“NOÇÕES DE ESTATISTICA”
disciplina da USP de siglas MAE0116 e MAE0110

Aula seguindo o livro “Probabilidade e Estatística Básicas Para Meus Filhos” de Vladimir Belitsky (docente do Dept. de Estatística do IME-USP) narrada aquí e rabiscada pelo próprio autor.

Capítulo01: “MODELOS PROBABILÍSTICOS”.

Ultima modificação: 16/08/2022

Objetivos

O objetivo principal do Capítulo01 é ensinar a construção de MODELO PROBABILÍSTICO para EXPERIMENTO ALEATÓRIO.

EU vou fornecer para você a descrição completa e correta (de acordo com os critérios a serem estabelecidos) de EXPERIMENTO ALEATÓRIO, e VOCÊ precisa saber construir seu MODELO PROBABILÍSTICO de acordo com as regras que serão aqui ensinadas.

Para que? (1) Conhecimento geral; (2) A base para a aprendizagem da Estatística (probabilidade condicional $\rightarrow$ independência). Tais (1) e (2) determinaram o universo de experimentos aleatórios tratados nesse curso; esse universo contém todos os tipos de experimentos aleatórios que você encontrou no colégio fazendo expercícios sobre a probabilidade.

Experimento aleatório e Modelo Probabilístico; definições 1/4.

Experimento aleatório significa um **experimento** cujo **resultado** não é único, e entre os resultados que poderão ocorrer, é impossível apontar definitivamente naquele que ocorrerá.

OBSERVAÇÃO: Há conceito sem definição matemática: experimento, resultado, ocorrer (=acontecer).

ENTRETANTO, VALE EPSECIFICAR QUE: O resultado é o que nós observaremos (ou, equivalentemente, o que o experimento aleatório nos mostrará). Portanto, no lançamento de um dado (de jogo de tabuleiro tradicional qualquer), "número 1" é um dos seus resultados, mas "número 1 ou número 2" não e, assim como "número 1 e número 2" também não é.

Experimento aleatório e Modelo Probabilístico; definições 2/4.

Construir um **modelo probabilístico** para um experimento aleatório significa:
(1) identificar (a partir da descrição do experimento aleatório) todos os resultados que podem ocorrer;
(2) inventar uma codificação matemática cómoda para os resultados do experimento; usando a codificação inventada, apresentar a lista de todos os possíveis resultados (essa lista será chamada por **conjunto de todos os resultados** até que, pouco por pouco, acostumaremos-nos com seu nome científico tradicional que é **espaço de estados**; entretanto, vale notar que quase nunca o termo "resultado" será trocado pelo termo alternativo "**estado**");
(3) atribuir probabilidade a cada resultado do espaço de estados construido no passo *(2)*.

Experimento aleatório e Modelo Probabilístico; definições 3/4.

O **modelo probabilístico** é a lista e os valores de probabilidade atribuídas à cada elemento da lista. Um exemplo disso são as duas última slinhas da transparência seguinte.

Experimento aleatório e Modelo Probabilístico; um exemplo.

Exemplo 1. EA: Toma-se um dado de jogo de tabuleiro. Ele será lançado e será observada sua face superior, quando ele parar de rolar.
ATENÇÃO: na transparência seguinte, formularei o mesmo experimento aleatório seguindo os critérios da formulação completa e correta.

MP constrído de acordo com a definição *(1)–(3)*.

$$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \tag{1}$$

$$\boldsymbol{P}[1] = 1/6,\ \boldsymbol{P}[2] = 1/6, \ldots, \boldsymbol{P}[6] = 1/6 \tag{2}$$

Experimento aleatório e Modelo Probabilístico; definições 4/4.

Toma-se um dado de jogo de tabuleiro que ele tem 6 faces, marcadas com pontinhos de um a seis, e que qualquer face pode ficar em cima quando o dado para de rodar após ser lançado. Ele será lançado e que será observada sua face superior, quando ele parar de rolar.

$\leftarrow$ A informação sobre o que é feito e o que será observado

O dado lançado é simétrico, fato que acarreta que todas as faces são equiprováveis.

$\leftarrow$ A informação que é suficiente para atribuir probabilidade ao cada resultado do experimento aleatório.

Probabilidade; a definição formal que será pouco usada.

Definição 1. *(Esta definição aplica-se somente aos experimentos aleatórios cujo conjunto de resultados é finito ou enumerável. Os experimentos do segundo tipo estão tipicamente fora do escopo das disciplinas de duração de um semestre que ensinam Probabilidade e Estatística básicas.)*

A **probabilidade** de um resultado num experimento aleatório é o valor assintótico da frequencia relativa do aparecimento deste resultado numa sequencia de repetições do experimento.

A definição nós disse que para determinar a probabilidade de um resultado dum experimento aleatório, nós devemos repetir o experimento, e em cada passo da sequencia de reptições calcular a frequencia relativa das vezes nas quais o resultado foi observado; o limite destas frequencias é a desejada probabilidade.

Classificação dos experimentos aleatórios. Os ligados diretamente à definição: primordiais e simétricos.

Primordiais:

Exemplo 2. Ficarei amanhã (das 0 as 24 horas) na Praça da República em São Paulo e observarei se chove neste local neste período (pelo menos uma vez). Pergunta-se dar a probabilidade de observar a chuva. Para que possamos fazer a previsão, possuimos o histórico de 30 dias com as condições climáticas semelhantes as de hoje, e sabemos que em 12 dos 30, no dia seguinte choveu na Praça da República, enquanto que em 18 dos casos restantes não caiu nenhuma gota.

OBSERVAÇÃO: A pergunta foi adicionada para justificar a necessidade da construção do modelo probabilístico.

Classificação de experimentos aleatórios. Os ligados diretamente à definição: primordiais e simétricos.

Os que possuem a qualidade de **simetria**, isot é, **simétricos**

Exemplo 3. Fabriquei um **dado perfeito**, quer dizer, um corpo em forma de cubo perfeito feito de material homogêneo, e marquei os numeros 1, 2, 3, 4, 5 e 6 em suas faces. Lançarei este dado e observarei o número de sua face superior, quando ele parar de rolar. Qual é a probabilidade de ver o número 3?
OBSERVAÇÃO: A pergunta foi adicionada para justificar a necessidade da construção do modelo probabilístico.

Um disco perfeito (no sentido de sua forma geométrica), fino, fabricado de material homogêneo, com "cara" escrito numa face (lado) e "coroa" na outra chama-se **moeda honesta**. Seu **lançamento** e o experimento aleatório no qual a moeda se lança e observa-se sua face superior quando a mesma parar.

Classificação de experimentos aleatórios. Os ligados diretamente à definição: primordiais e simétricos.

Por **tetraedro** entende-se nesse texto o tetraedro – corpo com 4 faces, cada uma das quais é um tirângulo equilátero, – com os números 1, 2, 3, 4 marcados nas faces. Assume-se que o tetraedro foi fabricado de material homogêneo e que a tinta usada para desenhar os números não tem nem volume nem peso. Isso implica na simetria do tetraedro que está usada na atribuição de probabilidade do modelo probabilístico para o **lançamento de tetraedro**.

Fabriquei n bolas idênticas em tamanho e feitas de mesmo material – de madeira, por exemplo–, enumerei as bolas de 1 a n, marcando números a lapis, coloquei-as numa urna e misturei bem. A **retirada (aleatória,** ou, em outras plavaras, **ao acaso) de uma bola da urna contendo n bolas** é o nome do experimento aleatório no qual sem olhar dentro da urna, retira-se dela uma bola o observa-se o número da mesma.

A Fonte de Aleatoriedade, um conceito auxiliar útil para a classificação dos experimentos aleatórios.

Fonte de aleatoriedade. Esse conceito foi inventado por mim, e, de acordo com minha intenção, ele significa aquilo que causa o resultado num experimento aleatório e, ao mesmo tempo, garante que o resultado não é o único e que antemão é impossível dizer qual das possibilidades será vista. Exemplos de fontes de aleatoriedade são: o dado no experimento aleatório de lançamento de dado, a moeda no experimento aleatório lançamento de moeda, a urna com bolas no experimento aleatório retirada de bola de urna.

Classificação dos experimentos aleatórios.

1. Por **simples** chama-se experimento aleatório que ou é primordial, ou possui uma única fonte de aleatoriedade, quer dizer, seu resultado determina-se por uma só fonte de aleatoriedade (tipicamente é simétrico).

Exemplos 2 e 3.

Classificação dos experimentos aleatórios.

2. Sequenciais-compostos-por-simples; são os compostos por simples que agem em sequencia, isto é, nunca simultaneamente:

Exemplo 4. Tomei uma moeda honesta e duas urnas com bolas. As urnas são diferentes, e para o fim de identificação marquei uma com I e a outra com II. Na urna I, há 3 bolas com números 1, 2 e 3, e na urna II há 4 bolas com números 2, 3 ,4 e 5.
Farei o seguinte: lançarei a moeda e observarei sua face superior quando ela parar. Se a moeda mostrar "cara", retirarei uma bola da urna I e observarei seu número. Já se a moeda mostrar "coroa", retirarei uma bola da urna II e observarei seu número.

Exemplo 5. Tomei duas moedas honestas, uma de 10 centavos e outra de 1 Real.
Lançarei primeiramente a moeda de 10 centavos e observarei sua face superior, e depois lançarei a moeda de 1 Real e observarei sua face superior.

Classificação de experimentos aleatórios.

3. Outros (os que claramente não estão nem na classe 1, nem na classe 2):

Exemplo 6. Tomei dois dados idênticos, ambos perfeitos. Lançarei os dados simultaneamente e observarei os números nas suas faces superiores.

Exemplo 7. Tomei duas moedas honestas, uma de 10 centavos e outra de 1 Real. Lançarei as moedas simultaneamente e observarei suas faces superiores, fazendo a distinção entre as moedas, quer dizer, o resultado "cara" na menor moeda e "coroa" na maior é diferente do resultado "coroa" na menor moeda e "cara" na maior.

Classificação de experimentos aleatórios.

3. Outros (danadinhos, isto é, causam confusão em nossas mentes no sentido que nem sabemos identificar se pertencem às classes 1 ou 2 ou não pertencem):

Exemplo 8. Uma vez, comprei para filha 5 pares de meias: 2 pares azuis e 3 pares vermelhas. As meias diferem-se só pela cor. Um dia, todas elas foram para máquina de lavar roupa e sairam de lá diretamente para a gaveta da cômoda no quarto da filha. No manhã do dia seguinte, ainda no escuro, apanhei duas meias quaisquer da gaveta, vesti a filha, coloquei no carro e levei-a para escolinha. Qual é a probabilidade de eu ouvir da filha, quando ela for acordada, ainda no carro, pelo nascer do sol: "Papai! Você colocou meias de cores diferentes!"

Exemplo 9. Numa escola há 7 professores e 3 professoras. Do total destes 10, será formada uma comissão de três pessoas. Qual é a probabilidade que na comissão formada haja exatamente uma mulher?

A estrutura lógica de todas as ações e relações.

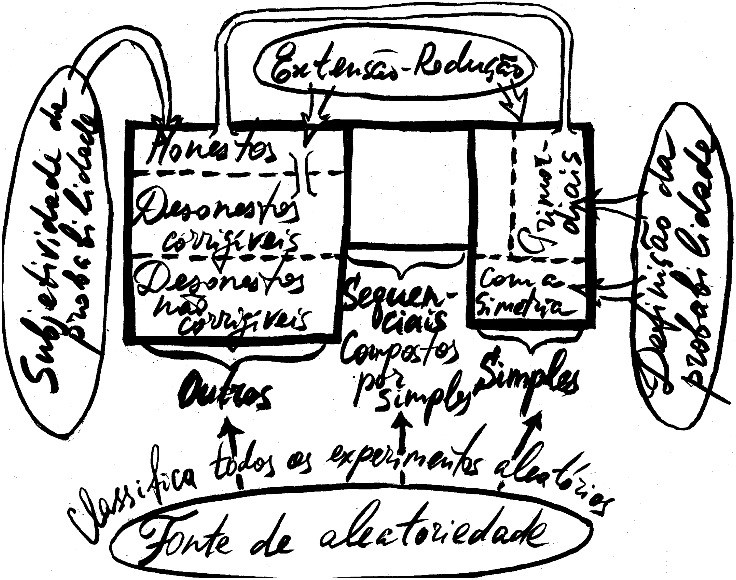


Figura: A estrutura lógica dos argumentos da presente aula.

Construção de modelo probabilístico para experimento aleatório simples.

Para EA primordial – diretamente pela definição da Probabilidade (Exemplo 2 - veja a solução na lousa).

Para EA simétrico – ou diretamente, usando a simetria (Exemplo 1 (o mesmo que 3)), ou via a aplicação do método de **expansão-redução**.

O método de **expansão-redução**: sua aplicação A.
Exemplo 10. Tomei um dado perfeito e pintei as faces 1 e 2 de branco, e as faces 3, 4, 5, 6 de preto. Os números são visíveis atravez da tinta, e a própria tinta não tem nem peso nem volume, o que garante que o dado continua ser perfeito.
O dado será lançado, e uma pessoa, chamada $\mathcal{W}$alter, observará a cor da face superior.

Construção de modelo probabilístico para experimento aleatório simples.

Continuação do Exemplo 10. Note que $\mathcal{W}$alter observa somente a cor; para poder dar a justificativa disto, combinamos que $\mathcal{W}$alter simplesmente esqueceu seus óculos e portanto não consegue enxergar os número de faces do dado. A tarefa é construir o modelo probabilístico para $\mathcal{W}$alter(quer dizer o modelo probabilístico para o experimento aleatório conforme enchergado pelo $\mathcal{W}$alter).

A resposta:

$$\Omega_{\mathcal{W}} = \{branco, preto\}, \quad \boldsymbol{P}_{\mathcal{W}}[branco] = 2/6, \ \boldsymbol{P}_{\mathcal{W}}[preto] = 4/6$$

Mas por quê? Porque você usou intuitivamente o método de expansão-redução. Na próxima gtransparência, vou lhe mostrar a formalização desse método.

Construção de modelo probabilístico para experimento aleatório simples.

$\mathcal{Z}$elda fica ao lado do $\mathcal{W}$alter mas consegue indentificar tanto o número quanto a cor.

$$\begin{aligned} \Omega_{\mathcal{Z}} &= \{1branca, 2branca, 3preta, 4preta, 5preta, 6preta\}, \\ \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[\omega] &= 1/6 \text{ para cada } \omega \in \Omega_{\mathcal{Z}} \end{aligned}$$

$\mathcal{Z}$elda vé um dos resultados listados abaixo	se e somente se	$\mathcal{W}$alter vé o resultado colocado na mesma linha
$1branca$, $2branca$		$branca$
$3preta$, $4preta$, $5preta$, $6preta$		$preta$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[1branca] + \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[2branca] &= \boldsymbol{P}_{\mathcal{W}}[branca] \\ \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[3preta] + \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[4preta] + \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[5preta] + \boldsymbol{P}_{\mathcal{Z}}[6preta] &= \boldsymbol{P}_{\mathcal{W}}[preta] \end{aligned}$$

Construção de modelo probabilístico para experimento aleatório simples.

O método de **expansão-redução**: sua aplicação B.

Exemplo 11. Peguei uma urna com 5 bolas, apaguei os números e pintei 2 em branco e outras três em preto. Retirarei uma bola da urna. Meu amigo $\mathcal{X}$avier está ao meu lado; ele vai observar a cor da bola retirada. A tarefa é construir o modelo probabilístico correspondente à observação do $\mathcal{X}$avier.

A resposta:

$$\Omega_{\mathcal{X}} = \{branca, \ preta\}, \ \ \boldsymbol{P}_{\mathcal{X}}[branca] = 2/5, \ \boldsymbol{P}_{\mathcal{X}}[preta] = 3/5$$

A pergunta é POR QUÊ?

Construção de modelo probabilístico para experimento aleatório simples.

Pego as bolas pintadas e coloco os números 1 e 2 nas bolas brancas e números 3, 4, 5 nas bolas pretas. Devolvo as bolas para urna e as misturo. Vou retirar uma bola ao acaso. Peço do $\mathcal{X}$avier se afastar de mim pela distância que garante que os números não estejam lhe visível.
Chamo minha amiga $\mathcal{Y}$olanda que vai observar o número e a cor.

$$\Omega_{\mathcal{Y}} = \{1branca, 2branca, 3preta, 4preta, 5preta\} \text{ e } \boldsymbol{P}_{\mathcal{Y}}[\omega] = 1/5$$

$\mathcal{X}$avier vê *branca* se e somente se $\mathcal{Y}$olanda vê ou 1*branca* ou 2*branca*
$\mathcal{X}$avier vê *preta* se e somente se $\mathcal{Y}$olanda vê ou 3*preta* ou 4*preta* ou 5*pr*

$$\begin{aligned} \boldsymbol{P}_{\mathcal{X}}[branca] &= \boldsymbol{P}_{\mathcal{Y}}[\{1branca,\ 2branca\}] \\ \boldsymbol{P}_{\mathcal{X}}[preta] &= \boldsymbol{P}_{\mathcal{Y}}[\{3preta,\ 4preta,\ 5preta\}] \end{aligned}$$

Construção de MP para EA sequencial

O MP para todo EA sequencial deve ser feito com o auxílio do **diagrama de árvore**. Mostrarei o funcionamento fazendo o exemplo abaixo.

Exemplo 12. Temos um EA possui duas etapas. Na primeira, lança-se uma moeda honesta, e, na segunda etapa, retira-se ao acaso uma bola de uma de duas urnas. Uma delas contem 3 bolsa idênticas no tato com números 1, 2, 3; esta urna é marcada "I". Na outra, marcada por "II", há 4 bolas com números 2, 3, 4 e 5; essas também são idênticas no tato. Na segunda etapa, usa-se urna I caso a moeda der "cara", e usa-se II, se der "coroa". Observa-se no experimento o lado superior da moeda, quando esta parar, e o número da bola reitrada.

Após a construção do MP, que é o objetivo princial de presente exemplo, responderemos na pergunta: achar a probabilidade de observar 2 na segunda etapa da observação.

Construção de MP para EA sequencial

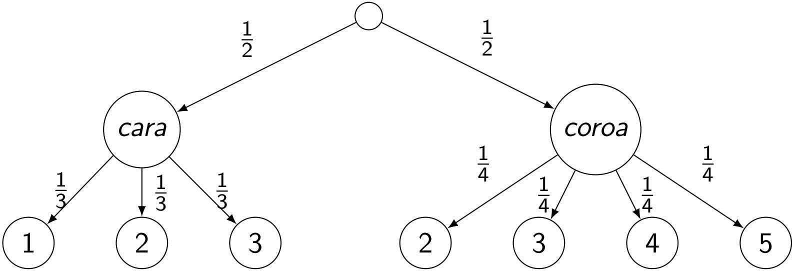


Figura: O Diagrama de Árvore para o experimento aleatório do Exemplo 12 no qual lança-se uma moeda honesta, e se esta der cara retira-se uma bola ao acaso da urna que contem bolas idênticas no tato enumerados 1, 2, 3, enquanto que se a moeda der coroa, retira-se uma bola ao acaso de outra urna que contem bolas idênticas no tato enumerados 2, 3, 4, 5.

Construção de MP para EA sequencial

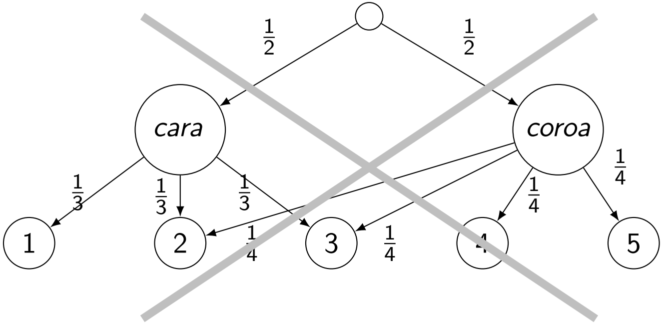


Figura: O Diagrama de Árvore errada para o experimento aleatório do Exemplo 12 no qual lança-se uma moeda honesta, e se esta der cara retira-se uma bola ao acaso da urna que contem bolas idênticas no tato enumerados 1, 2, 3, enquanto que se a moeda der coroa, retira-se uma bola ao acaso de outra urna que contem bolas idênticas no tato enumerados 2, 3, 4, 5. O erro estão no que duas flexas apontam ao mesmo nó.

Construção de MP para EA sequencial

O esquema (diagrama) de árvore produz o seguinte modelo probabilístico:

$$\Omega = \{(cara \to 1),\ (cara \to 2),\ (cara \to 3),\ (coroa \to 2),$$
$$(coroa \to 3),\ (coroa \to 4),\ (coroa \to 5)\}$$
$$\boldsymbol{P}[(cara \to 1)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{3} = \tfrac{1}{6},\ \ \boldsymbol{P}[(cara \to 2)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{3} = \tfrac{1}{6},$$
$$\boldsymbol{P}[(cara \to 3)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{3} = \tfrac{1}{6},$$
$$\boldsymbol{P}[(coroa \to 2)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{8},\ \ \boldsymbol{P}[(coroa \to 3)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{8},$$
$$\boldsymbol{P}[(coroa \to 4)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{8},\ \ \boldsymbol{P}[(coroa \to 5)] = \tfrac{1}{2} \times \tfrac{1}{4} = \tfrac{1}{8}.$$

Construção de MP para EAs danadinhos honestos

Exemplo 17. Tomei duas moedas honestas e idênticas e marquei 1 nas faces de "cara" e 2 nas faces de "coroa" (fiz as marcas da maneira tal que as moedas continuam ser indistinguíveis entre si). Lançarei as moedas simultaneamente em cima da mesa de professor na sala de aula. Meu aluno $\mathcal{A}$ntónio está ao lado da mesa e vai observar o resultado. Nossa tarefa agora é fazer o modelo probabilístico para o experimento aleatório conforme visto pelo $\mathcal{A}$ntónio.

$$\begin{array}{rcl}
\Omega_{\mathcal{A}} = \{1e1,\, 2e2,\, 1e2\} & \leftarrow & \text{será usado aqui} \\
\Omega_{\mathcal{A}} = \{\{1,1\}, \{1,2\}, \{2,2\}\} & \leftarrow & \text{alternativa possivel} \\
\Omega_{\mathcal{A}} = \{(1,1),\, (2,2),\, (1,2)\} & \leftarrow & \text{errada}
\end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
\boldsymbol{P}[1e1] = \boldsymbol{P}[2e2] = \boldsymbol{P}[1e2] = 1/3 & \leftarrow & \text{errado} \\
\boldsymbol{P}[1e1] = \boldsymbol{P}[2e2] = 1/4,\ \boldsymbol{P}[1e2] = 1/2 & \leftarrow & \text{certo}
\end{array}$$

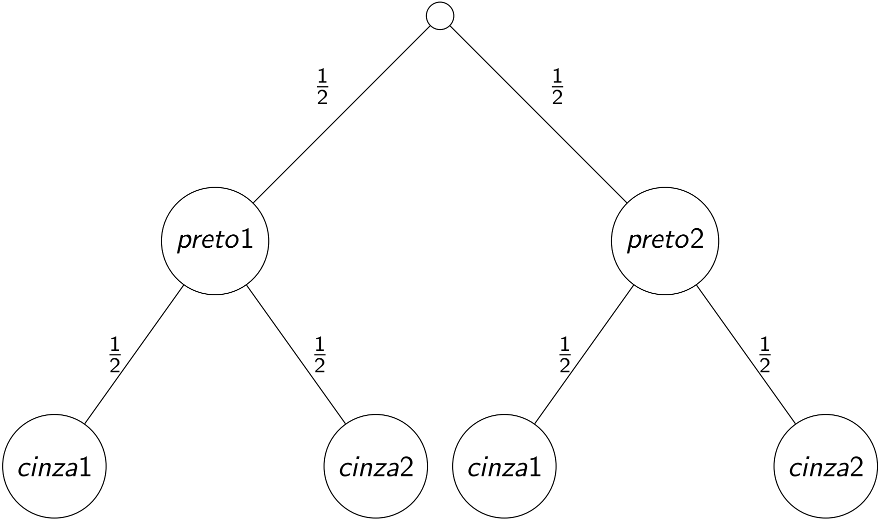
Por que?

Construção de MP para EAs danadinhos honestos

No caminho de solução, eu aplico **extensaõ-redução**:
Pinto uma moeda de preto e a outra de cinza (a pintura não afetou a "honestidade" das moedas e não escondeu os números nelas marcados), mas peço que $\mathcal{A}$ntónio coloque óculos que fazem enxergar tudo em breto ou branco. Como a moeda cinza não é branca, ela é vista como preta pelo $\mathcal{A}$ntónio.

E depois aplico **princípio de subjetividade de probabilidade**:
Peço do $\mathcal{A}$ntónio sair da sala de aula, lanço a moeda preta em primeiro lugar e a moeda cinza em segundo lugar.
O aluno $\mathcal{B}$runo fica na sala e observe todo o processo. Do ponto de vista do $\mathcal{B}$runo, o EA é sequencial-composto-por-simples.

Construção de MP para EAs danadinhos honestos



Construção de MP para EAs danadinhos honestos

$$\Omega_{\mathcal{B}} = \{(preto1 \rightarrow cinza1), (preto1 \rightarrow cinza2), (preto2 \rightarrow cinza1), (preto2 \rightarrow cinza2)\}$$

$$\boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[(preto1 \rightarrow cinza1)] = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \ \boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[(preto1 \rightarrow cinza2)] = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$
$$\boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[(preto2 \rightarrow cinza1)] = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, \ \boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[(preto2 \rightarrow cinza2)] = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$$

$\mathcal{A}$ntónio vé $1e1$ se e somente se $\mathcal{B}$runo vé $(preto1 \rightarrow cinza1)$;
$\mathcal{A}$ntónio vé $1e2$ se e somente se $\mathcal{B}$runo vé ou $(preto1 \rightarrow cinza2)$ ou $(preto2 \rightarrow cinza1)$;
$\mathcal{A}$ntónio vé $2e2$ se e somente se $\mathcal{B}$runo vé $(preto2 \rightarrow cinza2)$.

$$\boldsymbol{P}_{\mathcal{A}}[1e1] = \boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[preto1 \rightarrow cinza1] = \frac{1}{4}$$
$$\boldsymbol{P}_{\mathcal{A}}[1e2] = \boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[preto1 \rightarrow cinza2] + \boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[preto2ecinza1] = \frac{1}{2}$$
$$\boldsymbol{P}_{\mathcal{A}}[2e2] = \boldsymbol{P}_{\mathcal{B}}[preto2 \rightarrow cinza2] = \frac{1}{4}$$

Construção de MP para EAs danadinhos desonestos

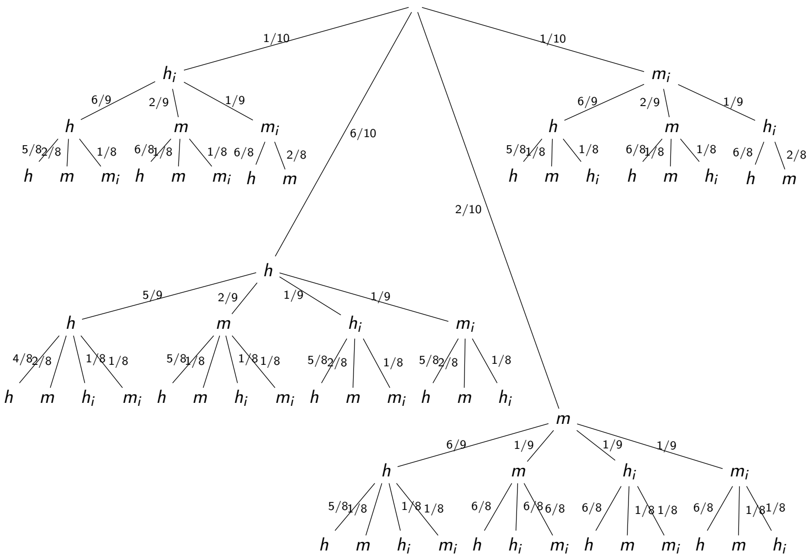
Exemplo 19 *comissão de três professores*. Numa escola há 7 professores e 3 professoras. Será formada uma comissão de três pessoas. Qual a probabilidade que nesta comissão haja exatamente uma mulher? (No texto original era: "somente" no lugar de "exatamente".)

$$\frac{\text{o número de triplas que atendem a condição desejada}}{\text{o número de todas as triplas possíveis}} =$$

$$= \frac{C_7^2 \cdot C_3^1}{C_{10}^3}$$

Exemplo 19 modificado*(comissão de três professores com modificação)*. Numa escola há 7 professores e 3 professoras, sendo que um professor e uma professora são irmãos. Será formada uma comissão de três pessoas. Qual a probabilidade que nesta comissão haja exatamente uma mulher e que ela não seja a irmã de nenhum outro professor da comissão?

Construção de MP para EAs danadinhos desonestos



Construção de MP para EAs danadinhos desonestos

Exemplo 18. Uma vez, comprei para filha 1 par de meia azul e 2 pares de meia vermelha. Um dia, todas elas foram para máquina de lavar roupa e sairam de lá diretamente para a gaveta da cômoda no quarto da filha. No manhã do dia seguinte, ainda no escuro, apanhei duas meias quaisquer da gaveta, vesti a filha, coloquei no carro e levei-a para escolinha. Qual é a probabilidade de eu ouvir da filha, quando ela for acordada, ainda no carro, pelo nascer do sol: "Papai! Você colocou meias de cores diferentes!"