UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

disciplina “NOÇÕES DE ESTATISTICA”

Parte 4: “Variável Aleatória Binomial”

Ministrante: Vladimir Belitsky
docente do Dep. de Estatística
do IME-USP

A presente apresentação resume o conteúdo do Capítulo 4 do livro “Probabilidade e Estatística Básicas para meus Filhos” que trata das variáveis aleatórias binomiais.

Definição de variável aleatória binomial 1/3

Fixe um número natural qualquer, mas maior que 0 e denote-lo "n". Fixe um número real qualquer entre 0 e 1 e denote-lo "p" (esse p pode ser tanto 0 quanto 1, mas seja avisado desde já que tais valores não apresentam interesse prático nenhum).

Considere o experimento aleatório:

> Lançamentos consecutivas de n moedas, cada uma das quais
> dá "cara" com a probabilidade p
> e dá "coroa" com a probabilidade $1 - p$.

Ou considere o seguinte experimento aleatório que é idêntico ao experimento aleatório supraformulado (no sentido que seu modelo probabilístico é o mesmo):

> Lançamentos consecutivas da moeda que
> dá "cara" com a probabilidade p
> e dá "coroa" com a probabilidade $1 - p$.

Em qualquer um desses experimentos aleatórios, defina a variável aleatória, a ser denotada por B, da seguinte maneira: o valor que B assume num resultado do experimento aleatório é o número de "caras" do resultado.

A variável aleatória B chama-se **variável aleatória binomial de (**ou, **com) parâmetros** n **e** p.

A expressão "a variável aleatória B é binomial com parâmetros n e p" é geralmente codificada por seguinte notação:

$$B \sim \mathrm{Bin}(n; p), \tag{1}$$

Definição de variável aleatória binomial 3/3

Peço que preste a atenção à regra simântica na referência à variável aleatória binomial: entre seus dois parâmetros, aquele, que corresponde ao número de lançamentos, está citado em primeiro lugar, e aquele, que corresponde à probabaildade de obter “cara”, está citado em segundo lugar. Concordar sobre esta ordem evita disentendimentos. Mas, a verdade é que os dois parâmetros nunca podem ser confundidos: o primeiro é sempre intéiro maior que 1, pois, como ver-se-á, o caso $n = 1$ é trivial e disinteressante, enquanto que o segundo sempre está no intevalo $(0; 1)$ (conforme já avisei, os valores 0 e 1 para p não são interessantes e, portanto, quase nunca aparecem).

Exemplos de variáveis aleatórias binomiais

EXEMPLO 1.
Lançaremos um dado equilibrado 5 vezes. Neste experimento aleatória, definimos a variável aleatória X de tal forma que ela conta o número das vezes nas quais face 1 foi obtida.

Tem-se:

$$X \sim Bin(5; \frac{1}{6})$$

Observe: não são 5 moedas que determinam a variável aleatória B, mas o dado que pode ser visto como uma moeda.

Exemplos de variáveis aleatórias binomiais

EXEMPLO 2.
Um jogados de basquete que tem o aproveitamento 70% nos lances livres, fará 8 lances livres. A variável aleatória Y contará o número de acertos neste experimento aleatório.

Tem-se:

$$Y \sim Bin(8; 0,7)$$

Observe: não são 8 moedas que determinam a variável aleatória Y, mas é o jogados cujos lances podem ser vistos como moedas.

Uma ampliação dos experimentos aleatórios que dão lúz às variáveis aleatórias binomiais

PROPRIEDADE 1(a) *a qual deve atender um experimento aleatório uma variável aleatória nele definida para que esta variável aleatória seja binomial.*

Se um experimento aleatório sequencial constitui-se de n repetições do mesmo experimento aleatório simples com dois resultados possíveis, a serem chamados "sucesso" e "fracasso" (como, por exemplo, nos EXEMPLOS 1 e 2 acima), e se há uma variável aleatória definida neste experimento aleatório sequencial da maneira tal seu valor é igual ao número acumulado de "sucessos", então esta variável aleatória é binomial com os parâmetros n e p, onde p é a probabilidade de "sucesso" em cada experimento aleatório simples.

Uma ampliação dos experimentos aleatórios que dão lúz às variáveis aleatórias binomiais

PROPRIEDADE 1(b) *a qual deve atender um experimento aleatório uma variável aleatória nele definida para que esta variável aleatória seja binomial.*

Considere qualquer experimento aleatório com qualquer espaço de seus estados (não necessariamente o espaço com dois estados). Suponha que este espaço foi dividido em dois eventos. Chame-os por "sucesso" e "fracasso", e denote por p a probabilidade daquele deles que foi chamado de "sucesso".
Suponha que este experimento aleatório será repetido n vezes e introduza a variável aleatória B como o número de eventos chamados "sucessos" vistos nesta série de n repetições. Então B é variável aleatória binomial com os parâmetros n e p.

Mais um exemplo de variável aleatória binomial

EXEMPLO 3 (que emprega a Propriedade 1 para detectar que uma variável aleatória é binomial).
Lançaremos um dado equilibrado 5 vezes. Neste experimento aleatória, definimos a variável aleatória X de tal forma que ela conta o número dos lançamentos nas quais ou face 1 ou face 2 foram obtidas. Define (para o experimento aleatório "lançamento de dado") o evento "face 1 ou 2". Chame ele por "sucesso". Naturalmente, sua probabilidade é $2/6$.

Portanto,

$$X \sim Bin(5; \frac{2}{6})$$

A distribuição binomial

Recorde que cada variável aleatória tem sua distribuição. Essa é (pode ser vista como) uma tabela que apresenta todos os valores que a variável aleatória pode assumir junto com a probabilidade de assumir cada um deles. A distribuição da variável aleatória binomial com parâmetros n e p chama-se **distribuição binomial com parâmetros n e p**.

TEOREMA 2 *que apresenta o formato de distribuição binomial. Se $B \sim \mathrm{Bin}(n; p)$, então o conjunto dos valores que B pode assumir é*

$$0, 1, \ldots, n, \tag{2}$$

e as probabilidades de assumir estes valores são dadas pelas seguintes expressões:

$$\boldsymbol{P}\left[B = k\right] = \binom{n}{k} p^k \left(1 - p\right)^{n-k}, \tag{3}$$

$$\text{para todo } k = 0, 1, \ldots, n,$$

Duas observações sobre Teorema 2 1/2

A quantia codificado por $\binom{n}{k}$ tem uma interpretação, mas você não precisa saber dela no âmbito do presente curso. Você deve saber calcular seus valores. Para tal, você pode usar qualquer uma das fórmulas abaixo ou o Triângulo do Pascal.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-k+1)}{k(k-1)\cdots 2 \cdot 1}$$

(não se esqueça que ao 0! está atribuido o valor 1 por decreto).
Observe: a construção do Triângulo de Pascal está explicada no texto do livro.

Duas observações sobre Teorema 2 2/2

A demonstração do Teorema 2 pode ser feita facilmente com o auxílio do diagrama de árvore que corresponde ao experimento aleatório "n repetições do experimento aleatório simples com os resultados "sucesso" e "fracasso". Tal demonstração está fora dos objetivos do presente curso.

É curioso observar que a especificidade da variável aleatória permite que no diagrama de árvore usado para a demonstração haja a junção de galhos. Entretanto, insisto que "nossas árvores" continuam obedecer a regra que proibe juntar galhos. Em particular, se decidisse apresentar para você a demostração do Teorema 2 faria isso com auxílio de árvore sem junções de seus galhos.

Um exemplo de distribuição binomial

EXEMPLO 4.
Seja B a variável aleatória que conta o número de caras em três lançamentos, com a probabilidade $1/4$ de obter "cara" em cada um. Então, de acordo com Teorema 2. a distribuição de B tem a forma apresentada na tabela abaixo:

k	$\boldsymbol{P}[B = k]$
0	$1 \cdot (1/4)^0 (3/4)^3$
1	$3 \cdot (1/4)^1 (3/4)^2$
2	$3 \cdot (1/4)^2 (3/4)^1$
3	$1 \cdot (1/4)^3 (3/4)^0$

A tabela da distribuição da variável aleatória $B \sim \mathrm{Bin}(3; (1/4))$.

Um aviso sobre nomenclatura

Às vezes diz-se "variável aleatória com a distribuição binomial de parâmetros n e p" em vez da expressão (correta) "variável aleatória binomial de parâmetros n e p".

A esperança e a variância de distribuição binomial

TEOREMA 3. *Se B é uma variável aleatória binomial com parâmetros n e p, então*

$$\boldsymbol{E}[B] = np, \qquad \mathrm{Var}[B] = np(1-p). \tag{4}$$

Sobre a demostração do Teorema que apresenta a esperança e a variância de distribuição binomial 1/2

Introduzimos variável aleatória X_i para "marcar o sucesso" do i-ésimo passo do experimento aleatório, quer dizer, definimos

$$X_i = \begin{cases} 1, & \text{caso o } i\text{-ésimo passo der "sucesso"}, \\ 0, & \text{caso o } i\text{-ésimo passo der "fracasso"}, \end{cases} \tag{5}$$

É imediato que

$$\text{onde cada } X_i \text{ é variável aleatória de Bernoulli}(p), \tag{6}$$

e também que

$$B = X_1 + X_2 + \cdots + X_n. \tag{7}$$

É pouco mais sutil a demostração do fato que

$$X_1, X_2, \ldots, X_n \text{ são independentes em conjunto.} \tag{8}$$

Usaremos esse fato sem nos preocupar com sua demostração.

Sobre a demostração do Teorema que apresenta a esperança e a variância de distribuição binomial 2/2

Agora recorde as expressões pra a esperança e variância de variável aleatória Bernoulli(p). Graças a elas, sabemos que

$$\text{(a) } \boldsymbol{E}[X_i] = p, \text{ e (b) } \mathrm{Var}[X_i] = p(1-p) \text{ para cada } X_i \tag{9}$$

Agora, usando a propriedade (a) da Eq. (9) junto com a relação (7) concluimos que

$$\boldsymbol{E}[B] = \boldsymbol{E}[X_1] + \cdots + \boldsymbol{E}[X_n] = np$$

Em seguida, usando a propriedade (b) da Eq. (9) junto com a relação (7) e a propriedade (8), concluimos que

$$\mathrm{Var}[B] = \mathrm{Var}[X_1] + \cdots + \mathrm{Var}[X_n] = np(1-p)$$

Isso completa a demostração do Teorema 3.

Uma observação sobre a definição de variável aleatória binomial 1/2

A relação (7) pode ser tomada como a definição alternativa para variáveis aleatórias binomiais. Explicitamente falando, vale a seguinte afirmação de equivalência composta de “ida” e “volta”.

Ida: Se B é variável aleatória binomial com parâmetros n e p então podem ser construidas variáveis aleatórias Bernoulli de parâmetro p $X_1, X_2, \ldots, X_n$, que são independentes em conjunto e tais que

$$B = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

Volta: Se tomar qualquer sequencia $X_1, X_2, \ldots, X_n$ de n variáveis aleatórias Bernoulli(p) que são independentes em conjunto e usá-las para definir variável aleatória B conforme a relação

$$B = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$$

então B será binomial de parâmetros n e p.

A “cara” da distribuição binomial. 1/3

Seja n um número inteiro arbitrário, e seja p um número real arbitrárion no intervalo $(0, 1)$. Considere a distribuição binomial com os parâmetros n e p e denote por B a variável aleatória com esta distribuição.

Então valem as seguintes propriedades.

Entre as probabilidades das distribuição, ou
(a) há uma que é a maior de todas;
ou
(b) há exatamente duas, iguais entre si, que são maiores de qualquer outra;
(c) o valor da esperança de variável aleatória binomial ou coincide com o valor que tem a maior probabilidade, ou está afastada desse valor pela distância de no máximo 1. (obs.: a esperança chama-se de média).

A “cara” da distribuição binomial. 2/3

No caso **(a)**, denotamos por $k_{\max}$ o valor correspondente a maior probabilidade. Então,
$\boldsymbol{P}[B = k]$ decresce conforme k aumentar-se de $k_{\max}$ para n;
$\boldsymbol{P}[B = k]$ decresce conforme k diminuir-se de $k_{\max}$ para 0;
o valor da média* (da esperança matemática) de B está “em torno do $k_{\max}$”, quer dizer,

$$np \in (k_{\max} - 1,\ k_{\max} + 1)$$

*: No que se segue, a esperança (esperança matemática, se for falar com o rigor) será frequentemente chamada por **média**.

A “cara” da distribuição binomial. 3/3

No caso **(b)**, denotamos por $k_{\max,left}$ e $k_{\max,right}$ os valores correspondentes às maiores probabilidades. Então,
$k_{\max.left}$ e $k_{\max,right}$ são inteiros vizinhos;
$\boldsymbol{P}[B = k]$ decresce conforme k aumentar-se de $k_{\max,right}$ para n;
$\boldsymbol{P}[B = k]$ decresce conforme k diminuir-se de $k_{\max,left}$ para 0;
o valor da média (da esperança matemática) de B está “entre $k_{\max,left}$ e $k_{\max,right}$, quer dizer,

$$np \in (k_{\max,left}, k_{\max,right})$$

Exercícios. Exc. 1. Enunciado e cálculos. 1/3

Exc. 1. Desenhe as funções de probabilidade das seguintes variáveis aleatórias: Bin(3; 0,1), Bin(3; 0,3), Bin(3; 0,5), Bin(3; 0,6), Bin(3; 0,8). Quais são as esperanças destas variáveis aleatórias? Quais são suas variâncias?

Solução do Exc. 1. A tabela abaixo lhe recorda a forma da distribuição binomial com $n = 3$:

0	1	2	3
$C_3^0\, p^0(1-p)^3$	$C_3^1\, p^1(1-p)^2$	$C_3^2\, p^0(1-p)^1$	$C_3^3\, p^3(1-p)^0$

Então, para que acharmos os valores das probabilidades desta distribuição correspondetes aos casos $p = 0.1,\ 0.3, 0.5, 0.6, 0.8$, é precisa só substituir p pelo seu valor numérico e fazer a conta.

Exercícios. Exc. 1. Cálculos. 2/3

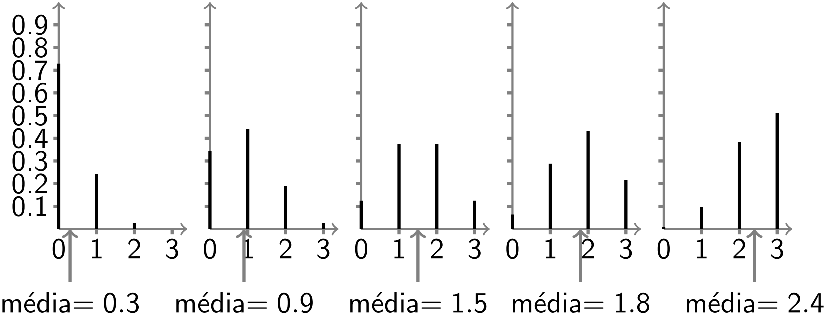
Caso você decidiu fazer a conta à mão, lhe recordo a expressão para "3 escolhe k" (note que há os quem usa o nome "combinações de 3, k a k" em vez do "3 escolhe k"; os dois são legítimos e aceitáveis no meu curso):

$$C_3^k = \frac{3!}{k!(3-k)!},\ k = 0, 1, 2, 3 \text{ (lembrando que } 0! = 1 \text{ por decreto)}$$

Eu fiz as contas com uso do pacote comptacional "R"; executei cinco vezes o comando "`dbinom(0:3, size=3, prob=p)`", uma vez para cada valor de p, e recebi as respostas, as quais apresento na seguinte tabela:

valor	0	1	2	3
probabilidade para $p = 0.1$	0.729	0.243	0.027	0.001
probabilidade para $p = 0.3$	0.343	0.441	0.189	0.027
probabilidade para $p = 0.5$	0.125	0.375	0.375	0.125
probabilidade para $p = 0.6$	0.064	0.288	0.432	0.216
probabilidade para $p = 0.8$	0.008	0.096	0.384	0.512

Exercícios. Exc. 1. Desenhos. 3/3

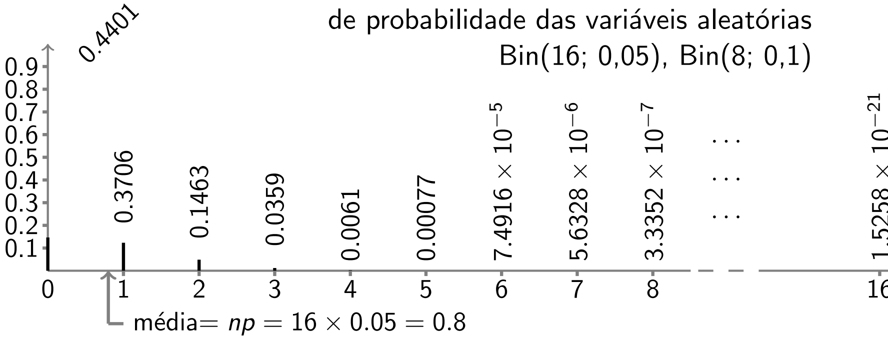


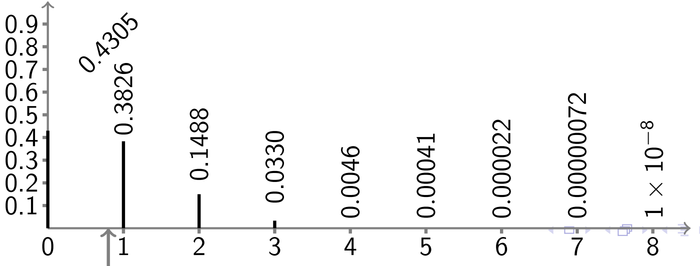
Variâncias

0,27 0,63 0,75 0,72 0,48

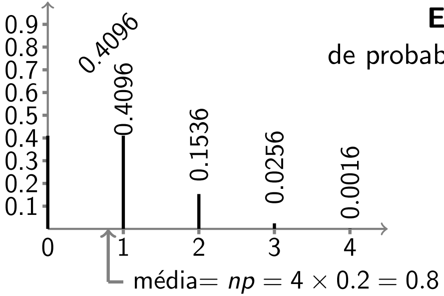
Exercícios. Exc. 2(a). Enunciado e desenho. 1/2

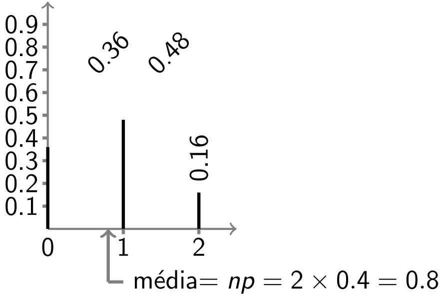
Exc. 2(a). Desenhe as funções de probabilidade das variáveis aleatórias Bin(16; 0,05), Bin(8; 0,1)





Exc. 2(b). Desenhe as funções de probabilidade das variáveis aleatórias Bin(4; 0,2), Bin(2; 0,4).





Exercícios. Exc. 3. Enunciado e solução. 1/1

Exc. 3. Quero que você me apresente todas as variáveis aleatórias binomiais que têm, esperança 2 e variância 1? Quantas são?
Solução do Exc. 3. Designamos por n e p os parâmetros de variáveis aleatórias binomiais. A condição na esperança nos dá: $np = 2$; a condição na variância nos dá: $np(1-p) = 1$. Substituindo np por 2 na última equação (o que é possível graças a primeira equação), conclui-se que $1 - p = 1/2$. Portanto, $p = 1/2$. Já que np deve dar 2, então n só pode ser 4. Daí a resposta: há uma e única variável aleatória binomial cuja esperança é 2 a variância é 1; os parâmetros dessa são: $n = 4$ e $p = 1/2$.

Exercícios. Exc. 4. Enunciado. 1/2

Exc. 4. Papai Noel pôs no saco três bonecas e três carrinhos, subiu na rena e voou para visitar a família de Zé Mané, que tem quatro crianças. No meio do caminho se tocou que tinha esquecido de perguntar o sexo das crianças de Zé. Ajude ao Papai Noel calcular a probabilidade de poder satisfazer todas as crianças, assumindo que
(1) meninas gostam de bonecas e meninos gostam de carrinhos;
(2) cada uma das quatro crianças de Zé é ou filho ou filha com as probabilidades $1/2$ e $1/2$, e que o sexo de qualquer uma das crianças não depende do sexo das demais.

Exercícios. Exc. 4. Solução. 2/2

Número de de filhas (k).	Número de filhos ($4-k$).	Todas as crianças recebem o brin quedo ao gosto?	A probabilidade de ter k filhas entre 4 crianças.
0	4	não	$C_4^0(1/2)^0(1-1/2)^4 = 0.0625$
1	3	sim	$C_4^1(1/2)^1(1-1/2)^3 = 0.2500$
2	2	sim	$C_4^2(1/2)^2(1-1/2)^2 = 0.3750$
3	1	sim	$C_4^3(1/2)^3(1-1/2)^1 = 0.2500$
4	0	não	$C_4^4(1/2)^4(1-1/2)^0 = 0.0625$

A probabilidade de satisfazer o gosto de todas as crinaças é:
$0.250 + 0.375 + 0.250 = 0.875.$

Exercícios. Exc. 5. Enunciado. 1/2

Exc. 5. (Especial para Veterinária) **(a)** Uma galinha botou 6 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem 2 machos? **(b)** Outra galinha botou 12 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem 4 machos? **(c)** Uma terceira botou 18 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem 6 machos? (Assuma $1/2$ e $1/2$ para os dois sexos e assuma a independência entre os ovos.)

Observe que no futuro próximo teremos um exercício ligeiramente diferente em enunciado mas essencialmente diferente em sentido:
Exc. 6. (a) Uma galinha botou 6 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem no máximo 2 machos? **(b)** Outra galinha botou 12 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem no máximo 4 machos? **(c)** Uma terceira botou 18 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem no máximo 6 machos?

Exercícios. Exc. 5. Solução. 2/2

Solução do Exc. 5 Todas as respostas estão dadas pela expressão

$$C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-k}$$

Caso	Valor de n.	Valor de k.	Resposta (valor da expressão $C_n^k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(1-\frac{1}{2}\right)^{n-k}$)
(a)	6	2	0.234
(b)	12	4	0.121
(c)	18	6	0.071

Observe que em todos os casos, $k = n/3$, mas isto <u>não</u> implica na igualdade das respectivas probabilidades. Ainda mais: é visível que as probabilidades descrescem com o crescimento do valor de n. Tal descrescimento é um fenômeno genérico e pode ser provado analiticamente, mas não será pois não é o foco de nossa exposição.

Dito de outra maneira: os <u>valores</u> das distribuições binomiais não sao "proporcionais" aos seus parámetros.

Exercícios. Exc. 6. Enunciado e solução. 1/2

Exc. 6. (Especial para Veterinária.) **(a)** Uma galinha botou 6 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem no máximo 2 machos? **(b)** Outra galinha botou 12 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem no máximo 4 machos? **(c)** Uma terceira botou 18 ovos. Qual é a probabilidade de nascerem no máximo 6 machos? (Assuma 1/2 e 1/2 para os dois sexos e assuma a independência entre os ovos.)
Solução do Exc. 6 Todas as respostas são dadas pela expressão

$$C_n^0\left(\tfrac{1}{2}\right)^0\left(1-\tfrac{1}{2}\right)^{n-0}+C_n^1\left(\tfrac{1}{2}\right)^1\left(1-\tfrac{1}{2}\right)^{n-1}+\ldots,+C_n^k\left(\tfrac{1}{2}\right)^k\left(1-\tfrac{1}{2}\right)^{n-k} \tag{10}$$

onde k é o número máximo de machos em questão. A tabela abaixo sumarisa as respostas. Na tabela 0^+ significa qualquer valor que não seja 0 mas que aparece como 0 devido ao arredondamento escolhido na apresentação. Por exemplo, $C_{12}^0\left(\frac{1}{2}\right)^0\left(1-\frac{1}{2}\right)^{12}=0.0002441406$, valor que, com o arredondamento até três casas após a vírgula, apareceria como $0,000$. Para que a aparência não engane o leitor, o referido valor está marcado por 0^+ na linha (b) da tabela.

Exercícios. Exc. 6. Solução. 2/2

Caso	Valor de n.	Valor de k.	Resposta (valor da expressão (10))
(a)	6	2	$0,016 + 0,094 + 0,234 = 0,344$
(b)	12	4	$0^{+} + 0,003 + 0,016 + 0,054 + 0,121 = 0,194$
(c)	18	6	$0^{+}+0^{+}+0{,}001+0{,}003+0{,}012+0{,}033+0{,}071=012$

Observe que os resultados indicam que a probabilidade de número de machos ser de no máximo $1/3$ do número total de ovos decresce conforme o numero de ovos n cresce. A razão para isso é que conforme n cresce, a distribuição $\text{Bin}(n; 0,5)$ concentra valores da sua distribuição em torno da sua esperança. O valor da esperança dela é $n/2$. Portanto $n/3$ se encontra na cauda, que recebe cada vez menos probabilidade.

Dito de outra maneira: os caudas das distribuições binomiais não sao "proporcionais" aos seus parámetros.

Exc. 7. Thiago, aluno do Professor Vladimir, recebeu do professor a seguinte oferta: A nota da primeira prova dele será dada por uma variável aleatória binomial com os parâmetros $n = 5$ e $p = 1/2$. A nota da segunda prova dele será dada por outra variável aleatória , que é independente da primeira, e também é binomial com parâmetros $n = 5$ e $p = 1/2$. A nota final será a soma destas duas. Ajude Thiago! Calcule a probabilidade da nota final dele ser maior ou igual a 5.

Exercícios. Exc. 7. Solução. 2/2

Solução do Exc. 7. A nota da primeira prova é soma de 5 variáveis aleatórias X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, as quais refletem os resultados de 5 lançamentos: 1 para "cara" e 0 para "coroa". A nota da segunda prova é soma de outras 5 variáveis aleatórias Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, as quais refletem os resultados de outros 5 lançamentos: 1 para "cara" e 0 para "coroa". Portanto, a soma das duas variáveis aleatórias binomiais pode ser representada como $X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4 + Y_5$. Já que todas as moedas são independentes, então esta soma tem distribuição $\text{Bin}(10; 0,5)$. Usando a tabela apropriada, temos que a resposta é:

$$0,246 + 0,205 + 0,117 + 0,044 + 0,010 + 0,001 = 0,623$$

Exercícios. Exc. 8. Enunciado. 1/2

Exc. 8. Ian (é o nome do meu filho) ganhou mesada do seu pai: R\$6,00. Mas ele precisa de no mínimo R\$7,00 para poder levar sua namorada ao cinema. Ele resolve tentar a sorte em um casino. No casino, onde ele foi, há duas mesas que aceitam apostas de R\$6,00. Numa delas a regra do jogo é a seguinte: uma moeda, que tem probabilidade $0,6$ de dar "cara" será lançada 10 vezes e será pago o valor igual ao número de "caras" obtidas nestes lançamentos. Na outra mesa a regra do jogo é diferente: uma moeda, que tem probabilidade $0,5$ de dar "cara" será lançada 12 vezes e será pago o valor igual ao número de "caras" obtidas nestes lançamentos. Em qual das duas mesas Ian tem mais chances de conseguir no mínimo R\$7,00?

Observo: É difícil criar uma exercícios sobre as distribuições binomiais cuja formulação seja cristalinamente clara mas cuja solução não seja imediata.

Exercícios. Exc. 8. Solução. 2/2

Solução do Exc. 8. Na primeira mesa, a chance de Ian é:

$$0,215 + 0,121 + 0,040 + 0,006 = 0,382$$

Já na segunda mesa, a chance dele é:

$$0,193 + 0,121 + 0,054 + 0,016 + 0,003 + 0^{+} = 0,387$$

É importante observar a diferença deste exercício do Exc. 6. No último foi preservada a proporção do parâmetro n. Já no presente exercício, é o limiar que está fixo (ele é 7).