

SCC0216 Modelagem Computacional em Grafos

Prof. Thiago A. S. Pardo

Profa. Maria Cristina F. Oliveira



Grafos

Tipo Abstrato de Dados

- TAD grafo?

Grafos

Tipo Abstrato de Dados

- TAD grafo?
 - Dados/informação (encapsulados)
 - Estruturas de dados adequadas
 - Operações

Grafos

Estruturas de Dados

- A escolha da estrutura de dados certa para a representação de grafos tem um enorme impacto no desempenho de um algoritmo
- Há duas representações usuais
 - Matriz de Adjacências
 - Listas de Adjacências

Grafos

Estruturas de Dados

- A escolha da estrutura de dados certa para a representação de grafos tem um enorme impacto no desempenho de um algoritmo
- Há duas representações usuais
 - Matriz de Adjacências
 - Listas de Adjacências

Grafos

Matriz de Adjacências

- Dado um grafo $G = (V, A)$, a **matriz de adjacências** M é uma matriz de ordem $n \times n$, sendo $n = |V|$

$|V| =$ número de vértices $= n$

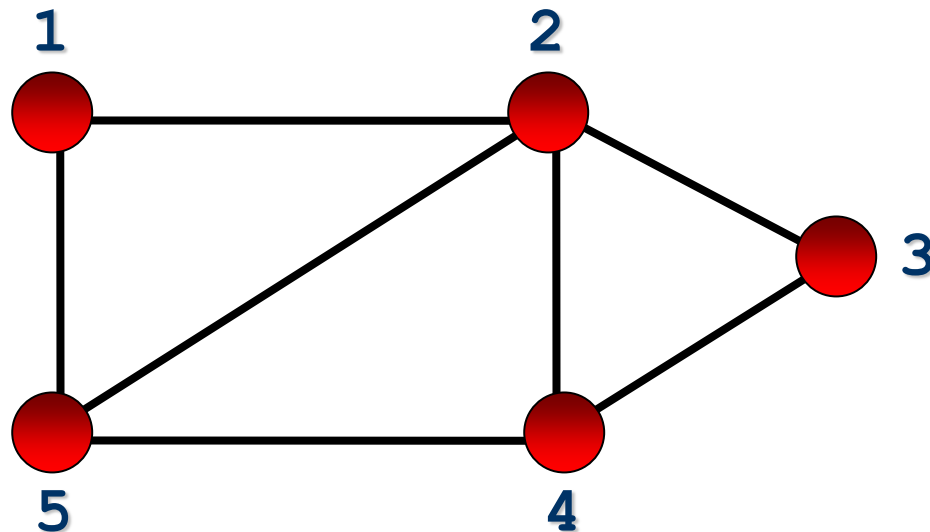
$M[i,j] = 1$, se existir aresta de i a j

$M[i,j] = 0$, se NÃO existir aresta de i a j

Grafos

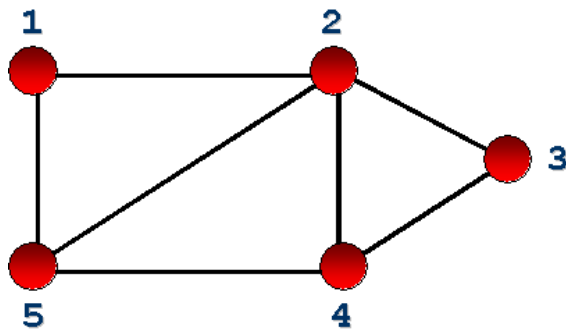
Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo a seguir?



Grafos

Matriz de Adjacências



Matriz
simétrica,
nesse caso

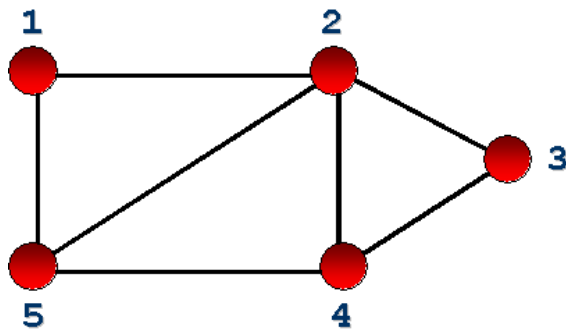
$M =$

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	1
2	1	0	1	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1
5	1	1	0	1	0

← **vértices**

Grafos

Matriz de Adjacências



Matriz
simétrica,
nesse caso

$M =$

	1	2	3	4	5	
1	0	1	0	0	1	1
2	1	0	1	1	1	2
3	0	1	0	1	0	3
4	0	1	1	0	1	4
5	1	1	0	1	0	5

← vértices

Grafos

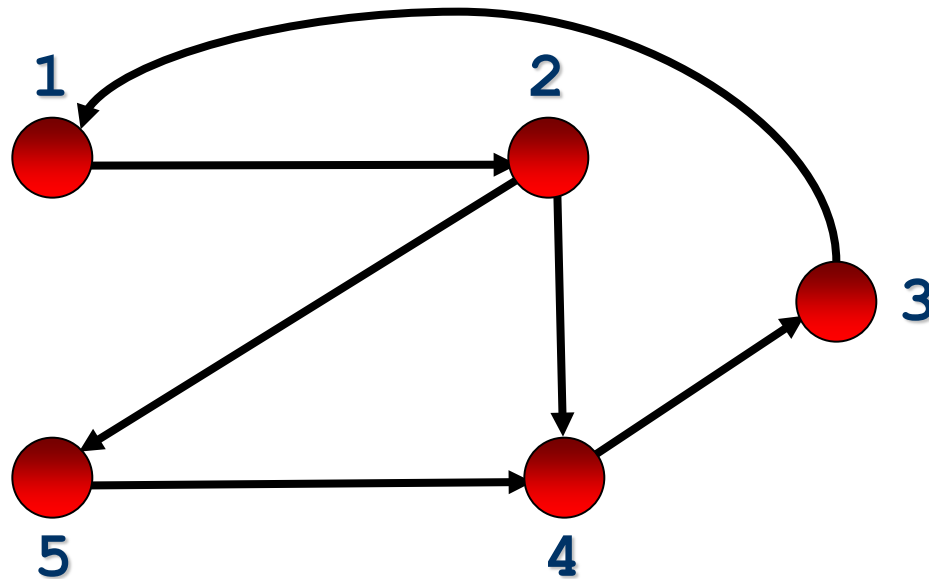
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for **direcionado**
 - $M[i,j]$ indica uma aresta divergente de i e convergente em j , ou seja, $i \rightarrow j$

Grafos

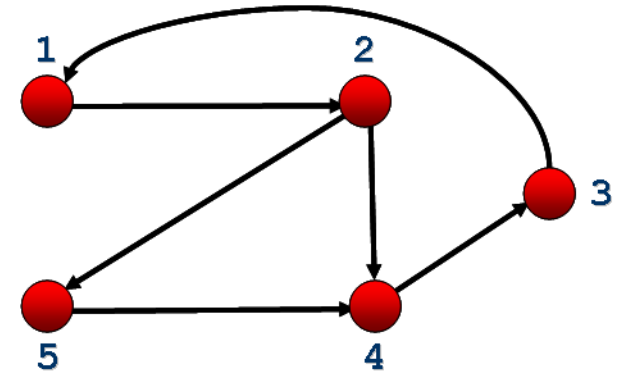
Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do dígrafo a seguir?



Grafos

Matriz de Adjacências



	1	2	3	4	5
1	0	1	0	0	0
2	0	0	0	1	1
3	1	0	0	0	0
4	0	0	1	0	0
5	0	0	0	1	0

Matriz
assimétrica

Grafos

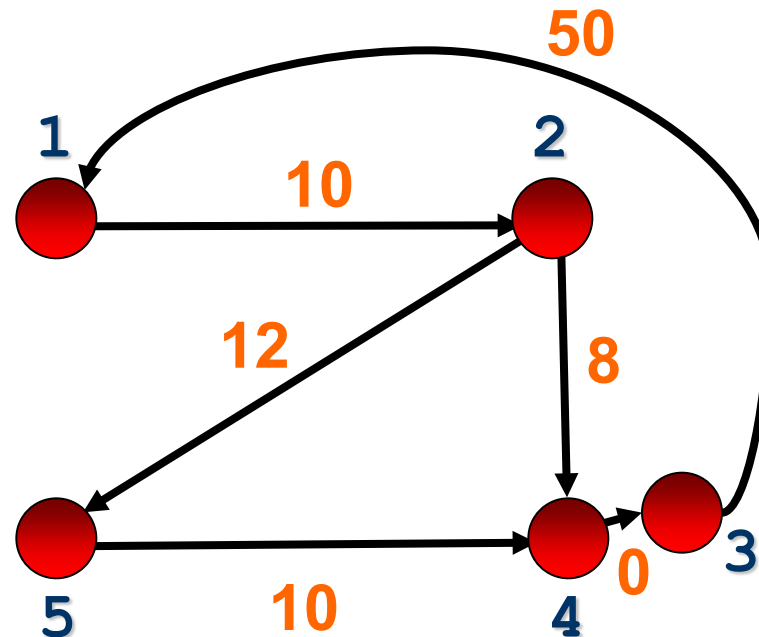
Matriz de Adjacências

- Se o grafo for **valorado**
 - $M[i,j]$ deve conter o peso associado à aresta
 - Se não existir uma aresta entre i e j , então é necessário utilizar um valor que não possa ser usado como peso (como o valor 0 ou -1, por exemplo)

Grafos

Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo direcionado e valorado a seguir?
 - Suponha que o grafo represente a distância em km entre cidades

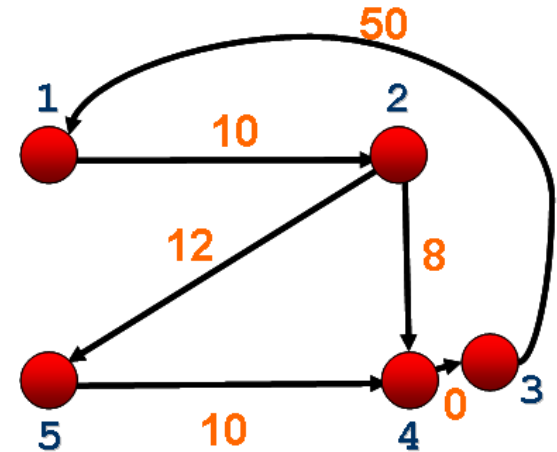


Grafos

Matriz de Adjacências

- Matriz simétrica ou assimétrica?

	1	2	3	4	5
1	-1	10	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	8	12
3	50	-1	-1	-1	-1
4	-1	-1	0	-1	-1
5	-1	-1	-1	10	-1



Grafos

Matriz de Adjacências

- Forma **mais simples** de representação
- Propriedades
 - Custo de armazenamento: ?
 - Custo de verificar se aresta (i,j) está no grafo: ?

Grafos

Matriz de Adjacências

- Forma **mais simples** de representação
- Propriedades
 - Custo de armazenamento: $O(|V|^2) = O(n^2)$
 - Custo de verificar se aresta (i,j) está no grafo: ?

Grafos

Matriz de Adjacências

- Forma **mais simples** de representação
- Propriedades
 - Custo de armazenamento: $O(|V|^2) = O(n^2)$
 - Custo para teste se aresta (i,j) está no grafo: $O(1)$

Grafos

Matriz de Adjacências

- Representação útil para grafos densos
- **Boa** quando desejamos buscar arestas rapidamente: tempo constante
- **Ruim** quando é preciso examinar a matriz toda:
 $O(n^2) = O(|V|^2)$
- **Inserção e remoção de vértices e arestas: representação boa ou ruim?**

Grafos

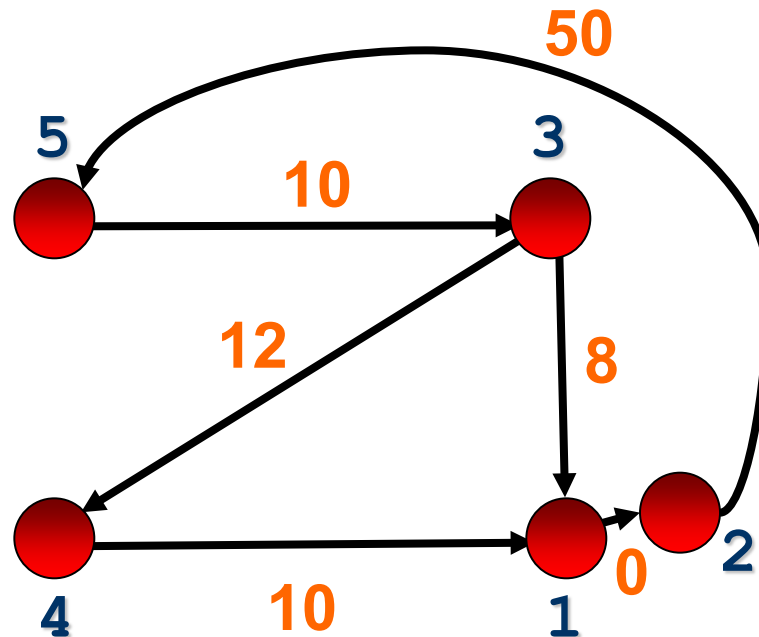
Matriz de Adjacências

- **Questão: a afirmação abaixo é verdadeira? Seu inverso é verdadeiro?**
 - *Cada grafo associa-se a uma única matriz de adjacência.*

Grafos

Matriz de Adjacências

- Qual a matriz de adjacências do grafo direcionado e valorado a seguir?
 - Suponha que o grafo represente a distância em km entre cidades

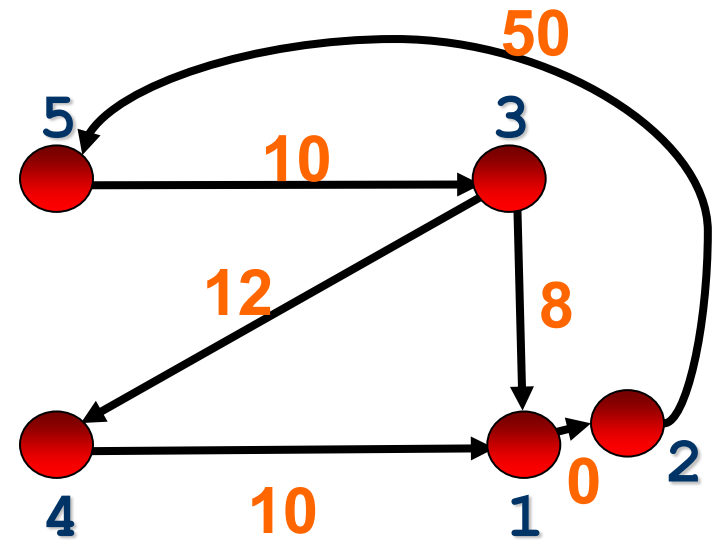


Grafos

Matriz de Adjacências

- Matriz simétrica ou assimétrica?

	1	2	3	4	5
1	-1	0	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	-1	50
3	8	-1	-1	12	-1
4	10	-1	-1	-1	-1
5	-1	-1	10	-1	-1



Prática

TAD grafo



Grafos

Matriz de Adjacências

- Declarar a estrutura de dados do grafo representado como matriz de adjacências

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Implementar operações básicas**
 - Criar grafo vazio
 - Finalizar grafo
 - Inserir aresta
 - Retirar aresta
 - Existe aresta?
 - Imprimir grafo

Grafos

Matriz de Adjacências

- **Implementar operações mais avançadas**
 - **Obter lista de vértices adjacentes a um determinado vértice**
 - **Lista de vértices adjacentes está vazia?**
 - **Retornar primeiro vértice da lista**
 - **Retornar próximo vértice adjacente da lista**
 - **Gerar grafo transposto (para dígrafos)**

Prática

Desafios!



Grafos

Matriz de Adjacências

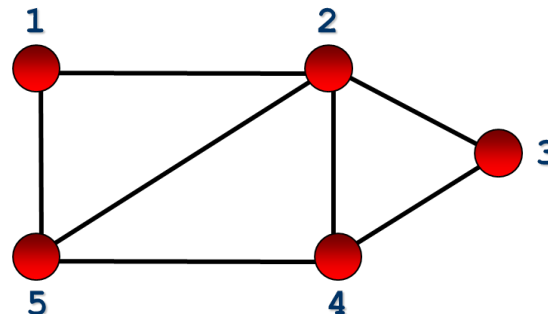
- Implementar função que retorne a aresta de menor peso em um grafo valorado

Grafos

Matriz de Adjacências

- Implementar função que retorne os vértices de um grafo (não dirigido, não valorado) agrupados em função de seus graus

Exemplo



grau=0: $\{\}$
grau=1: $\{\}$
grau=2: $\{1, 3\}$
grau=3: $\{4, 5\}$
grau=4: $\{2\}$

Grafos

Matriz de Adjacências

- Implementar função que retorne um ciclo euleriano de um grafo, se houver