fim por

$$V_s = V_w / \cos \lambda = V_c / \operatorname{sen} \lambda \quad (16.35)$$

A Eq. g indica que, com um coeficiente de atrito suficientemente alto, a força tangencial na coroa se torna nula e o conjunto sem-fim e coroa é autotravante. (Veja a Seção 10.3.3 para uma discussão sobre autotravamento dos parafusos de potência.) Com essa condição, nenhum torque no sem-fim produzirá movimento. O autotravamento ocorrerá sempre que a coroa for o elemento motriz. Em muitos exemplos isso é desejável e será útil para manter a carga protegida de uma eventual inversão de movimento, o mesmo que ocorreu para os parafusos de potência com autotravamento. Em outras situações, o autotravamento é indesejável e pode ser destrutivo, como no conjunto sem-fim coroa do eixo de um caminhão<sup>3</sup>, onde o sentido do torque se inverte para propiciar o freio-motor.

A Figura 16.21b ilustra os mesmos sentidos de rotação que a Figura 16.21a, porém com o sentido do torque invertido (isto é, com a coroa sendo a engrenagem motriz). Nesse caso, o contato passa a ocorrer no outro lado do dente da coroa e a carga normal inverte seu sentido. Como a velocidade de deslizamento possui o mesmo sentido independentemente de quem é o elemento motriz, a força de atrito possui a mesma orientação nas Figuras

<sup>3</sup>Normalmente, os eixos dos caminhões utilizam engrenagens motrizes cônicas espirais ou hipóides.

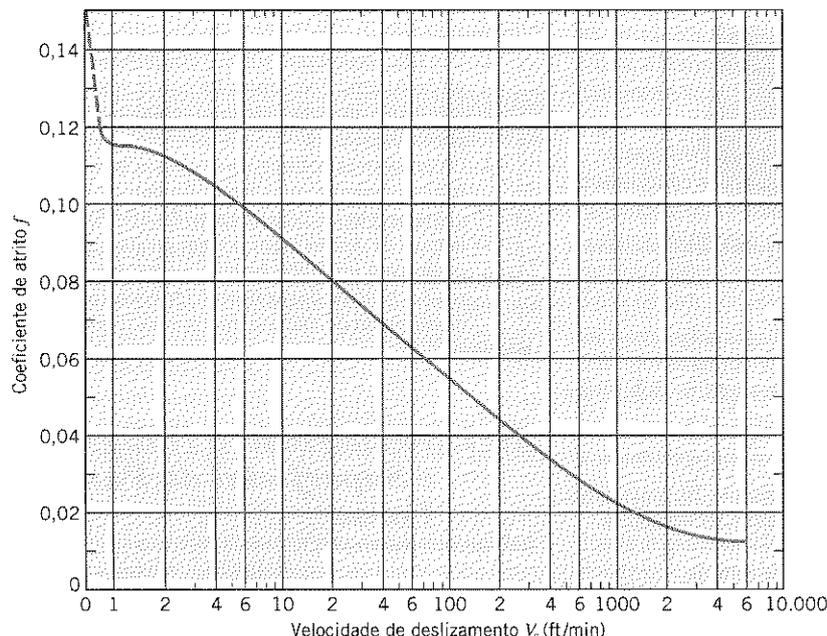


FIGURA 16.23 Coeficiente de atrito do par sem-fim e coroa. (Referência: Norma 6034-A87 ANSI/AGMA.)

16.21a e 16.21b. Na Figura 16.21b a força tangencial tendendo a acionar o sem-fim é

$$F_{wt} = F_n \cos \phi_n \sin \lambda - fF_n \cos \lambda \quad (j)$$

O conjunto sem-fim e coroa será autotravante se esta força tender a zero, o que ocorrerá se

$$f \geq \cos \phi_n \operatorname{tg} \lambda \quad (16.36)$$

Se um conjunto sem-fim e coroa deve ser projetado para se comportar *sempre* como autotravante, será necessário considerar a variação do coeficiente de atrito ao selecionar o valor de  $\lambda$  (e uma menor extensão ao selecionar  $\phi_n$ ).

**PROBLEMA RESOLVIDO 16.2 Redutor de Velocidade do Tipo Coroa e Sem-Fim**

Um motor de 2 hp a 1200 rpm aciona uma máquina a 60 rpm por meio de um redutor do tipo coroa e sem-fim com uma distância entre centros de 5 in. O sem-fim de hélice à direita possui duas roscas, um passo axial de 5/8 in e um ângulo de pressão normal de  $14\frac{1}{2}^\circ$ . O sem-fim é fabricado de aço, temperado e polido, e a coroa é de bronze. Determine: (a) todas as componentes de força correspondentes à potência calculada do motor, (b) a potência fornecida à máquina conduzida e (c) se o acionamento é autotravante ou não.

**SOLUÇÃO**

**Conhecido:** Um motor de potência e rotação conhecidas aciona um redutor de velocidade do tipo sem-fim e coroa. A geometria do par sem-fim e coroa é especificada. (Veja a Figura 16.24.)

**A Ser Determinado:** Determine: (a) todas as componentes de força atuantes no par sem-fim e coroa, (b) a potência fornecida à máquina e (c) se o acionamento é autotravante ou não.

**Esquemas e Dados Fornecidos:**

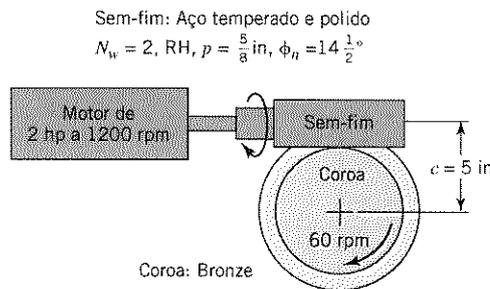


FIGURA 16.24 Redutor do tipo sem-fim e coroa do Problema Resolvido 16.2.

**Hipóteses:**

1. O sem-fim e a coroa são montados e alinhados sobre eixos mutuamente perpendiculares e se engrenam de forma apropriada.
2. Todas as cargas nos dentes são transmitidas no ponto primitivo e no plano médio das engrenagens.

**Análise:**

1. Para uma taxa de redução de  $1200 \text{ rpm}/60 \text{ rpm} = 20$ , juntamente com um sem-fim de rosca dupla, a coroa deve ter 40 dentes.
2. Com  $P = \frac{5}{8}$  in,  $d_c = (\frac{5}{8})(40)/\pi = 7,96$  in.
3. Para  $c = 5$  in,  $d_c + d_w = 10$  in. Logo,  $d_w = 2,04$  in.
4. Ângulo de avanço:  $\lambda = \operatorname{tg}^{-1} L/\pi d_w = \operatorname{tg}^{-1} 1,25/\pi(2,04) = 11,04^\circ$ .
5.  $V_w = \pi d_w n_w/12 = \pi(2,04)(1200)/12 = 640 \text{ ft/min}$ .

6.  $F_{wt} (= F_{ca}) = \dot{W}(33.000)/V_w = (2)(33.000)/(640) = 103 \text{ lb}$ .
7. As demais componentes de força são funções do coeficiente de atrito. Para estimar  $f$  pela Figura 16.23 deve-se, inicialmente, determinar a velocidade de deslizamento. Pela Eq. 16.35,  $V_s = V_w/\cos \lambda = 640/\cos 11,04^\circ = 652 \text{ fpm}$ . Pela Figura 16.23,  $f$  é estimado em aproximadamente 0,026. Entenda que todas as respostas além desse ponto são apenas tão boas quanto o valor estimado de  $f$ .
8. Pela Eq. 16.31,

$$\frac{F_{ct}}{F_{wt}} = \frac{\cos 14,5^\circ \cos 11,04^\circ - 0,026 \sin 11,04^\circ}{\cos 14,5^\circ \sin 11,04^\circ + 0,026 \cos 11,04^\circ} = 4,48$$

- Portanto,  $F_{ct} (= F_{wa}) = 103 \text{ lb}(4,48) = 461 \text{ lb}$ .
9. Pela Eq. 16.32,

$$F_{cr} = F_{wt} = 103 \text{ lb} \frac{\sin 14,5^\circ}{\cos 14,5^\circ \sin 11,04^\circ + 0,026 \cos 11,04^\circ} = 122 \text{ lb}$$

Todas as componentes de força são mostradas na Figura 16.20 com seus correspondentes sentidos.

10. Pela Eq. 16.34,

$$e = \frac{\cos 14,5^\circ - 0,026 \operatorname{tg} 11,04^\circ}{\cos 14,5^\circ + 0,026 \operatorname{cotg} 11,04^\circ} = 87\%$$

ou

$$e = \frac{F_{ct} V_c}{F_{wt} V_w} = \frac{F_{ct}}{F_{wt}} \operatorname{tg} \lambda = 4,48 \operatorname{tg} 11,04^\circ = 87\%$$

(Note que esse valor também pode ser verificado com a Figura 10.8.)

11. De modo a serem consideradas as pequenas perdas por atrito nos mancais, na selagem dos eixos e o agitação do óleo lubrificante, admite-se um rendimento global de aproximadamente 85%. Com base nesse valor, a potência de saída é igual à potência de entrada multiplicada pelo rendimento, isto é,  $2(0,85) = 1,7 \text{ hp}$ .
12. A grandeza  $\cos \phi_n \operatorname{tg} \lambda = \cos 14,5^\circ \operatorname{tg} 11,04^\circ = 0,19$ . Como esse valor é maior do que  $f$ , a Eq. 16.31 indica que o acionamento não é autotravante; ao contrário, é reversível.

**Comentários:**

1. Um fato importante sobre o conjunto sem-fim coroa é que a carga tangencial aos dentes da coroa aparece como carga axial no sem-fim e, portanto, deve-se selecionar um mancal axial para suportar essa carga.
2. O conjunto sem-fim e coroa possui, em geral, uma eficiência significativamente mais baixa do que os acionamentos através de engrenagens de dentes retos. As eficiências dos pares de engrenagens de dentes retos podem ser da ordem de 98%. A principal razão para a eficiência mais baixa dos conjuntos sem-fim e coroa é o atrito de deslizamento inerente à ação dos dentes. Boa parte dessa perda de energia aparece na forma de energia térmica.

**16.12 Resistência à Fadiga por Flexão e Superficial do Par Sem-Fim e Coroa**

A determinação da capacidade de carga é mais complexa para o par sem-fim e coroa do que para os outros tipos de engrenagens.

Existem diversos processos utilizados na estimativa das resistências à fadiga por flexão e superficial. Além disso, a capacidade do par sem-fim e coroa geralmente é limitada não pela resistência à fadiga, mas pela capacidade de resfriamento. A capacidade de resfriamento é discutida na próxima seção.

As resistências à fadiga por flexão e superficial para os tipos de engrenagens considerados previamente foram analisadas pela comparação das tensões de flexão e superficial estimadas com as correspondentes resistências à fadiga estimadas para o material. O mesmo procedimento pode ser adotado pela comparação da carga tangencial estimada do dente da coroa (carga nominal multiplicada pelos fatores que consideram o impacto devido às imprecisões e as deformações do dente, desalinhamentos, etc.) com os valores-limites da carga total do dente, baseados nas resistências à fadiga e superficial. A carga total do dente é chamada de *carga dinâmica*  $F_d$ , a carga-limite de fadiga por flexão é chamada de *capacidade de resistência*  $F_s$  e a carga-limite de fadiga superficial é chamada (de forma imprópria) de *capacidade de desgaste*  $F_w$ . Para um desempenho satisfatório da coroa, é necessário que

$$F_s \geq F_d \quad (16.37)$$

$$F_w \geq F_d \quad (16.38)$$

Esta condição limitante da "carga dinâmica" foi analisada com detalhes consideráveis para todos os tipos de engrenagens no clássico tratado de Buckingham [1]. A análise a seguir é uma versão simplificada aplicada ao par sem-fim e coroa.

A carga dinâmica é estimada pela multiplicação do valor nominal da força tangencial da coroa (determinada pela Eq. 15.14 ou 15.14a) pelo fator de velocidade "D" da Figura 15.24:

$$F_d = F_{ct}K_v = F_{ct} \frac{1200 + V_c}{1200} \quad (16.39)$$

onde  $V_c$  é a velocidade na circunferência primitiva em pés por minuto.

As tensões de flexão são muito maiores na coroa do que no sem-fim. Adaptando a equação de Lewis (Eq. 15.15) aos dentes do par sem-fim e coroa, tem-se

$$F_s = S_n b p y \quad (16.40)$$

onde

- $F_s$  = é o valor máximo admissível da carga dinâmica em relação à fadiga por flexão
- $S_n$  = é a resistência à fadiga por flexão (de zero a um máximo) do material da coroa (usualmente considerada como 24 ksi para coroas de bronze; veja a explicação a seguir)
- $b$  = é a largura de face da coroa
- $p$  = é o passo circular da coroa
- $y$  = é o fator de forma de Lewis, usualmente considerado como dependente apenas do ângulo de pressão normal (veja a Tabela 16.2)

Embora outros materiais (alumínios, ferros fundidos e plásticos) possam, ocasionalmente, ser utilizados, os pares sem-fim e coroa mais utilizados são fabricados de um bronze especial para engrenagens (SAE 65). Em vez de uma estimativa da resistên-

Tabela 16.3 Fatores de Desgaste do Conjunto Sem-Fim e Coroa  $K_w$

Material		$K_w$ (lb/in <sup>2</sup> )		
Sem-Fim	Coroa	$\lambda < 10^\circ$	$\lambda < 25^\circ$	$\lambda > 25^\circ$
Aço, 250 Bhn	Bronze <sup>a</sup>	60	75	90
Aço temperado (dureza superficial, 500 Bhn)	Bronze <sup>a</sup>	80	100	120
Aço temperado	Bronze fundido e resfriado	120	150	180
Ferro fundido	Bronze <sup>a</sup>	150	185	225

<sup>a</sup>Fundição com areia

cia à fadiga de zero até um máximo estabelecido pela Eq. 15.18, o valor de 24 ksi, originalmente proposto por Buckingham [1], tem sido satisfatório, conforme tem demonstrado a experiência.

A capacidade de "desgaste"  $F_w$  é uma função dos materiais, dos raios de curvatura e do comprimento teórico da linha de contato. Devido às altas velocidades de deslizamento e ao associado calor gerado, a lubrificação é extremamente importante. Importante também é a maciez das superfícies, particularmente do sem-fim. Admitindo a presença de uma fonte adequada de um lubrificante apropriado, a equação a seguir pode ser utilizada para uma estimativa grosseira.

$$F_w = d_c b K_w \quad (16.41)$$

onde

- $F_w$  = é o valor máximo admissível da carga dinâmica em relação à fadiga superficial
- $d_c$  = é o diâmetro primitivo da coroa
- $b$  = é a largura de face da coroa
- $K_w$  = é um fator que considera o material e a geometria, com valores determinados empiricamente (veja a Tabela 16.3)

A combinação de grandes cargas com altas velocidades de deslizamento encontradas nos conjuntos sem-fim e coroa os torna similares aos eixos e aos mancais de deslizamento. O bronze e o aço temperado podem representar uma boa combinação de materiais para ambas as aplicações. O componente de bronze é capaz de reduzir o desgaste e aumentar a área de contato.

Conforme comentado inicialmente, esta seção apresentou um tratamento simplificado para uma matéria complexa. Por exemplo, os fatores correspondentes àqueles fornecidos para as engrenagens de dentes retos nas Tabelas 15.1, 15.2 e 15.3 não foram mencionados, embora obviamente eles influenciem na capacidade de um par sem-fim e coroa.

### 16.13 Capacidade Térmica de um Conjunto Sem-Fim e Coroa

A capacidade de operação contínua de um conjunto sem-fim e coroa é geralmente limitada pela capacidade de seu alojamento dissipar calor devido ao atrito sem desenvolver temperaturas excessivamente altas na coroa e no lubrificante. Normalmente, as temperaturas do óleo lubrificante não devem ser superiores a

cerca de 200°F (93°C) para uma operação satisfatória. A relação fundamental entre a elevação da temperatura e a taxa de dissipação de calor foi aplicada anteriormente aos mancais de deslizamento,

$$H = CA(t_o - t_a) \quad (13.13, \text{repetido})$$

onde

$H$  = é a taxa temporal de dissipação de calor (ft·lb por minuto)

$C$  = é o coeficiente de transferência de calor (ft·lb por minuto por pé quadrado de área de superfície do alojamento por °F)

$A$  = é a área da superfície externa do alojamento (pés quadrados)

$t_o$  = é a temperatura do óleo (valores disponíveis estão geralmente na faixa de 160° a 200°F)

$t_a$  = é a temperatura do ar ambiente (°F)

Os valores de  $A$  utilizados nos projetos de alojamentos convencionais podem ser estimados grosseiramente a partir da equação<sup>4</sup>

$$A = 0,3c^{1,7} \quad (16.42)$$

onde  $A$  é expressa em pés quadrados e  $c$  (a distância entre eixos) está em polegadas.

Valores aproximados de  $C$  podem ser obtidos através do gráfico da Figura 16.25. A Figura 16.26 mostra o exemplo de uma ventoinha instalada no eixo do sem-fim para resfriamento.

A natureza aproximada da Eq. 16.42 e das curvas na Figura 16.25 deve ser enfatizada. A área da superfície do alojamento pode ser bem maior do que o valor estabelecido pela Eq. 16.42

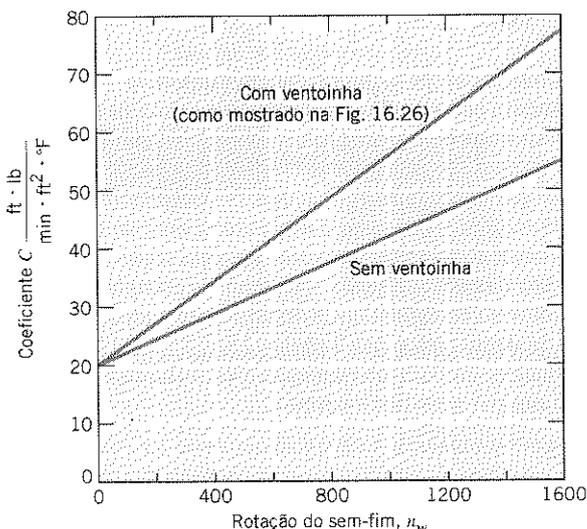


FIGURA 16.25 Coeficiente de transferência de calor estimado  $C$  para o alojamento do par sem-fim e coroa. (Baseado em H. Walker, "Thermal Rating of Worm Gear Boxes", *Proc. Inst. Mech. Engrs.*, 151, 1944.)

<sup>4</sup>A AGMA recomenda que os alojamentos sejam projetados de modo a terem no mínimo esta área, excluindo-se as áreas da base, dos flanges e das aletas.

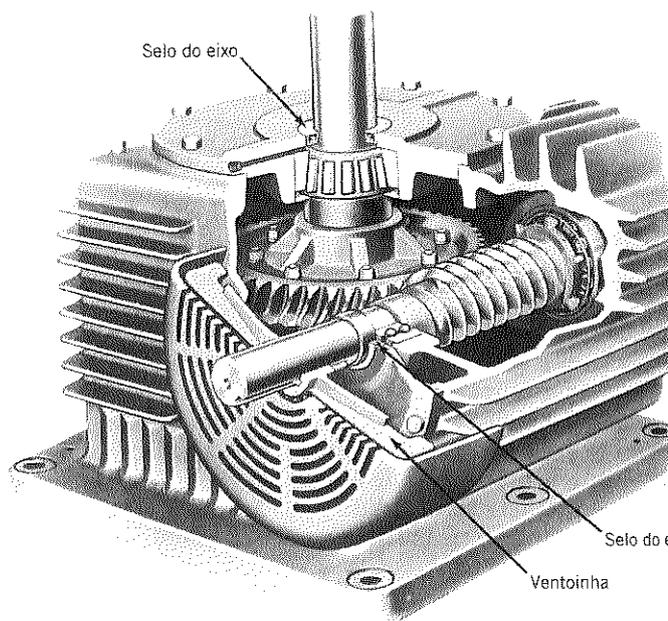


FIGURA 16.26 Redutor de velocidades do tipo sem-fim e coroa com ventoinha e aletas para aumentar a transferência de calor. (Cortesia da Cleveland Gear Company.)

pela incorporação de aletas de resfriamento. Praticamente qualquer resfriamento desejável para o óleo pode ser obtido por meio de um trocador de calor externo e pelo direcionamento de jatos de óleo resfriado no ponto de engrenamento das engrenagens.

Onde as considerações térmicas podem ser críticas, torna-se importante a obtenção de dados confiáveis de ensaios, realizados sob as condições reais de operação.

### PROBLEMA RESOLVIDO 16.3P Projeto de um Redutor de Velocidades do Tipo Sem-Fim e Coroa

Deseja-se projetar um redutor do tipo sem-fim e coroa com uma relação de transmissão de 11:1 utilizando um sem-fim de aço temperado e uma coroa de bronze fundido e resfriado rapidamente. A distância entre centros deve ser de aproximadamente 6 in. O sem-fim será acionado por um motor a 1200 rpm. Determine os valores apropriados de  $d_w$ ,  $d_c$ ,  $N_w$ ,  $N_c$ ,  $p$ ,  $\lambda$  e  $\phi_n$ . Estime a capacidade de transmissão de potência e a eficiência do redutor. Poderia o sem-fim ser vazado para montagem em separado sobre um eixo?

#### SOLUÇÃO

**Conhecido:** Um dado conjunto sem-fim e coroa deve propiciar uma relação de transmissão específica. São fornecidas a rotação do sem-fim, os materiais do sem-fim e da coroa e a distância entre centros aproximada. (Veja a Figura 16.27.)

**A Ser Determinado:**

- Determine os valores aproximados de  $d_w$ ,  $d_c$ ,  $N_w$ ,  $N_c$ ,  $p$ ,  $\lambda$  e  $\phi_n$ .
- Estime a capacidade de transmissão de potência e a eficiência.
- Determine se o sem-fim poderia ser vazado para que seja montado separadamente sobre um eixo.

**Esquemas e Dados Fornecidos:**

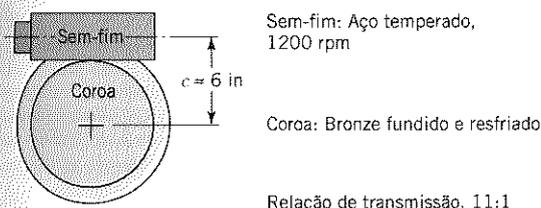


FIGURA 16.27 Conjunto sem-fim e coroa do Problema Resolvido 16.3.

**Decisões:** O redutor não é resfriado por ventiladores ou ventoinhas. Outras escolhas serão feitas, conforme a necessidade, ao longo da análise do projeto.

**Hipóteses:**

1. O sem-fim e a coroa são montados e alinhados de modo a se engrenarem de forma apropriada relativamente a eixos mutuamente perpendiculares.
2. Toda a carga atuante no dente é transmitida no ponto primitivo e no plano médio das engrenagens.

**Análise do Projeto:**

1. Pela Eq. 16.26,  $N_f/N_w = 11$ ; pela Eq. 16.27,  $N_c + N_w > 40$ ; assim, adota-se  $N_w = 4$  e  $N_c = 44$ .
2. Para uma alta eficiência, a Figura 10.8 indica que  $\lambda$  deve ser o mais alto possível — de preferência próximo a  $35^\circ$ . Pela Tabela 16.2, selecione  $\phi_n = 25^\circ$ .
3. Para se obter um alto valor de  $\lambda$ ,  $d_w$  deve ser pequeno. Para uma distância entre centros de 6 in, o menor valor de  $d_w$  permitido pela Eq. 16.28 é  $6^{0,875}/3 = 1,60$  in. Este valor leva o diâmetro da coroa a 10,4 in, com um passo circular  $p = d_c \pi / N_c = 10,4 \pi / 44 = 0,7425$  in. Selecione um passo padronizado  $p = 0,75$  in.
4. Este ligeiro aumento de  $p$  fornece uma coroa maior e requer que se opte entre fabricar o sem-fim ligeiramente menor do que a faixa normalmente recomendada ou aumentar a distância entre centros. Neste caso escolhe-se a última opção.  $d_c = 44(0,75)/\pi = 10,50$  in. Utilizando  $d_w = 1,60$  in, tem-se uma distância entre centros de 6,05 in. Pode-se, assim, escolher uma distância  $c = 6 \frac{1}{8}$  in. O diâmetro correspondente do sem-fim será  $12,25 - 10,50 = 1,75$  in. (Note que este valor é ligeiramente maior do que o valor mínimo de  $6,125^{0,875}/3 = 1,63$  in.) Assim,  $d_c = 10,50$  in,  $d_w = 1,75$  in e  $c = 6,125$  in.
5. Pela Eq. 16.29, o menor diâmetro do sem-fim normalmente disponível para perfuração (para ajuste em separado sobre um eixo) é de

$$d_w = 2,4(0,75) + 1,1 = 2,9 \text{ in}$$

Obviamente, o diâmetro escolhido para o sem-fim de 1,75 in requer que ele seja cortado diretamente sobre o eixo.

6. Pela Eq. 10.1,  $\tan \lambda = L/\pi d_w = N_w p / \pi d_w = (4)(0,75)/(1,75 \pi)$ , ou  $\lambda = 28,62^\circ$ .
7. Para estimar a eficiência determina-se, inicialmente, o coeficiente de atrito. Para isso deve-se obter  $V_s$ , que requer o conhecimento de  $V_c$ ,

$$V_c = \pi d_c n_c = \pi(10,5/12)(1200/11) = 300 \text{ fpm}$$

Pela Eq. 16.35,  $V_s = 300/\sin 28,62^\circ = 626$  fpm. Pela Figura 16.23,  $f$  é estimado em 0,027. Pela Eq. 16.34,

$$e = \frac{\cos 25^\circ - 0,027 \tan 28,62^\circ}{\cos 25^\circ + 0,027 \cot 28,62^\circ} = 93,3\%$$

Note que este resultado está de acordo com a Figura 10.8. Observe também que as perdas no mancal, no selo do eixo e as de-

vidas à agitação do óleo reduziriam ligeiramente este valor — talvez para cerca de 92%.

8. A largura da face da engrenagem deve ser tão próxima quanto possível — porém, não maior — da metade do diâmetro externo do sem-fim. O diâmetro externo do sem-fim vale  $d_w$ , mais duas vezes o adendo. Embora a forma do dente não necessariamente corresponda ao adendo padronizado de  $1/P = p/\pi = 0,75/\pi = 0,24$  in, este é um valor suficientemente preciso para ser utilizado neste contexto. Assim,  $d_{w,ext} \approx 2,23$  in, o que limita a largura da face em 1,11 in. Escolha um valor inteiro:  $b = 1$  in.
9. O fator de velocidade para uma velocidade tangencial da coroa de 300 fpm é determinado, pela curva D da Figura 15.24, em 1,25. Pela Eq. 16.39, a carga dinâmica será  $F_d = 1,25 F_{ct}$ .
10. Pela Eq. 16.40, a capacidade de resistência vale

$$F_s = (24.000 \text{ psi})(1 \text{ in})(0,75 \text{ in})(0,150) = 2700 \text{ lb}$$

Igualando  $F_d$  a  $F_s$ , obtém-se o valor do limite de resistência  $F_{ct}$  como  $2700/1,25 = 2160$  lb. A correspondente potência na coroa é  $(300 \text{ fpm})(2600 \text{ lb})/33.000 = 19,6$  hp.

11. Pela Eq. 16.41, a resistência ao desgaste vale

$$F_w = (10,5 \text{ in})(1 \text{ in})(180 \text{ lb/in}) = 1890 \text{ lb}$$

Igualando  $F_d$  a  $F_w$ , obtém-se o valor do limite de resistência ao desgaste  $F_{ct}$  como  $1890/1,25 = 1512$  lb. A correspondente potência na coroa é de 13,7 hp.

12. Estime a capacidade de dissipação de calor da caixa para um aumento de temperatura limitado a  $100^\circ\text{F}$ . Pela Figura 16.25,  $C = 45$  (admitindo-se um sistema sem ventilação). Pela Eq. 16.42,  $A = 0,3(6,125)^{1,7} = 6,53 \text{ ft}^2$ . Pela Eq. 13.13 (repetida na Seção 16.13),

$$H = (45)(6,53)(100) = 29.385 \text{ ft} \cdot \text{lb/min} = 0,89 \text{ hp}$$

13. Aceitando-se uma eficiência global estimada de 92% (conforme definido na etapa 7), a potência de 0,89 hp referente à dissipação de calor representa 8% da potência de entrada ou do sem-fim. Assim, a potência de entrada =  $0,89/0,08 = 11,1$  hp, e a potência de saída ou da coroa =  $(0,92)(11,1) = 10,2$  hp.
14. Sem qualquer previsão de resfriamento, o redutor de engrenagens possui uma capacidade estimada de entrada de aproximadamente 11 hp (capacidade de saída de aproximadamente 10 hp). Com um resfriamento adequado, a capacidade seria limitada pelo “desgaste” a 13,7 hp na saída (na coroa) e a 14,9 hp na entrada (no sem-fim). Este valor pode ser apropriadamente arredondado para 15 hp na entrada. A capacidade de resfriamento requerida neste contexto seria  $15(0,08) = 1,2$  hp, um aumento de  $(1,2 - 0,89)/0,89 = 35\%$ . A Figura 16.25 indica que o uso de um ventilador sobre o eixo do sem-fim aumenta a capacidade de resfriamento em 36% (o fator  $C$  aumenta de 45 para 61). Assim, com o ventilador, uma potência nominal de entrada de 15 hp seria plenamente justificada. Considerando as muitas aproximações empíricas envolvidas, a classificação final, baseada nos resultados de ensaios, pode ser ligeiramente distinta.

**Comentários:** Alguns importantes detalhes do projeto do redutor, não mencionados anteriormente, incluem (1) a certeza de que o diâmetro de raiz do sem-fim e ambos os diâmetros dos eixos são adequados para suportar as cargas de torção, de flexão e axiais, (2) a certeza de que a rigidez do alojamento, o posicionamento dos mancais e os diâmetros dos eixos oferecem rigidez suficiente para a montagem do sem-fim e da coroa, (3) o fornecimento ao alojamento de um lubrificante limpo de classe apropriada e na quantidade necessária, e (4) a certeza de que os selos de óleo do eixo são adequados para evitar o vazamento do lubrificante.