LISTA 4:

1) a) $y = 2x^2 - 4x + 5$; $a = 2$; $\Delta x = -0{,}2$

Sendo:

ACRÉSCIMO:

Em x: $\Delta x = x_2 - x_1$ Em y: $\Delta y = f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)$

DIFERENCIAL:

Em x: $\Delta x = dx$ Em y: $dy = f'(x)\,\Delta x$ → a dx

→ aplica o valor de x que deu.

→ substitue no argumento da função

i) $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) \Rightarrow \Delta y = 2(x+\Delta x)^2 - 4(x+\Delta x) + 5 - (2x^2 - 4x + 5)$

$= 2(x^2 + 2x\Delta x + \Delta x^2) - 4x - 4\Delta x + 5 - 2x^2 + 4x - 5 \Rightarrow$

$= \cancel{2x^2} + 4x\Delta x + 2\Delta x^2 - \cancel{4x} - 4\Delta x + \cancel{5} - \cancel{2x^2} + \cancel{4x} - \cancel{5} = 4x\Delta x + 2\Delta x^2 - 4\Delta x$

$\Rightarrow \boxed{\Delta y = 4x\Delta x + 2\Delta x^2 - 4\Delta x \text{ ou: } \Delta x(4x + 2\Delta x - 4)}$ //

$dy = f'(x)\,dx \Rightarrow dy = (2x^2 - 4x + 5)'\,dx \Rightarrow \boxed{dy = (4x - 4)\,dx}$ //

ii) $a = x = 2$ e $\Delta x = -0{,}2$

Para Δy e dy preciso do ponto aplicado à função → faço separadamente

$f(2) = 2(2)^2 - 4(2) + 5 = 8 - 8 + 5 \Rightarrow \boxed{f(2) = 5}$

$f(x_1 + \Delta x) = f(2 - 0{,}2) = f(1{,}8) = 2(1{,}8)^2 - 4(1{,}8) + 5 = 6{,}48 - 7{,}2 + 5$

$\Rightarrow \boxed{f(1{,}8) = 4{,}28}$ //

Então:

$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) = f(1{,}8) - f(2) = 4{,}28 - 5 \Rightarrow \boxed{\Delta y = -0{,}72}$ //

Para dy preciso de $f'(x_1)$: $f'(x) = 4x - 4 \Rightarrow f'(x_1) = f'(2) = 4 \cdot 2 - 4 =$

$\Rightarrow f'(2) = 8 - 4 \Rightarrow \boxed{f'(2) = 4}$ //

Então: $dy = 4 \cdot \Delta x = 4 \cdot (-0{,}2) \Rightarrow \boxed{dy = -0{,}8}$ //

LEMBRANDO QUE:

ACRÉSCIMO:

Em x: $\Delta x = x_2 - x_1$

Em y: $\Delta y = f(x_1 + \Delta x) - f(x_1)$ ou: $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$

ponto dado

DIFERENCIAL:

Em x: $\Delta x = dx$

Em y: $dy = f'(x) . \Delta x$

aplica o valor de x que deu.

APROXIMAÇÃO LINEAR:

$L(x) \approx f(a) + f'(a)\Delta x$.

LISTA 4:

2) a) $y = 4 - 9x$

i) $\Delta y \Rightarrow$ o acréscimo em y é dado por: $\Delta y = f(x_1+\Delta x) - f(x_1)$, caso valores sejam fornecidos.

Quando valores não são fornecidos, utilizo:

$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x) \Rightarrow$ (é apenas uma mudança na notação para melhor compreensão). substituo o argumento da função por $(x+\Delta x)$

Utilizando, então: $\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$:

$\Delta y = 4 - 9(x+\Delta x) - (4 - 9x) = \cancel{4} - \cancel{9x} - 9\Delta x - \cancel{4} + \cancel{9x} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\Delta y = -9\Delta x}$ //

fórmula do diferencial em y.

ii) $dy \Rightarrow \boxed{dy = f'(x) . \Delta x}$ //

1º) $f'(x) = (4 - 9x)' \Rightarrow \boxed{f'(x) = -9}$ //

substituindo na fórmula do diferencial em y:

$\boxed{dy = -9\,dx}$ //

iii) $dy - \Delta y$

sendo: $dy = -9dx$ e $\Delta y = -9\Delta x$, realizamos a subtração desses termos: $\boxed{dy - \Delta y = -9dx - 9\Delta x = 9(\Delta x - dx)}$ //

3) Aproximação linear:

$L(x) = L(b) \simeq f(a) + f'(a)\Delta x$.

a) $f(x) = 4x^5 - 6x^4 + 3x^2 - 5$; $a = 1$; $b = 1{,}03$.

$f'(x) = 20x^4 - 24x^3 + 6x \Rightarrow f'(a) = f'(1) = 20 - 24 + 6 = 2$

$f(1) = 4 - 6 + 3 - 5 = -4$

$\Delta x = b - a = 1{,}03 - 1 \Rightarrow \Delta x = 0{,}03$

Então: $L(1{,}03) = -4 + (2)(0{,}03)$ → Resolvendo ⇒

$\Rightarrow -4 + 0{,}06 \Rightarrow \boxed{L(1{,}03) = -3{,}94}$ //

→ margem de erro.

4) a) $y = 3x^4$; $x = 2$; $\Delta x = \pm 0{,}01$ OBS: quando aparece Δx com $\pm$, provavelmente será pedido para calcular o(s) erro(s).

$\Delta y = f(\underbrace{2}_{\text{ponto dado}} + \Delta x) - f(2)$

Como Δx é $\pm 0{,}01$, vejo que terei um Δy para $f(2+0{,}01)$ e outro para $f(2-0{,}01)$, ou seja:

$\Delta y = f(2+0{,}01) - f(2) = f(2{,}01) - f(2) = 3(2{,}01)^4 - 3(2)^4 = (3)(16{,}3224) - (3)(16) \Rightarrow \boxed{\Delta y = 0{,}9672}$ //

$\Delta y = f(2-0{,}01) - f(2) = f(1{,}99) - f(2) = 3(1{,}99)^4 - 3(2)^4 = (3)(15{,}6824) - 3(16) \Rightarrow \boxed{\Delta y = -0{,}9528}$ //

RELEMBRANDO ERROS:

Erro absoluto: valor medido - valor real.

Erro relativo: não possui unidade de medida.

$$E_{rel} = \frac{dy}{y}$$

Erro percentual: $E_{pc} = 100\,\frac{dy}{y}$ //

Então, para o cálculo dos erros, devemos, também, calcular o diferencial em y, dy, que é dado por:

$$dy = f'(x)\,\Delta x \rightarrow \text{ou } dx$$

A estimativa do erro em x é: $\Delta x = dx = 0{,}01$

O diferencial da função $y = 3x^4$ é: $\boxed{dy = 12x^3\,dx}$

Substituindo os valores, temos:

$$dy = (12)(2)^3(0{,}01) = (12)(8)(0{,}01) = (96)(0{,}01) \Rightarrow \boxed{dy = 0{,}96}$$

O erro relativo é dado por:

$E_{rel} = \dfrac{dy}{y}$, sendo: $\dfrac{12x^3\,dx}{3x^4} = \dfrac{12\,dx}{3x}$, mas: $dx = 0{,}01$ e $x = 2$,

logo: $\dfrac{(12)(0{,}01)}{(3)(2)} = \dfrac{0{,}12}{6} \Rightarrow \boxed{E_{rel} = 0{,}02} \rightarrow \boxed{E_{pc} = 2\%}$

erro relativo percentual

→ O erro relativo (ou erro médio), também, pode ser definido como sendo a razão entre o erro absoluto e o valor verdadeiro.

Voltando à fórmula do erro relativo: $E_{rel} = dy/y$

→ utilizando a definição acima, vemos que, para este caso, o erro absoluto é o próprio dy, ou seja:

$\boxed{E_{abs} = 0{,}96}$

5) e) $y = tg\,u$; $u = x^2$ $\Rightarrow y = tg(x^2)$

Derivar 1º a função + externa e depois as + internas.

$\frac{dy}{dx} = \frac{d(tg(x^2))}{dx} = sec^2(x^2) \cdot 2x \Rightarrow \boxed{\frac{dy}{dx} = (2x)(sec^2(x^2))}$ //

↳ derivou 1º tg, copiando seu argumento, depois derivou seu argumento.

6) n) $h(w) = \frac{cos(4w)}{1 - sen(4w)}$ } Para resolver, utilizaremos a regra do quociente e da regra da cadeia.

$\left(\frac{cos(4w)}{1 - sen(4w)}\right)' = \frac{-4sen(4w)(1 - sen(4w)) - [(cos(4w)(-4cos(4x))]}{(1 - sen(4w))^2}$

Realizando as multiplicações:

$= \frac{-4sen(4w) + 4sen^2(4w) + 4cos^2(4w)}{(1 - sen(4w))^2} \Rightarrow$

→ colocando $-4sen(4w)$ em evidência, temos:

$\boxed{h'(w) = \frac{-4sen(4w)(1 - sen(4w)) + 4cos^2(4w)}{[(1 - sen(4w)]^2}}$ //

7) d) $f(x) = \sqrt[5]{10x + 7}$ → reescrevendo: $f(x) = (10x + 7)^{1/5}$

$f'(x) = \frac{1}{5}(10x + 7)^{\frac{1}{5} - \frac{5}{5}} \cdot 10 = \frac{10}{5}(10x + 7)^{-4/5} \Rightarrow$

$\boxed{y'(x) = 2(10x + 7)^{-4/5} \text{ ou } y'(x) = \frac{2}{(10x + 7)^{4/5}}}$ // } Formas ≠ de se representar a mesma função.

Sendo $y'(x) = 2(10x + 7)^{-4/5} \Rightarrow y''(x) = -\frac{4}{5} \cdot 2(10x + 7)^{-\frac{4}{5} - \frac{5}{5}} \cdot 10$

$= -\frac{8}{5}(10x + 7)^{-\frac{9}{5}} \cdot 10 \Rightarrow -\frac{8}{\cancel{5}} \cdot \cancel{10}^{2}(10x + 7)^{-\frac{9}{5}} \Rightarrow -16(10x + 7)^{-\frac{9}{5}}$

$\Rightarrow \boxed{y''(x) = \frac{-16}{(10x + 7)^{\frac{9}{5}}}}$ //

8) c) $2x^3 + x^2y + y^3 = 1$

↳ diferenciação implícita → neste caso, multiplico os dois lados da igualdade por $\frac{dy}{dx}$ e utilizo as técnicas de derivação, ou seja:

$$\frac{d}{dx}(2x^3 + x^2y + y^3) = \frac{d}{dx}(1) \to 0 \Rightarrow \frac{d}{dx}(2x^3) + \frac{d}{dx}(x^2y) + \frac{d}{dx}(y^3) = 0$$

notação de derivada

$$\Rightarrow 6x^2 + 2xy + x^2y' + 3y^2y' = 0$$

↳ colocando y' em evidência, temos:

$$6x^2 + 2xy + y'(x^2 + 3y^2) = 0 \Rightarrow y'(x^2 + 3y^2) = -6x^2 - 2xy$$

$$\Rightarrow \boxed{y' = \frac{-6x^2 - 2xy}{x^2 + 3y^2}} \quad //$$

9) e) $\operatorname{sen} y + y = x$

$$\frac{d}{dx}(\operatorname{sen} y + y) = \frac{d}{dx}(x) \Rightarrow \frac{d}{dx}(\operatorname{sen} y) + \frac{dy}{dx} = 1 \Rightarrow \cos y \cdot \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} = 1$$

Reescrevendo $\frac{dy}{dx}$ como y', temos:

$$\cos y \cdot y' + y' = 1 \Rightarrow y'(\cos y + 1) = 1 \Rightarrow \boxed{y' = \frac{1}{\cos(y) + 1}}$$

Para encontrarmos y'', deriva-se a função y' como usualmente. Isso, porque, ao contrário de $\operatorname{sen} y + y = x$, para $y' = 1/\cos(y) + 1$, conseguimos isolar as variáveis da função, logo não é necessário recorrer à derivação implícita.

Reescrevendo $y' = 1 \cdot (\cos y + 1)^{-1}$, como a função está escrita em função de y, derivo em relação a y, ou seja:

derivada de y na base $y = 1$

$$y'' = (-1)1 \cdot (\cos y + 1)^{-1-1} \cdot (-\operatorname{sen} y) \cdot 1$$

$$y'' = (-1) \cdot 1 \cdot (\cos y + 1)^{-2}(-\operatorname{sen} y) \to \boxed{y'' = \frac{\operatorname{sen} y}{(\cos y + 1)^2}} \quad //$$

10)c) $e^y - e^{-y} = 2x \Rightarrow \frac{d}{dx}(e^y - e^{-y}) = \frac{d}{dx}(2x) \Rightarrow \frac{d}{dx}(e^y) - \frac{d}{dx}(e^{-y}) = 2$

$e^y \cdot y' - e^{-y} \cdot (-y') = 2 \Rightarrow e^y y' + e^{-y} \cdot y' = 2 \Rightarrow y'(e^y + e^{-y}) = 2$

mas: $e^{-y} = \frac{1}{e^y} \Rightarrow y'\left(e^y + \frac{1}{e^y}\right) = 2 \Rightarrow y'\left(\frac{e^{y+y}+1}{e^y}\right) = 2$

$\Rightarrow y'\left(\frac{e^{2y}+1}{e^y}\right) = 2 \Rightarrow \boxed{y' = \frac{2e^y}{e^{2y}+1} \quad \text{ou: } \frac{2}{e^{-y}(e^{2y}+1)}}$ //

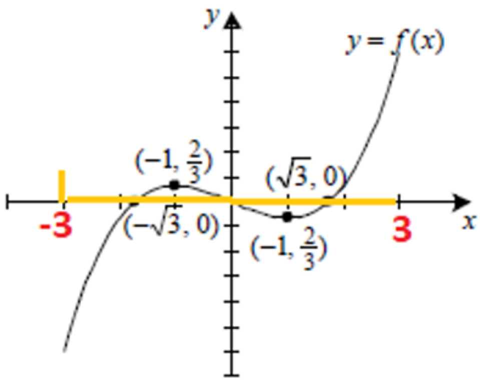
11) Extremo ⇒ pode ser tanto mínimo quanto máximo.

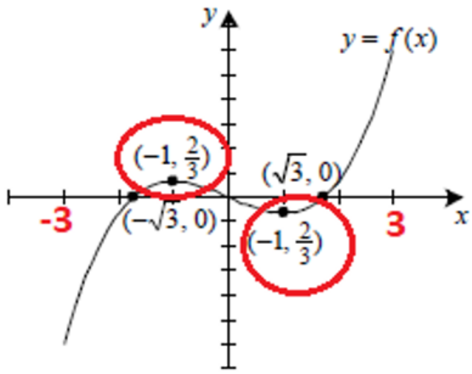
notações de intervalo:

* Fechado (os valores que delimitam o intervalo pertencem ao intervalo ⇒ notação: [ ]
* Aberto: ( ) ou] [
* semi-aberto/fechado ⇒ ( ]

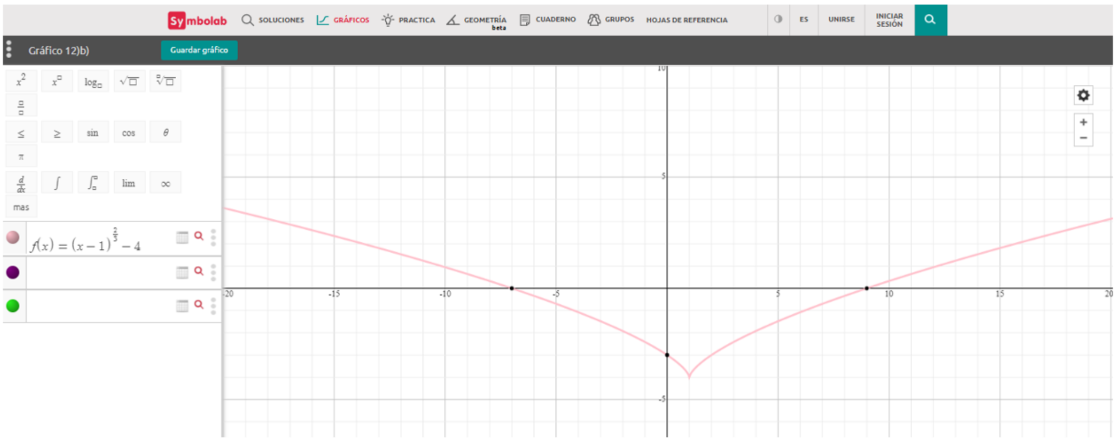
a) i) [-3, 3) ⇒ olho no gráfico quais serão os extremos da função para todos os valores de x entre -3 (inclusive ele) e 3 (esse valor delimita o intervalo, mas não pertence a ele).

11)a) i) [-3,3)→ esse intervalo esta delimitado pela reta em amarelo. Vemos que nesse intervalo, temos extremos em: x=-1 e x=1 (circulo vermelho). O gráfico está um pouco desformatado. Sugestão: contar, mesmo, usando a escala do eixo x, pra ver qual valor de x temos pra esse máximo.

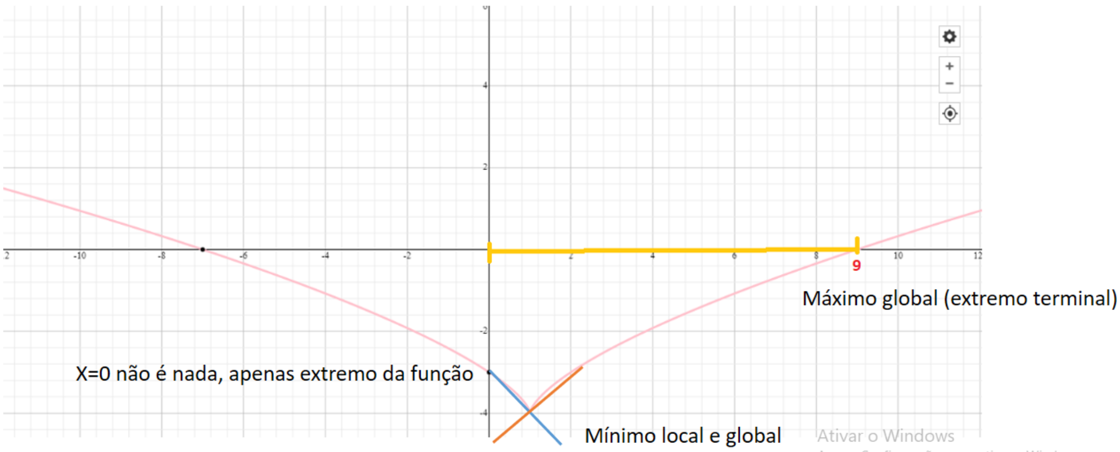




12)b)



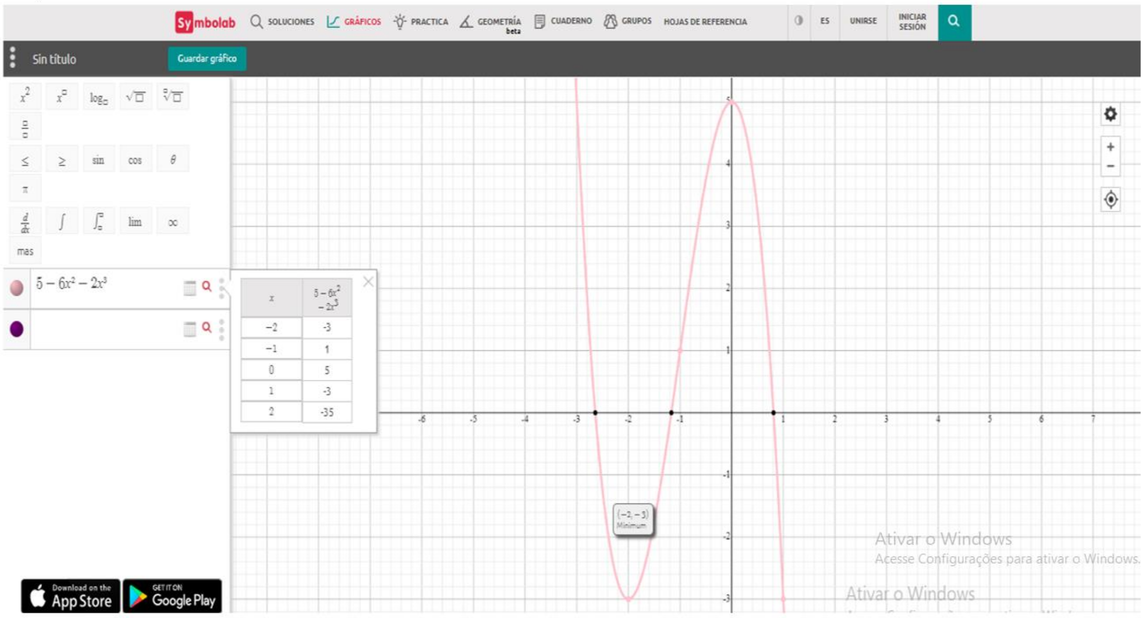
12)b)i) [0,9] → pelo gráfico, para esse intervalo, temos extremos em: x=1, x=9 e x=1, pois contamos os extremos do intervalo e devemos analisar agora é o que acontece com esses pontos



Observações:

- Em 1 f´(x) não vai existir, pois em f(x) tem um bico e nesse caso derivadas no ponto 1 diferentes (para ser ponto crítico é necessário que f´(x)=0 ou não existir)
- Para termos pontos de máximo ou mínimo, precisamos localizar os pontos críticos e para isso ou f´(x)=0 ou f´(x) não existe, mas quando lidamos com intervalos fechados é necessário, além disso, analisarmos os valores dos pontos dos extremos do intervalo na função. E aí verificamos se temos máximos e mínimos locais ou globais
- Se o intervalo for aberto, não consideramos os pontos do extremo do intervalo e aí só conta os pontos críticos
- A derivada no ponto x=1 não vai existir, mas na função ela pode ser ponto de máximo ou mínimo
- Com o gráfico, é fácil de visualizar que x=0 não é nem máximo e nem mínimo, x=1 é mínimo local e global e x=9 é máximo global (extremo terminal), x=9 não é minimo local, pois faz parte do extremo do intervalo.
- Mas se o gráfico não tivesse sido plotado, para checar o que acontece nesses pontos, teria-se que substituir esses valores na função f(x) e ver o resultado numérico e por comparação concluir o que concluimos com o gráfico. Como? Pega a função, deriva e iguala a 0 e/ou verifica o pto onde não exista derivada(verifique se é intervalo aberto ou fechado) assim, são obtidos os valores extremos, os jogo na função e depois os analiso. Sim, deriva, iguala a zero e/ou verifica o pto onde não exista derivada, verifique se é intervalo aberto ou fechado

13)a



13) a) $f(x) = 5 - 6x^2 - 2x^3$; $[0,9]$

1°) encontro os pontos críticos derivando e igualando a zero:

$f'(x) = -12x - 6x^2 = 0 \; (-1) \Rightarrow 6x^2 + 12x = 0 \Rightarrow 6x(x+2) = 0$

$6x = 0$ ou $x+2 = 0 \Rightarrow \boxed{x=0}$ ou $\boxed{x=-2}$ → pontos críticos.

Como o intervalo é fechado, para encontrar os extremos, além de aplicar na função original os pontos críticos, aplico, também, os extremos do intervalo.

$f(0) = 5$

$f(-2) = 5 - 6(4) - 2(-8) = 5 - 24 + 16 = -3$

Extremos em: $\boxed{x=0}$ e $\boxed{x=-2}$

14) i) $G(x) = \dfrac{2x-3}{x^2-9}$ → derivando pela regra do quociente:

$G'(x) = \dfrac{(2)(x^2-9) - [(2x-3)(2x)]}{(x^2-9)^2} = \dfrac{(2)(x^2-9) - (2x-3)(2x)}{(x^2-9)^2} =$

multiplicando e resolvendo, temos:

$G'(x) = \dfrac{-2x^2+6x-18}{(x^2-9)^2} = 0$

lembrar que: $\dfrac{f(x)}{g(x)} = 0 \Rightarrow f(x) = 0$

Então, fica: $-2x^2+6x-18 = 0$ → Resolvendo por Bhaskara, obtemos: $\boxed{x' = \frac{3}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}}$ $\boxed{x'' = \frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}}$

como $G'(x) \nexists$ nos reais, não há pontos extremos.

14) d) $f(x) = 4x^2 - 3x + 2$

$f'(x) = 8x - 3 \Rightarrow f'(x) = 0 \Rightarrow 8x - 3 = 0 \Rightarrow \boxed{x = \frac{3}{8}}$ //

↳ ponto crítico

15) b) $f(x) = x^{2/3} \Rightarrow f'(x) = \frac{2}{3} x^{\frac{2}{3} - \frac{3}{3}} = \frac{2}{3} x^{-1/3}$

Igualando $f'(x)$ a 0, temos: $\frac{2}{3} x^{-1/3} = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$

Substituindo em $f(x)$, vejo que: $(0,0)$ é um ponto de mínimo.

17) A-

Encontrar utilizando o critério da primeira derivada | Mostrar passos

Pontos extremos de $2x^2-7x+3$: Mínimo$\left(\frac{7}{4},\ -\frac{25}{8}\right)$

Passos

Definição do critério da primeira derivada — *Ocultar definição*

Suponha que $x=c$ é um ponto crítico de $f(x)$ então,
Se $f'(x)>0$ à esquerda de $x=c$ e $f'(x)<0$ à direita de $x=c$ então $x=c$ é um máximo local
Se $f'(x)<0$ à esquerda de $x=c$ e $f'(x)>0$ à direita de $x=c$ então $x=c$ é um mínimo local.
Se $f'(x)$ possui o mesmo sinal em ambos os lados de $x=c$ então $x=c$ não é nem um máximo local nem um mínimo local.

Encontrar os pontos críticos: $x=\frac{7}{4}$ — *Mostrar passos*

Definição de ponto crítico — *Ocultar definição*

Os pontos críticos são pontos onde a função é definida e sua derivada é zero ou indefinida

Encontrar onde $f'(x)$ é igual a zero ou é indefinido — *Mostrar passos*

$f'(x)=4x-7$ — *Mostrar passos*

Resolver $4x-7=0$: $x=\frac{7}{4}$ — *Mostrar passos*

$x=\frac{7}{4}$

$x=\frac{7}{4}$

Domínio de $2x^2-7x+3:\quad -\infty<x<\infty$ *Mostrar passos*

Definição de domínio *Ocultar definição*

O domínio de uma função é o conjunto de entradas para os quais a função é real e definida

A função não tem pontos indefinidos nem restrições de domínio. Portanto, o domínio é $-\infty<x<\infty$

Combinar o(s) ponto(s) crítico(s): $x=\frac{7}{4}$ com o domínio

Os intervalos monótonos da função são:

$-\infty<x<\frac{7}{4},\ \frac{7}{4}<x<\infty$

Verificar o sinal de $f'(x)=4x-7$ em cada intervalo da função monotônica *Mostrar passos*

Verificar o sinal de $4x-7$ em $-\infty<x<\frac{7}{4}$: Negativo *Mostrar passos*

Verificar o sinal de $4x-7$ em $\frac{7}{4}<x<\infty$: Positivo *Mostrar passos*

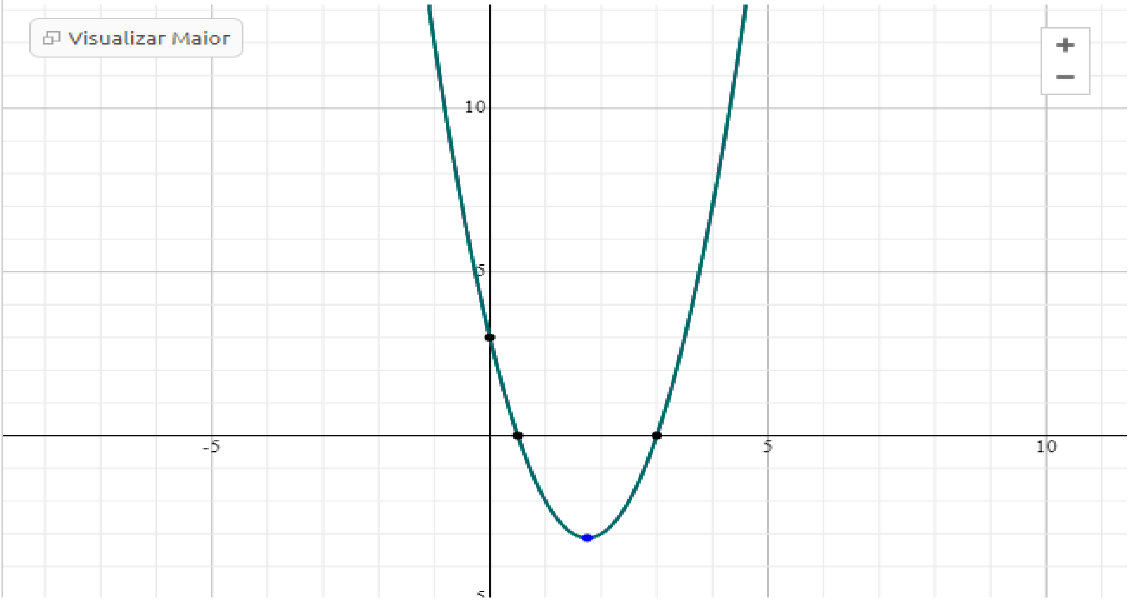
Resumo do comportamento dos intervalos das funções monotônicas

	$-\infty<x<\frac{7}{4}$	$x=\frac{7}{4}$	$\frac{7}{4}<x<\infty$
Sinal	$-$	0	$+$
Comportamento	Decrescente	Mínimo	Crescente

Substituir o ponto extremo $x=\frac{7}{4}$ em $2x^2-7x+3\quad\Rightarrow\quad y=-\frac{25}{8}$

Mínimo$\left(\frac{7}{4},\ -\frac{25}{8}\right)$

Plotar o gráfico: $2x^2-7x+3$ *« Ocultar gráfico*



18) A-

Encontrar utilizando o critério da primeira derivada | Mostrar passos

Pontos extremos de x^3+1: Ponto de sela $(0, 1)$

Passos

Definição do critério da primeira derivada *Ocultar definição*

Suponha que $x=c$ é um ponto crítico de $f(x)$ então,
Se $f'(x)>0$ à esquerda de $x=c$ e $f'(x)<0$ à direita de $x=c$ então $x=c$ é um máximo local
Se $f'(x)<0$ à esquerda de $x=c$ e $f'(x)>0$ à direita de $x=c$ então $x=c$ é um mínimo local.
Se $f'(x)$ possui o mesmo sinal em ambos os lados de $x=c$ então $x=c$
não é nem um máximo local nem um mínimo local.

Encontrar os pontos críticos: $x=0$ *Mostrar passos*

Definição de ponto crítico *Ocultar definição*

Os pontos críticos são pontos onde a função é definida e sua derivada é zero ou indefinida

Encontrar onde $f'(x)$ é igual a zero ou é indefinido *Mostrar passos*

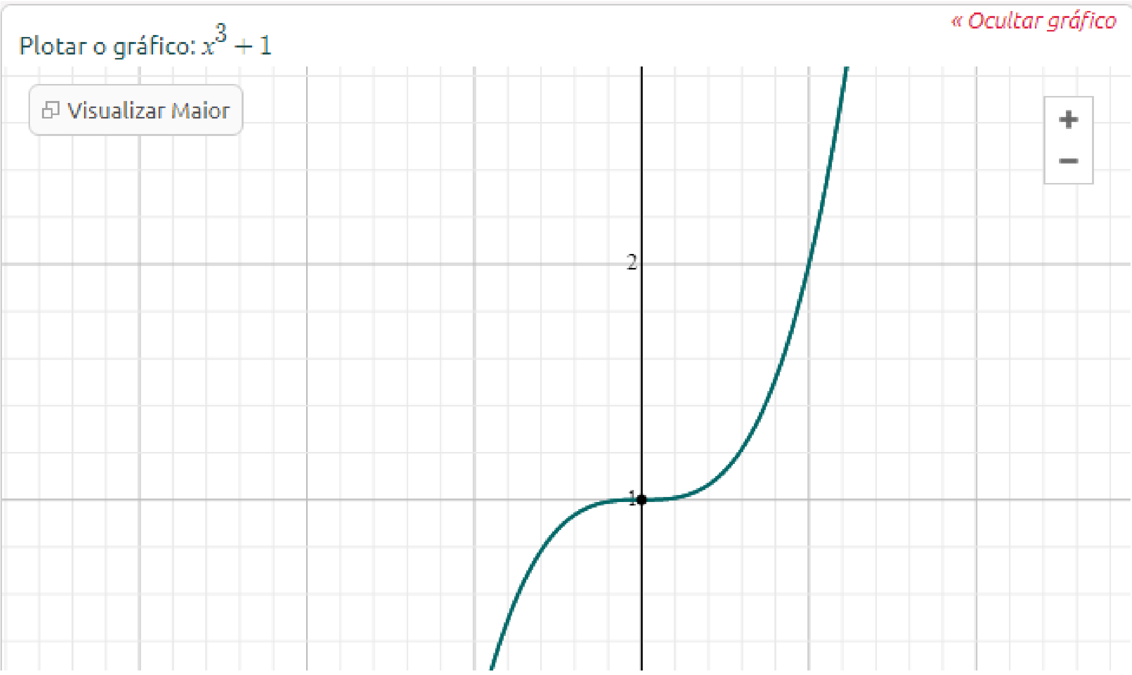
$f'(x)=3x^2$ *Mostrar passos*

Resolver $3x^2=0$: $x=0$ *Mostrar passos*

$x=0$

$x=0$

B)



C)

Identificar pontos críticos que não estejam no domínio de $f(x)$

Domínio de x^3+1 : $-\infty < x < \infty$

Mostrar passos

Definição de domínio

Ocultar definição

O domínio de uma função é o conjunto de entradas para os quais a função é real e definida

A função não tem pontos indefinidos nem restrições de domínio. Portanto, o domínio é

$-\infty < x < \infty$

Todos os pontos críticos estão no domínio

$x = 0$

Domínio de x^3+1 : $-\infty < x < \infty$

Mostrar passos

Definição de domínio

Ocultar definição

O domínio de uma função é o conjunto de entradas para os quais a função é real e definida

A função não tem pontos indefinidos nem restrições de domínio. Portanto, o domínio é

$-\infty < x < \infty$

Combinar o(s) ponto(s) crítico(s): $x = 0$ com o domínio

Os intervalos monótonos da função são:

$-\infty < x < 0, 0 < x < \infty$

Verificar o sinal de $f'(x) = 3x^2$ em cada intervalo da função monotônica

Mostrar passos

Verificar o sinal de $3x^2$ em $-\infty < x < 0$: Positivo

Mostrar passos

Verificar o sinal de $3x^2$ em $0 < x < \infty$: Positivo

Mostrar passos

Resumo do comportamento dos intervalos das funções monotônicas

	$-\infty < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < \infty$
Sinal	$+$	0	$+$
Comportamento	Crescente	Ponto de sela	Crescente

Substituir o ponto extremo $x = 0$ em $x^3+1 \quad \Rightarrow \quad y = 1$

Ponto de sela $(0, 1)$

19)

Lista IV

19a) $f(x) = 3x^2 + x - 4$

$(3 \cdot 5^2 + 5 - 4) - (3 + 1 - 4) = f'(c)(5-1)$

$(75 + 1) - 0 = f'(c)(4)$

$76 = f'(c)4$

$f'(c) = \frac{76}{4} = 19$

$c = 3$

$f'(x) = 6x + 1 = 19$

$6x = 18 \therefore x = 3$

20)

Lista IV

20-) $f(x) = 5 + 3(x-1)^{2/3}$

$f(x) = 5 + (3x-3)^{2/3}$

$f(x) = 5 + \sqrt[3]{9x^2 - 18x + 9}$

p/ $f(0) = f(x) = 5 + \sqrt[3]{9}$

p/ $f(2) = 5 + \sqrt[3]{36 - 36 + 9} = 5\sqrt[3]{9}$ iguais.

intervalo $(-1, 1)$

$f'(x) = \frac{2}{3}(3x-3)^{-1/3} = \frac{2}{(x-1)^{1/3}}$

p/ $f'(x)$ NE: $x = -1$

p/ $f(c) = 0$ não existe pois há constante no denominador.

21)

21-) $f(4) - f(-1) = f'(c)[4-(-1)]$

$1 - (-4) = f'(c)5$

$5 = f'(c)5$

$f'(c) = 1$.

$f'(x) = 4x^{-1} = \frac{-4}{x^2} = 1$

$x^2 = -4$

não existe, pois não existe raiz quadrática de nº neg.

22)

23) A-

Encontrar utilizando o critério da primeira derivada

Mostrar passos

Pontos extremos de $2x^3+x^2-20x+1$: Máximo$(-2, 29)$, Mínimo$\left(\frac{5}{3}, -\frac{548}{27}\right)$

Passos

Definição do critério da primeira derivada

Ocultar definição

Suponha que $x=c$ é um ponto crítico de $f(x)$ então,
Se $f'(x)>0$ à esquerda de $x=c$ e $f'(x)<0$ à direita de $x=c$ então $x=c$ é um máximo local
Se $f'(x)<0$ à esquerda de $x=c$ e $f'(x)>0$ à direita de $x=c$ então $x=c$ é um mínimo local.
Se $f'(x)$ possui o mesmo sinal em ambos os lados de $x=c$ então $x=c$ não é nem um máximo local nem um mínimo local.

Encontrar os pontos críticos: $x=-2, x=\frac{5}{3}$

Mostrar passos

Domínio de $2x^3+x^2-20x+1$: $-\infty<x<\infty$

Mostrar passos

Combinar o(s) ponto(s) crítico(s): $x=-2, x=\frac{5}{3}$ com o domínio

---

Os intervalos monótonos da função são:

$-\infty<x<-2,\ -2<x<\frac{5}{3},\ \frac{5}{3}<x<\infty$

Mostrar passos

Verificar o sinal de $f'(x)=6x^2+2x-20$ em cada intervalo da função monotônica

Mostrar passos

Verificar o sinal de $f'(x)=6x^2+2x-20$ em cada intervalo da função monotônica

Resumo do comportamento dos intervalos das funções monotônicas

$-\infty<x<-2$	$x=-2$	$-2<x<\frac{5}{3}$	$x=\frac{5}{3}$	$\frac{5}{3}<x<\infty$
$+$	0	$-$	0	$+$
Crescente	Máximo	Decrescente	Mínimo	Crescente

Substituir o ponto extremo $x=-2$ em $2x^3+x^2-20x+1 \Rightarrow y=29$

Máximo$(-2, 29)$

Substituir o ponto extremo $x=\frac{5}{3}$ em $2x^3+x^2-20x+1 \Rightarrow y=-\frac{548}{27}$

Mínimo$\left(\frac{5}{3}, -\frac{548}{27}\right)$

Máximo$(-2, 29)$, Mínimo$\left(\frac{5}{3}, -\frac{548}{27}\right)$

24) A-

24-) a) $f(x) = \cos x + \operatorname{sen} x \quad [0, 2\pi]$

$f'(x) = -\operatorname{sen} x + \cos x$

p/ $f'(x) = 0 \quad -\operatorname{sen} x + \cos x = 0$

$\operatorname{sen} x = \cos x \quad \pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$

p/ $f(0) = \cos 0 + \operatorname{sen} 0 = 1 + 0 = 1$

p/ $f(2\pi) = 1$

$+\frac{2\sqrt{2}}{2}$ 0 0 $-\frac{2\sqrt{2}}{2}$ $1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ 0

	$(0, \pi/4)$	$(\pi/4, 3\pi/4)$	$(3\pi/4, 5\pi/4)$	$(5\pi/4, 7\pi/4)$	$7\pi/4, 2\pi$
$f'(x)$	<0	<0	<0	>0	>0
$f(x)$	D	D	D	C	C

$f''(x) = -\cos x - \operatorname{sen} x > 0$

25) A-

Mostrar passos

Pontos extremos de $\sqrt[3]{-9x+x^3}$: Ponto de sela$(-3, 0)$, Máximo$\left(-\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}\sqrt{3}\right)$, Ponto de sela$(0, 0)$, Mínimo$\left(\sqrt{3}, -\sqrt[3]{2}\sqrt{3}\right)$, Ponto de sela$(3, 0)$

Passos

Definição do critério da primeira derivada *Ocultar definição*

Suponha que $x = c$ é um ponto crítico de $f(x)$ então,
Se $f'(x) > 0$ à esquerda de $x = c$ e $f'(x) < 0$ à direita de $x = c$ então $x = c$ é um máximo local
Se $f'(x) < 0$ à esquerda de $x = c$ e $f'(x) > 0$ à direita de $x = c$ então $x = c$ é um mínimo local.
Se $f'(x)$ possui o mesmo sinal em ambos os lados de $x = c$ então $x = c$ não é nem um máximo local nem um mínimo local.

Encontrar os pontos críticos: $x = -3, x = -\sqrt{3}, x = 0, x = \sqrt{3}, x = 3$ *Mostrar passos*

Domínio de $\sqrt[3]{-9x+x^3}$: $-\infty < x < \infty$ *Mostrar passos*

Combinar o(s) ponto(s) crítico(s): $x = -3, x = -\sqrt{3}, x = 0, x = \sqrt{3}, x = 3$ com o domínio

Os intervalos monótonos da função são:

$-\infty < x < -3,\ -3 < x < -\sqrt{3},\ -\sqrt{3} < x < 0, 0 < x < \sqrt{3}, \sqrt{3} < x < 3, 3 < x < \infty$

Verificar o sinal de $f'(x) = \frac{-3+x^2}{(-9x+x^3)^{\frac{2}{3}}}$ em cada intervalo da função monotônica *Mostrar passos*

Resumo do comportamento dos intervalos das funções monotônicas

$-3 < x < -\sqrt{3}$	$x = -\sqrt{3}$	$-\sqrt{3} < x < 0$	$x = 0$	$0 < x < \sqrt{3}$
$+$	0	$-$	NA	$-$
Crescente	Máximo	Decrescente	Ponto de sela	Decrescente

Substituir o ponto extremo $x = -3$ em $\sqrt[3]{-9x + x^3} \quad \Rightarrow \quad y = 0$

Ponto de sela$(-3, 0)$

Substituir o ponto extremo $x = -\sqrt{3}$ em $\sqrt[3]{-9x + x^3} \quad \Rightarrow \quad y = \sqrt[3]{2}\sqrt{3}$

Máximo$\left(-\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}\sqrt{3}\right)$

Substituir o ponto extremo $x = 0$ em $\sqrt[3]{-9x + x^3} \quad \Rightarrow \quad y = 0$

Ponto de sela$(0, 0)$

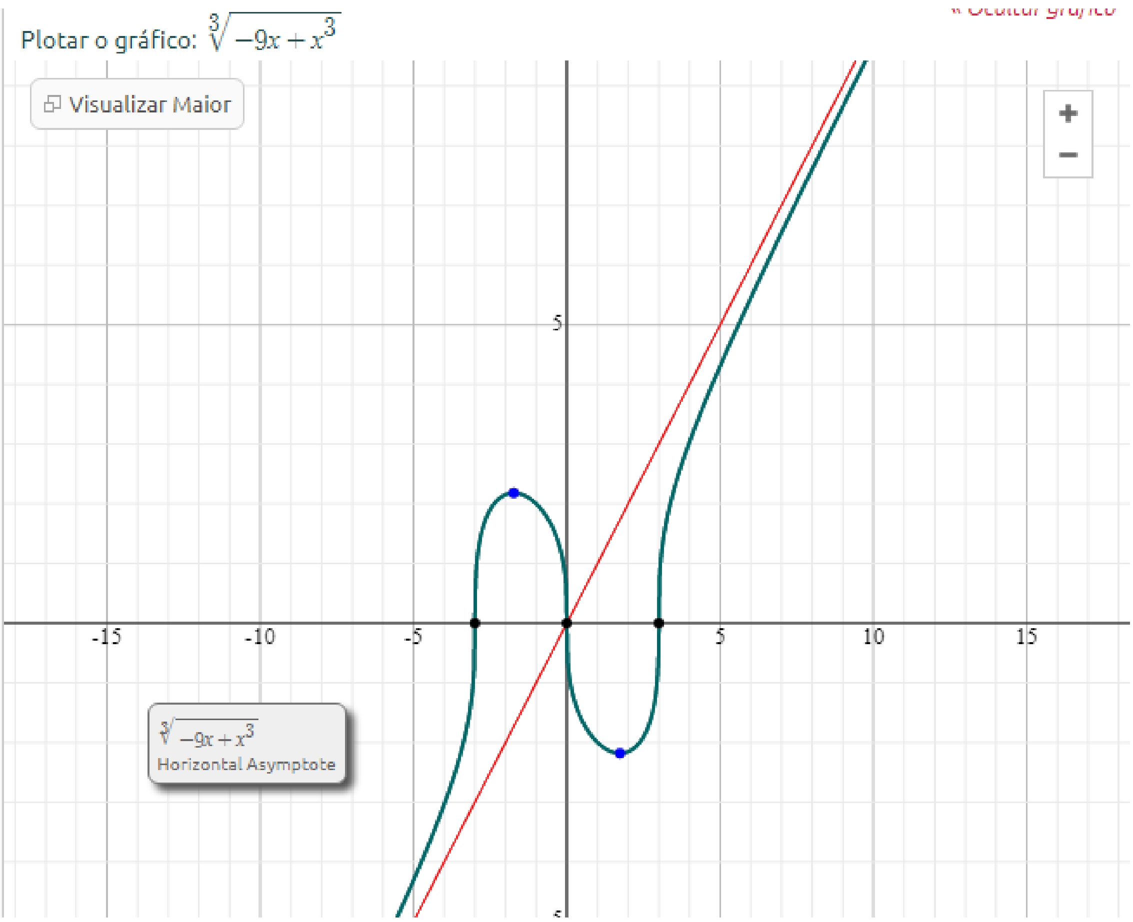
Substituir o ponto extremo $x = \sqrt{3}$ em $\sqrt[3]{-9x + x^3} \quad \Rightarrow \quad y = -\sqrt[3]{2}\sqrt{3}$

Mínimo$\left(\sqrt{3}, -\sqrt[3]{2}\sqrt{3}\right)$

Substituir o ponto extremo $x = 3$ em $\sqrt[3]{-9x + x^3} \quad \Rightarrow \quad y = 0$

Ponto de sela$(3, 0)$

Ponto de sela$(-3, 0)$, Máximo$\left(-\sqrt{3}, \sqrt[3]{2}\sqrt{3}\right)$, Ponto de sela$(0, 0)$, Mínimo $\left(\sqrt{3}, -\sqrt[3]{2}\sqrt{3}\right)$, Ponto de sela$(3, 0)$



« Ocultar gráfico
Plotar o gráfico: $\sqrt[3]{-9x+x^3}$
Visualizar Maior
+
−
5
-15
-10
-5
5
10
15
$\sqrt[3]{-9x+x^3}$
Horizontal Asymptote

27) A-

Encontrar utilizando o critério da segunda derivada | Mostrar passos

Pontos extremos de $5-6x^2-2x^3$: Mínimo$(-2, -3)$, Máximo$(0, 5)$

Passos

Definição do critério da segunda derivada — *Ocultar definição*

Suponha que $x=c$ é um ponto crítico de $f'(c)$ tal que $f'(c)=0$
e que $f''(x)$ é contínuo em uma regiãoao redor de $x=c$. Então,
Se $f''(c)<0$ então $x=c$ é um máximo local.
Se $f''(c)>0$ então $x=c$ é um mínimo local.
Se $f''(c)=0$ então o teste falhou e $x=c$
pode ser um máximo local, mínimo local ou nenhum dos dois .

Encontrar os pontos críticos: $x=-2, x=0$ — *Mostrar passos*

Definição de ponto crítico — *Ocultar definição*

Os pontos críticos são pontos onde a função é definida e sua derivada é zero ou indefinida

Encontrar onde $f'(x)$ é igual a zero ou é indefinido — *Mostrar passos*

$x=-2, x=0$

Identificar pontos críticos que não estejam no domínio de $f(x)$

Domínio de $5-6x^2-2x^3$: $-\infty<x<\infty$ — *Mostrar passos*

Definição de domínio — *Ocultar definição*

O domínio de uma função é o conjunto de entradas para os quais a função é real e definida

A função não tem pontos indefinidos nem restrições de domínio. Portanto, o domínio é

$-\infty<x<\infty$

Todos os pontos críticos estão no domínio

$x=-2, x=0$

$f''(x)=-12x-12$ — *Mostrar passos*

Verificar o sinal de $f''(x)=-12x-12$ em cada ponto crítico

Verificar o ponto crítico $x=-2$: Mínimo$(-2, -3)$ — *Mostrar passos*

Verificar o sinal de $-12x-12$ em $x=-2$: Positivo — *Mostrar passos*

Portanto, o ponto extremo é Mínimo

Substituir o ponto extremo $x=-2$ em $5-6x^2-2x^3 \Rightarrow y=-3$

Mínimo$(-2, -3)$

Verificar o ponto crítico $x=0$: Máximo$(0, 5)$ — *Mostrar passos*

Verificar o ponto crítico $x=0$: Máximo$(0,5)$ *Mostrar passos*

Verificar o sinal de $-12x-12$ em $x=0$: Negativo *Mostrar passos*

Portanto, o ponto extremo é Máximo

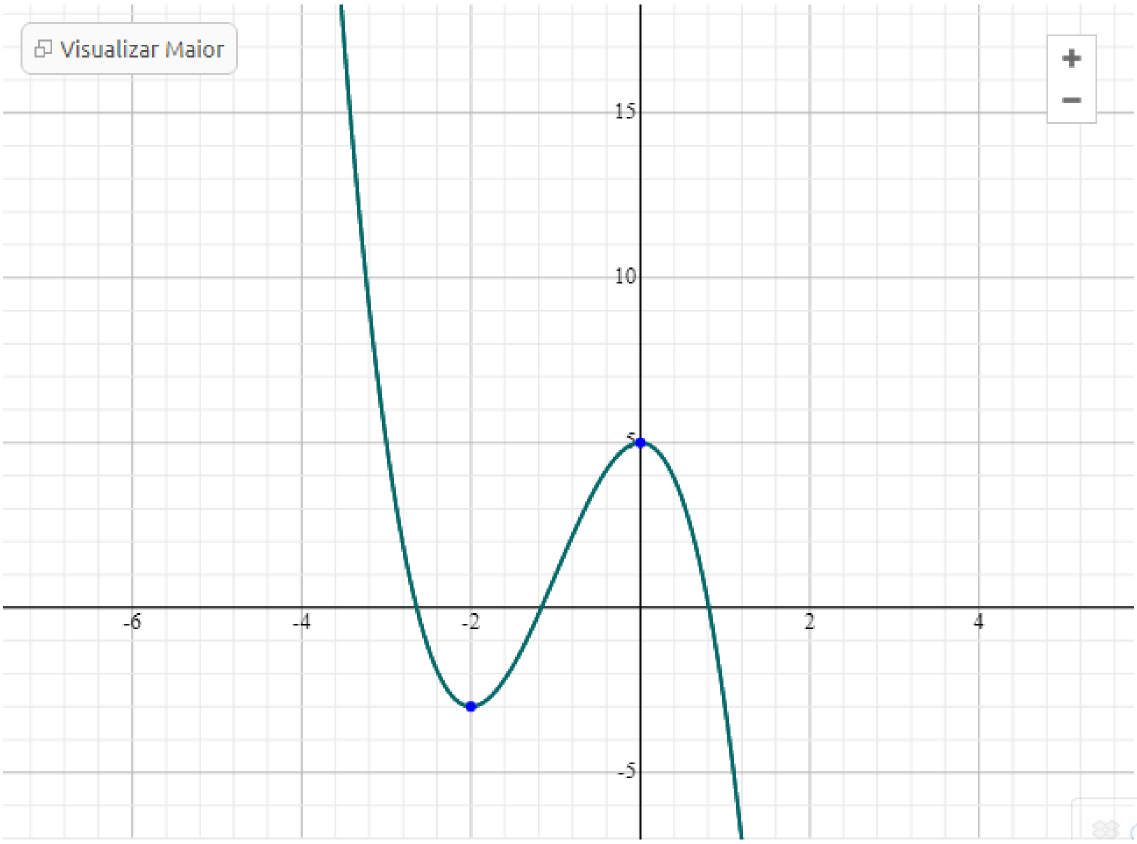
Substituir o ponto extremo $x=0$ em $5-6x^2-2x^3 \Rightarrow y=5$

Máximo$(0,5)$

Mínimo$(-2,-3)$, Máximo$(0,5)$

« Ocultar gráfico

Plotar o gráfico: $5-6x^2-2x^3$



30) A-

Mostrar passos

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{2x-5}{x+3}\right)=-\frac{22}{(x+3)^3}$$

Passos

$$\frac{d^2}{dx^2}\left(\frac{2x-5}{x+3}\right)$$

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2x-5}{x+3}\right)=\frac{11}{(x+3)^2}$$

Mostrar passos

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{2x-5}{x+3}\right)$$

Aplicar a regra do quociente: $\left(\frac{f}{g}\right)'=\frac{f'\cdot g-g'\cdot f}{g^2}$

$$=\frac{\frac{d}{dx}(2x-5)(x+3)-\frac{d}{dx}(x+3)(2x-5)}{(x+3)^2}$$

$$\frac{d}{dx}(2x-5)=2$$

Mostrar passos

$$\frac{d}{dx}(x+3)=1$$

Mostrar passos

$$=\frac{2(x+3)-1\cdot(2x-5)}{(x+3)^2}$$

Simplificar $\frac{2(x+3)-1\cdot(2x-5)}{(x+3)^2}$: $\frac{11}{(x+3)^2}$ *Mostrar passos*

$= \frac{11}{(x+3)^2}$

$= \frac{d}{dx}\left(\frac{11}{(x+3)^2}\right)$

$\frac{d}{dx}\left(\frac{11}{(x+3)^2}\right) = -\frac{22}{(x+3)^3}$ *Mostrar passos*

$\frac{d}{dx}\left(\frac{11}{(x+3)^2}\right)$

Retirar a constante: $(a\cdot f)' = a\cdot f'$

$= 11\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{(x+3)^2}\right)$

Aplicar as propriedades dos expoentes: $\frac{1}{a} = a^{-1}$

$= 11\frac{d}{dx}\left((x+3)^{-2}\right)$

Aplicar a regra da cadeia: $\frac{df(u)}{dx} = \frac{df}{du}\cdot\frac{du}{dx}$

$u^{-3} = \frac{1}{u^3}$

$= 2 \cdot \frac{1}{u^3}$

Multiplicar frações: $a \cdot \frac{b}{c} = \frac{a \cdot b}{c}$

$= -\frac{1 \cdot 2}{u^3}$

Multiplicar os números: $1 \cdot 2 = 2$

$= -\frac{2}{u^3}$

$= -\frac{2}{u^3}$

$\frac{d}{dx}(x+3) = 1$

Mostrar passos

$= 11\left(-\frac{2}{u^3}\right) \cdot 1$

Substituir na equação $u = (x+3)$

$= 11\left(-\frac{2}{(x+3)^3}\right) \cdot 1$

Simplificar $11\left(-\frac{2}{(x+3)^3}\right)\cdot 1$: $\quad -\frac{22}{(x+3)^3}$

Mostrar passos

$11\left(-\frac{2}{(x+3)^3}\right)\cdot 1$

Remover os parênteses: $(-a)=-a$

$= -11\cdot\frac{2}{(x+3)^3}\cdot 1$

Multiplicar frações: $a\cdot\frac{b}{c}=\frac{a\cdot b}{c}$

$= -1\cdot\frac{2\cdot 11}{(x+3)^3}$

Simplificar

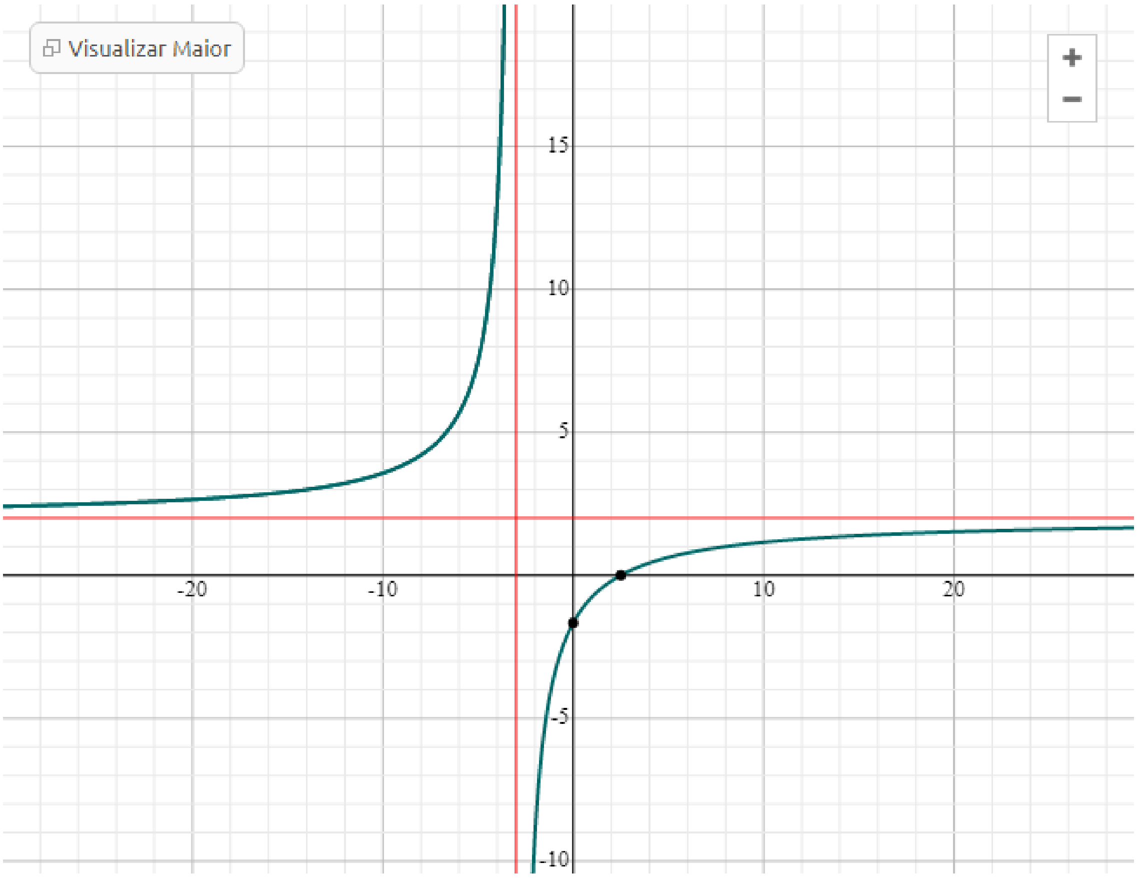
$= -\frac{22}{(x+3)^3}$

$= -\frac{22}{(x+3)^3}$

$= -\frac{22}{(x+3)^3}$

Plotar o gráfico: $\frac{2x-5}{x+3}$

« Ocultar gráfico



31) A-

Encontrar utilizando o critério da segunda derivada | Mostrar passos

Pontos extremos de e^{-x^2+2x}: Máximo $(1, e)$

Passos

Definição do critério da segunda derivada — *Ocultar definição*

Suponha que $x=c$ é um ponto crítico de $f'(c)$ tal que $f'(c)=0$
e que $f''(x)$ é contínuo em uma regiãoao redor de $x=c$. Então,
Se $f''(c)<0$ então $x=c$ é um máximo local.
Se $f''(c)>0$ então $x=c$ é um mínimo local.
Se $f''(c)=0$ então o teste falhou e $x=c$
pode ser um máximo local, mínimo local ou nenhum dos dois .

Encontrar os pontos críticos: $x=1$ — *Mostrar passos*

Definição de ponto crítico — *Ocultar definição*

Os pontos críticos são pontos onde a função é definida e sua derivada é zero ou indefinida

Encontrar onde $f'(x)$ é igual a zero ou é indefinido — *Mostrar passos*

$x=1$

Identificar pontos críticos que não estejam no domínio de $f(x)$

Domínio de e^{-x^2+2x}: $-\infty<x<\infty$ — *Mostrar passos*

Definição de domínio — *Ocultar definição*

O domínio de uma função é o conjunto de entradas para os quais a função é real e definida

A função não tem pontos indefinidos nem restrições de domínio. Portanto, o domínio é

$-\infty < x < \infty$

Todos os pontos críticos estão no domínio

$x = 1$

$f''(x) = 2e^{-x(x-2)}\left(2x^2 - 4x + 1\right)$

Mostrar passos

$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2+2x}(-2x+2)\right)$

Aplicar a regra do produto: $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$

$f = e^{-x^2+2x}, g = -2x+2$

$= \frac{d}{dx}\left(e^{-x^2+2x}\right)(-2x+2) + \frac{d}{dx}(-2x+2)e^{-x^2+2x}$

$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2+2x}\right) = e^{-x^2+2x}(-2x+2)$

Mostrar passos

$\frac{d}{dx}\left(e^{-x^2+2x}\right)$

Aplicar a regra da cadeia: $\frac{df(u)}{dx} = \frac{df}{du} \cdot \frac{du}{dx}$

$f = e^u, \ u = -x^2 + 2x$

$= \frac{d}{du}\left(e^u\right)\frac{d}{dx}\left(-x^2 + 2x\right)$

$\frac{d}{du}\left(e^{u}\right)=e^{u}$ Mostrar passos

$\frac{d}{du}\left(e^{u}\right)$

Aplicar a regra da derivação: $\frac{d}{du}\left(e^{u}\right)=e^{u}$

$=e^{u}$

$\frac{d}{dx}\left(-x^{2}+2x\right)=-2x+2$ Mostrar passos

$\frac{d}{dx}\left(-x^{2}+2x\right)$

Aplicar a regra da soma/diferença: $(f\pm g)'=f'\pm g'$

$=-\frac{d}{dx}\left(x^{2}\right)+\frac{d}{dx}(2x)$

$\frac{d}{dx}\left(x^{2}\right)=2x$ Mostrar passos

$\frac{d}{dx}(2x)=2$ Mostrar passos

$=-2x+2$

$=e^{u}(-2x+2)$

Substituir na equação $u=-x^2+2x$

$=e^{-x^2+2x}(-2x+2)$

$\frac{d}{dx}(-2x+2)=-2$

Mostrar passos

$\frac{d}{dx}(-2x+2)$

Aplicar a regra da soma/diferença: $(f\pm g)'=f'\pm g'$

$=-\frac{d}{dx}(2x)+\frac{d}{dx}(2)$

$\frac{d}{dx}(2x)=2$

Mostrar passos

$\frac{d}{dx}(2)=0$

Mostrar passos

$=-2+0$

Simplificar

$=-2$

$=e^{-x^2+2x}(-2x+2)(-2x+2)+(-2)e^{-x^2+2x}$

Mostrar passos

Fatorar $e^{-x^2+2x}(-2x+2)(-2x+2)+(-2)e^{-x^2+2x}$: $2e^{-x(x-2)}\left(2x^2-4x+1\right)$

$e^{-x^2+2x}(-2x+2)(-2x+2)+(-2)e^{-x^2+2x}$

Aplicar as propriedades dos expoentes: $a^{b+c}=a^b a^c$

$=e^{-x^2}e^{2x}(-2x+2)(-2x+2)+(-2)e^{-x^2}e^{2x}$

Fatorar o termo comum $e^{-x^2}e^{2x}$

$=e^{-x^2}e^{2x}\left((2-2x)^2-2\right)$

Mostrar passos

Fatorar $(-2x+2)^2-2$: $2\left(2x^2-4x+1\right)$

$(2-2x)^2-2$

Mostrar passos

Fatorar $(2-2x)^2$: $4(x-1)^2$

$=4(x-1)^2-2$

Fatorar o termo comum 2

$=2\left(2(x-1)^2-1\right)$

Mostrar passos

Expandir $2(x-1)^2-1$: $2x^2-4x+1$

$2(x-1)^2-1$

$(x-1)^2 = x^2-2x+1$ *Mostrar passos*

$(x-1)^2$

Aplique a fórmula do quadrado perfeito: $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$

$a=x, \; b=1$

$= x^2-2x\cdot 1+1^2$

Simplificar $x^2-2x\cdot 1+1^2$: x^2-2x+1 *Mostrar passos*

$= x^2-2x+1$

$= 2\left(x^2-2x+1\right)-1$

Expandir $2\left(x^2-2x+1\right)$: $2x^2-4x+2$ *Mostrar passos*

$2\left(x^2-2x+1\right)$

Aplicar as regras dos sinais

$+(-a) = -a$

$= 2x^2 - 2 \cdot 2x + 2 \cdot 1$

Simplificar $2x^2 - 2 \cdot 2x + 2 \cdot 1$: $2x^2 - 4x + 2$ *Mostrar passos*

$= 2x^2 - 4x + 2$

$= 2x^2 - 4x + 2 - 1$

Somar/subtrair: $2 - 1 = 1$

$= 2x^2 - 4x + 1$

$= 2(2x^2 - 4x + 1)$

$= 2e^{-x^2}e^{2x}(2x^2 - 4x + 1)$

Simplificar

$= 2e^{-x^2+2x}(2x^2 - 4x + 1)$

$e^{-x^2+2x} = e^{-x(x-2)}$ *Mostrar passos*

e^{-x^2+2x}

Fatorar $-x^2+2x$: $-x(x-2)$ *Mostrar passos*

$-x^2+2x$

Fatorar o termo comum $-x$: $-x(x-2)$ *Mostrar passos*

$-x^2+2x$

Aplicar as propriedades dos expoentes: $a^{b+c}=a^b a^c$

$x^2=xx$

$=-xx+2x$

Fatorar o termo comum $-x$

$=-x(x-2)$

$=-x(x-2)$

$=e^{-x(x-2)}$

$=2e^{-x(x-2)}\left(2x^2-4x+1\right)$

$=2e^{-x(x-2)}\left(2x^2-4x+1\right)$

Verificar o sinal de $f''(x)=2e^{-x(x-2)}\left(2x^2-4x+1\right)$ em cada ponto crítico

Verificar o ponto crítico $x=1$: Máximo$(1, e)$ *Mostrar passos*

Máximo$(1, e)$

Plotar o gráfico: e^{-x^2+2x}