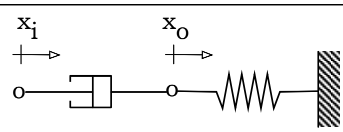
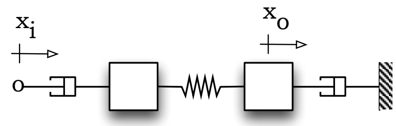
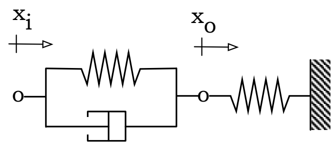
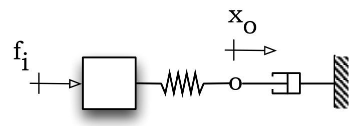
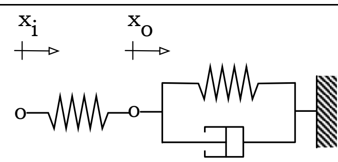
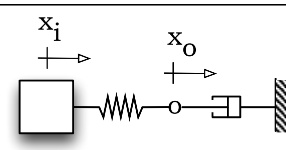
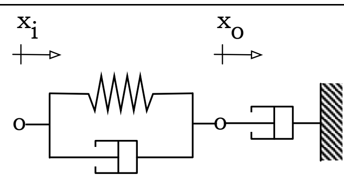
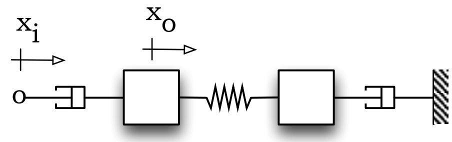
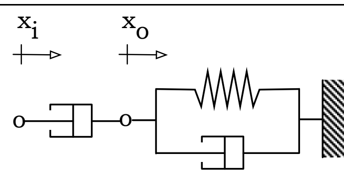
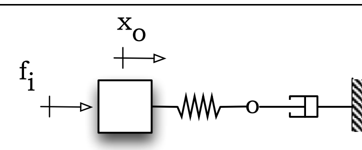
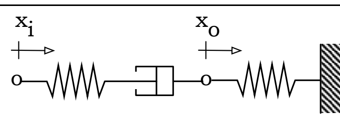
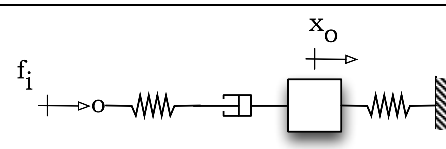
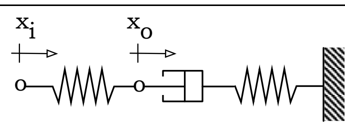
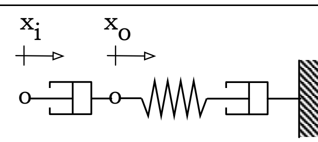
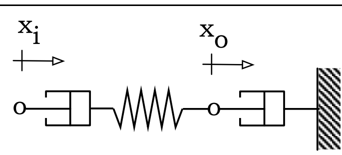
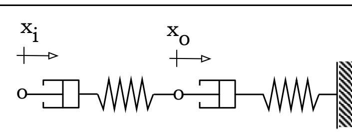
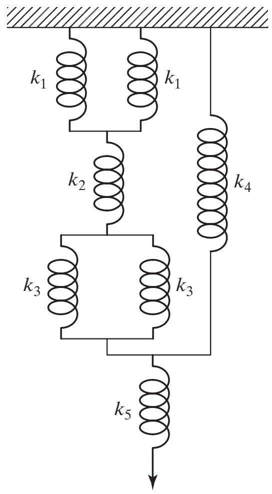
1-) Para os modelos abaixo, detemine as F.T. indicadas (i - input, o - output).

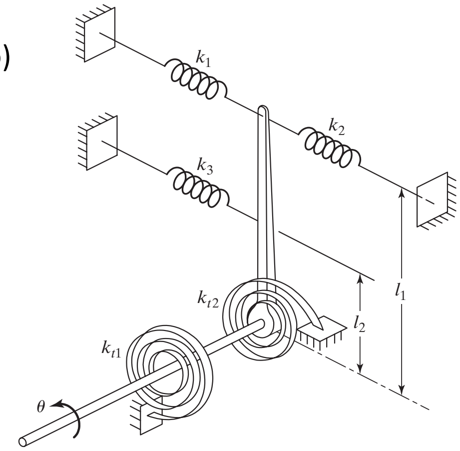
Sistema	**Sistema**
(1) 	(9) 
(2) 	(10) 
(3) 	(11) 
(4) 	(12) 
(5) 	(13) 
(6) 	(14) 
(7) 	(15) 
(8) 	(16) 

2-) Determine as *constantes de mola equivalente* para cada um dos modelos abaixo. Estabeleça hipóteses que julgar necessárias.

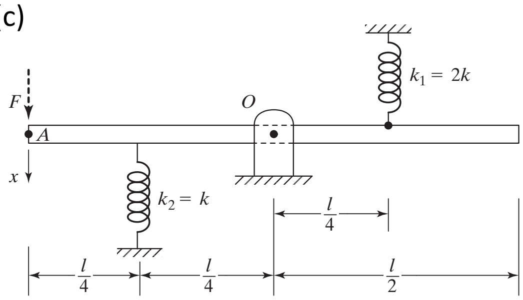
(a)



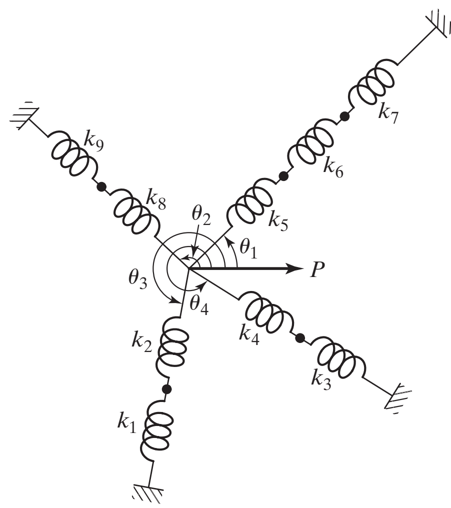
(b)



(c)

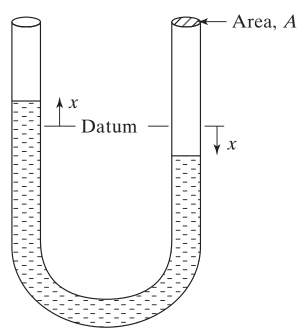


(d)

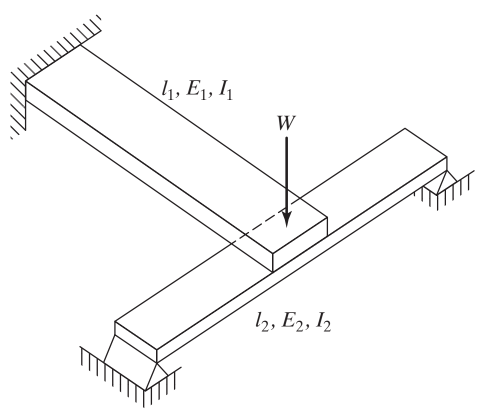


tubo em U
com líquido

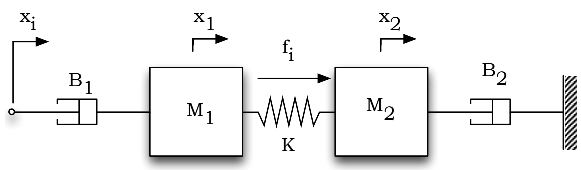
(e)



(f)

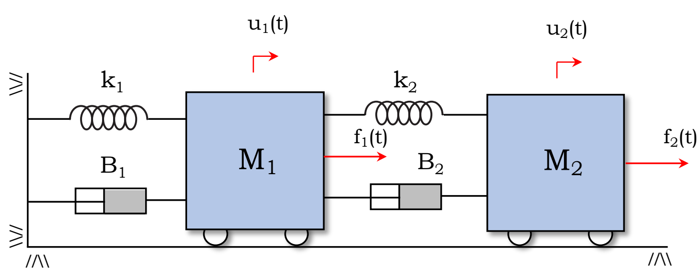


3-) O modelo mecânico mostrado abaixo possui duas entradas, o deslocamento $x_i(t)$ e a força $f_i(t)$, aplicadas ao amortecedor B_1 e à massa M_2, respectivamente. Estabeleça hipóteses simplificadoras que julgar necessárias.



a) Deduza as equações diferenciais do modelo. Mostre seu trabalho !
b) Determine as F.T. $X_1(s)/X_i(s)$ e $X_2(s)/X_i(s)$.
c) Considere que a força exercida pela mola na massa M_2 seja f_0. Determine a F.T. $F_0(s)/F_i(s)$.

4-) A figura abaixo mostra o conhecido modelo mecânico de 02 graus de liberdade (02-GDL), muito empregado em estudos iniciais da dinâmica e vibrações de sistemas discretos. O modelo possui duas entradas, dadas pelas forças $f_1(t)$ e $f_2(t)$, aplicadas às massas M_1 e M_2. As saídas do modelo são os deslocamentos absolutos $u_1(t)$ e $u_2(t)$.



a) Deduza as equações diferenciais do modelo para as entradas e saídas mencionadas. Uma vez obtidas tais equações, coloque-as na forma matricial, devendo você encontrar uma equação do tipo

$$[M]\{\ddot{u}\} + [B]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{p(t)\} \tag{1}$$

onde $[M]$, $[B]$ e $[K]$ são as conhecidas matrizes de massa, amortecimento e rigidez do modelo, respectivamente e, $\{u\} = \{u(t)\}$ e $\{p(t)\}$ são os vetores contendo as saídas e entradas. Identifique tais matrizes no problema em questão e faça uma análise detalhada de suas características principais, escrevendo-as para fixação de conceitos.

b) Usando as equações deduzidas no ítem anterior, obtenha as seguintes F.T. considerando-se nulas todas as condições iniciais do problema: *(i)* $U_1(s)/F_1(s)$; *(ii)* $U_2(s)/F_1(s)$; *(iii)* $U_2(s)/F_1(s)$; *(iv)* $U_2(s)/F_2(s)$. Uma vez obtida as F.T. indicadas, faça uma análise comparativa entre elas, destacando suas principais semelhanças e diferencas.

c) A resposta do sistema no domínio da Variável de Laplace s pode ser escrita da seguinte forma:

$$\{U(s)\} = [H(s)]\{F(s)\} \tag{2}$$

seu trabalho aqui é identificar para o problema em questão a matriz de F.T. $[H(s)]$ do modelo bem como os vetores de entrada $\{F(s)\}$ e saída $\{U(s)\}$.

d) Suponha agora que $f_1(t) = f_2(t) = 0$ e que a entrada no modelo seja dado por um *deslocamento horizontal e absoluto* $x_(t)$ aplicado na fronteira do sistema (terminais esquerdos de k_1 e B_1). Repita o ítem (a) identificando as matrizes do problema bem como os vetores envolvidos. Dica: após deduzir novamente as equações de movimento, você deverá encontrar uma equação matricial do tipo

$$[\bar{M}]\{\ddot{u}\} + [\bar{B}]\{\dot{u}\} + [\bar{K}]\{u\} = \{a\}x(t) + \{b\}\dot{x} \tag{3}$$

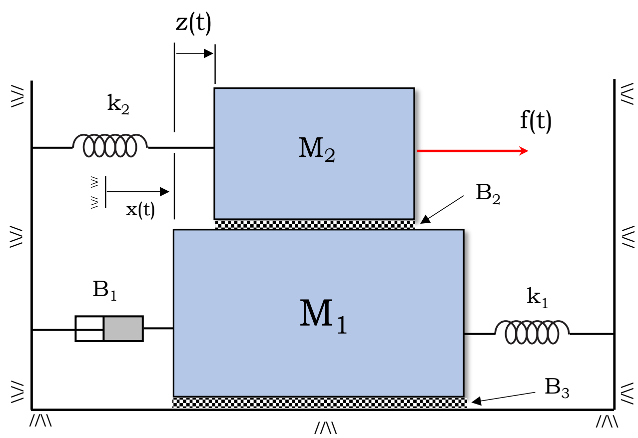
novamente, faça uma análise das grandezas encontradas e compare-as àquelas obtidas no ítem (b).

e) Usando a *Transformada de Laplace*, considerando nulas as condições iniciais do problema, obtenha as F.T.: (i) $U_1(s)/X(s)$; (ii) $U_2(s)/X(s)$. E, agora, similarmente ao que foi feito no ítem (c) escreva as equações no domínio de Laplace na forma

$$\{U(s)\} = [\bar{H}(s)]\{X(s)\} \tag{4}$$

e discuta as principais diferenças entre os modelos de resposta dados pelas Equações 2 e 4.

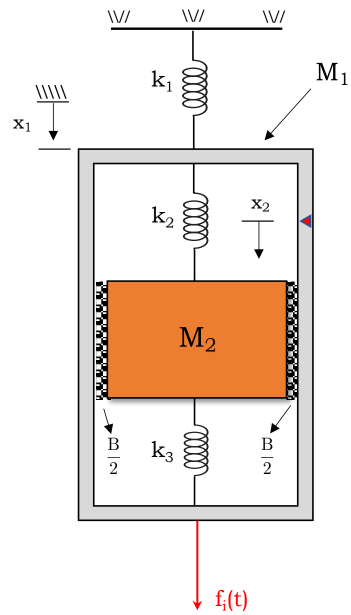
5-) A figura abaixo mostra um modelo dinâmico onde tem-se duas massas M_1 e M_2. A primeira apoia-se sobre uma superfície horizontal e plana e a segunda apoia-se sobre a primeira. Entre o solo e M_1 existe uma fina camada de óleo lubrificante cuja constante viscosa equivalente é B_3. O mesmo de observa entre as superfícies superior de M_1 e inferior de M_2 (B_2). A entrada do modelo é uma força horizontal $f(t)$ aplicada à massa M_2. As variáveis $x(t)$ e $z(t)$ são o deslocamento absoluto de M_1 e o *deslocamento relativo* entre M_1 e M_2, respectivamente.



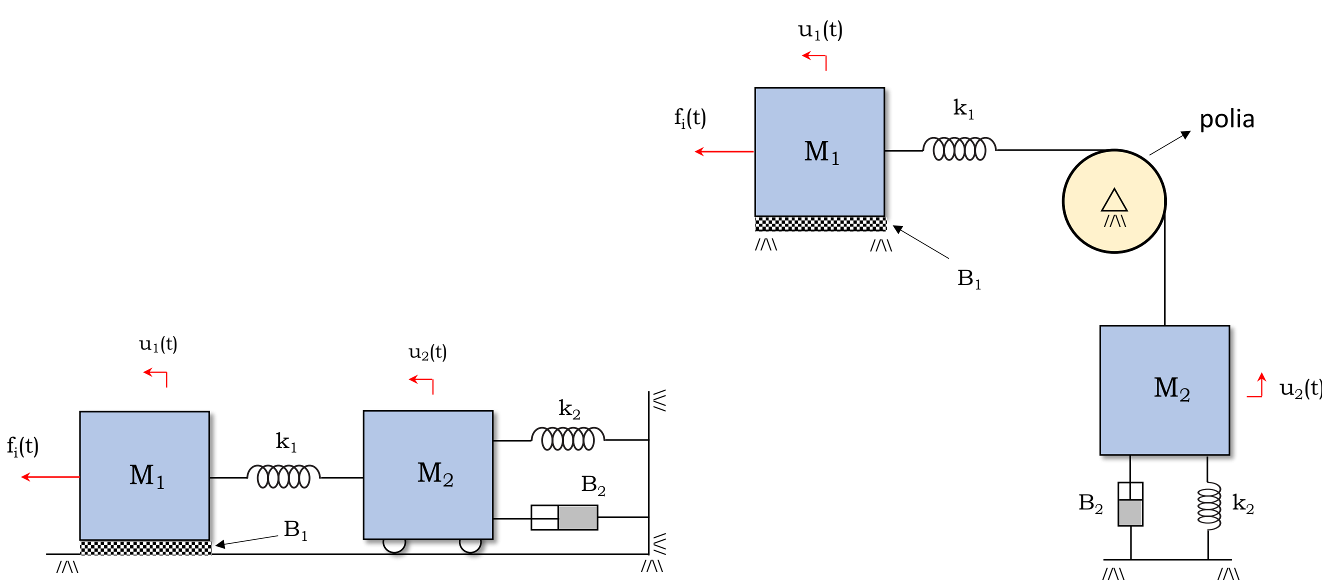
a) Deduza as equações diferenciais de movimento para o modelo considerando como variáveis de saída as variáveis $x(t)$ e $z(t)$.

b) Repita o ítem (a) agora considerando como saída $x(t)$ e o deslocamento absoluto horizontal $y(t)$ de M_2. Compare os resultados dos dois ítens, analisando suas semelhanças e diferenças. Sugestão: embora não solicitado, esta análise comparativa pode ser efetuada escrevendo-se as equações em ambos os casos na forma matricial !

6-) Para o modelo mostrado abaixo x_1 e x_2 denotam as elongações das molas k_1 e k_2, respectivamente. Quando $x_1 = x_2 = 0$ todas as molas encontram-se em seus comprimentos naturais (nem alongadas ou comprimidas. (i) Obtenha as equações diferenciais de movimento para o modelo para as saídas x_1 e x_2 mostradas; (ii) Determine os valores de x_1 e de x_2 que correspondem à posição de equilíbrio estático (quando $f_i(t) = 0$) e as massas não apresentam qualquer oscilação.

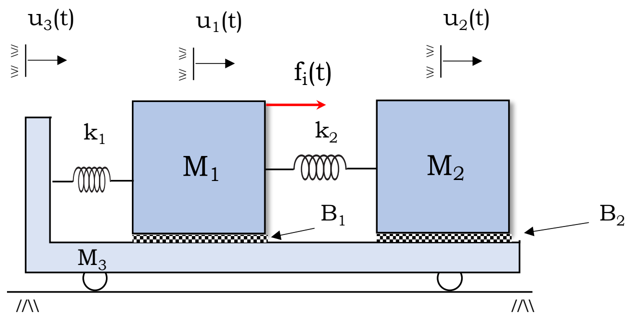


8-) Considere os modelos dinâmicos mostrados abaixo. (i) Para ambos, obtenha suas equações diferenciais no domínio do tempo e as compare. Sugestão: para esta comparação procure escrever os termos inerciais em função da velocidade das massas e não de suas acelerações. (ii) Para o modelo (b) discuta o papela da polia quanto à suas propriedades de inércia. Estabeleça hipóteses simplificadoras que julgar necessárias. Considere que nas configurações mostradas $u_1 = 0$ e $u_2 = 0$ correspondem as condições onde as molas se encontram em seus comprimentos naturais.

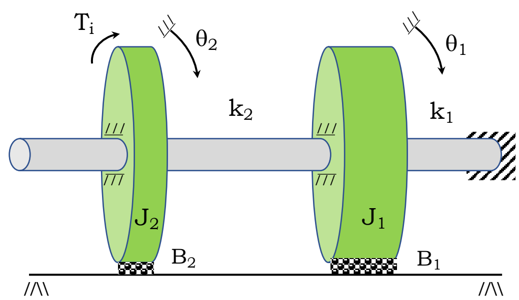


(a) (b)

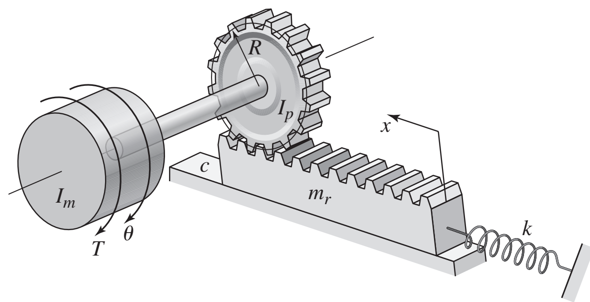
9-) Para o modelo físico abaixo, as forças de mola são nulas quando $u_1 = u_2 = u_3 = 0$. Considere, inicialmente a base estacionária tal que $u_3 = 0$. Obtenha as equações de movimento para a entrada mostrada. Agora, repita o problema quando a base de massa M_3 é liberada a se mover sobre o plano.



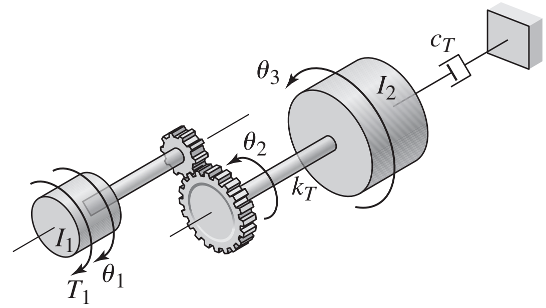
10-) No modelo geométrico mostrado abaixo, os dois eixos são considerados flexíveis, com constantes elásticas torsionais respectivamente iguais a k_1 e k_2. Os dois discos, de momentos de inércia J_1 e J_2 são apoiados em mancais cujo atrito com os eixos pode ser desprezado comparativamente aos elementos viscosos B_1 e B_2. (i) Obtenha as equações diferenciais para os discos em termos dos deslocamentos angulares mostrados; (ii) Obtenha em seguida as F.T. relacionando essas variáveis de saída à entrada torque $T_i(t)$.



11-) A figura abaixo mostra dois modelos geométricos muito usados em projeto de máquinas: (a) sistema pinhão (engrenagem reta de raio R) e cremalheira (”engrenagem”linear); (b) sistema pinhão (engrenagem menor) - coroa (engrenagem maior). Em ambos os casos considere que a entrada no modelo seja um torque T e T_1 aplicados conforme indicado. Para (a) determine a F.T. relacionando o deslocamento horizontal $x(t)$ da cremalheira, que se move numa guia horizontal, existindo uma fina camada viscosa de constante equivalente c entre a superfície inferior da cremalheira e o plano. Para o modelo (b) obenta a F.T. relacionando o deslocamento angular θ_3 da inércia I_2 em relação ao torque de entrada T_1. Estabeleça as hipóteses simplificadoras que julgar necessárias.



(a)



(b)

12-) Para o modelo mostrado abaixo determine a F.T. relacionando o deslocamento absoluto da massa M, $x(t)$ com a força tangencial $f_a(t)$ aplicada ao volante de momento de inércia J. Estabeleça hipóteses que julgar necessárias.