

JOÃO PEDRO PAIVA DE OLIVEIRA

---

TEORIA ANALÍTICA  
DA MÚSICA DO SÉCULO XX

Reservados todos os direitos de harmonia com a lei  
Edição da  
FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN  
Av. de Berna | Lisboa

1998

Depósito Legal N.º 125 056/98  
ISBN: 972-31-0805-4

### 3. RELAÇÕES ENTRE CONJUNTOS.

#### 3.1. Notas Comuns em $T_n$

A estrutura de cada conjunto pode ser relacionada com a de outros conjuntos, por meio das notas comuns a ambos. Um dos casos mais vulgares é a existência de **invariâncias** (elementos que permanecem inalterados quando um dos operadores canónicos é aplicado) que permitem o estabelecimento de hierarquias estruturais e sonoras. Ao efectuar-se uma transposição ou inversão num conjunto, aparecem por vezes elementos comuns entre o original e a sua imagem. Conforme já verificado, o próprio conjunto tem, por vezes, um grau de simetria tal que, em certos índices de transposição ou inversão, o conjunto-imagem é igual ao original; haverá outros casos em que não existem elementos comuns entre o original e a sua imagem.

Os elementos comuns entre conjuntos relacionados são geradores de maior ou menor contraste, ou continuidade, no discurso musical. Também se verificou que o número de notas comuns entre conjuntos, relacionados pelos dois operadores canónicos do sistema, depende das características do vector intervalar desses conjuntos. Por exemplo, tomando o caso da transposição, havendo dois intervalos-classe |5| no vector intervalar de um conjunto K, então  $T_5(K)$  e  $T_{-5}(K)$  terão ambos duas notas comuns com o conjunto original, conforme se exemplifica.

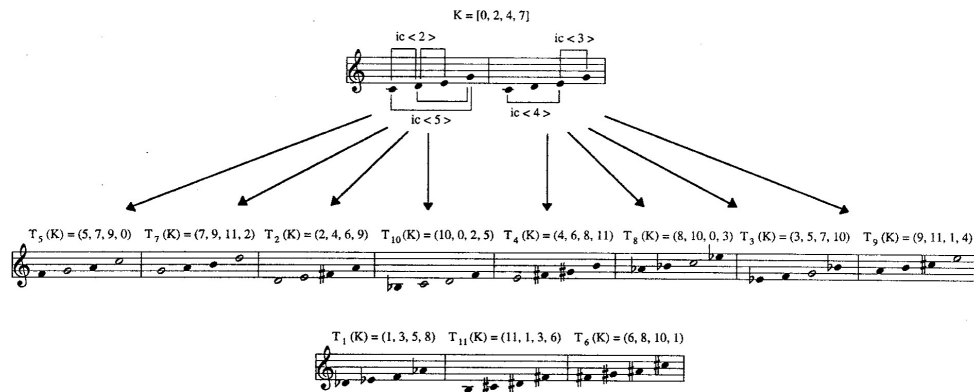
$$\begin{array}{lcl}
 & \text{(número de intervalos-classe 5 existentes no conjunto)} & \\
 & \downarrow & \\
 K = [0, 2, 4, 7] & \text{vector intervalar} = & \langle 0 \ 2 \ 1 \ 1 \ 2 \ 0 \rangle \\
 \\
 T_5(K) = [5, 7, 9, 0] & T_{-5}(K) = T_7(K) = [7, 9, 11, 2] & \\
 K \cap T_5(K) = (0, 7) & K \cap T_7(K) = (2, 7) & 
 \end{array}$$

No caso de  $T_6(K)$ , não se encontram notas comuns com K, visto não existirem intervalos-classe |6| no vector intervalar desse conjunto:

$$\begin{array}{l}
 T_6(K) = [6, 8, 10, 1] \\
 K \cap T_6(K) = \{ \}
 \end{array}$$

Portanto, para o conjunto  $K = [0, 2, 4, 7]$ , as notas comuns resultantes da transposição serão:

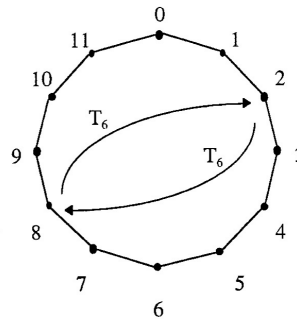
$T_1$  e  $T_{11}(K)$ : 0 notas comuns.  
 $T_2$  e  $T_{10}(K)$ : 2 notas comuns.  
 $T_3$  e  $T_9(K)$ : 1 nota comum.  
 $T_4$  e  $T_8(K)$ : 1 nota comum.  
 $T_5$  e  $T_7(K)$ : 2 notas comuns.  
 $T_6(K)$ : 0 notas comuns.



O caso do intervalo  $\langle 6 \rangle$  é especial: sendo um intervalo com metade do valor do intervalo identidade, o seu simétrico mod. 12 é igual a si próprio ( $6 = -6$ ). Logo, qualquer par de notas (díade), cuja distância entre si seja igual a 6, ao serem transpostas por  $T_6$  trocarão de posição, não produzindo elementos diferentes:

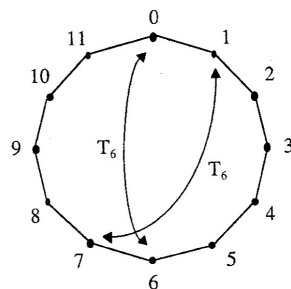
$$L = \{2, 8\} \quad T_6(L) = (8, 2) = L$$

$\langle 6 \rangle$



Considere-se agora o conjunto  $N = [0, 1, 6, 7]$ , com o vector intervalar  $\langle 2 \ 0 \ 0 \ 2 \ 2 \ 2 \rangle$ . Ao fazer-se uma transposição  $T_6$  deste conjunto, elementos que se encontrem entre si à distância do intervalo  $\langle 6 \rangle$  trocarão de posição. Havendo dois intervalos-classe  $|6|$  no vector intervalar do conjunto, então haverá dois pares de notas nestas condições, ou seja,  $T_6(N)$  produzirá quatro elementos inalterados, ficando o conjunto totalmente invariante:

$$\begin{array}{c}
 N = [0, 1, 6, 7] \\
 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 T_6(N) = (6, 7, 0, 1) = N
 \end{array}$$



O vector intervalar também fornece informações precisas sobre o grau de variação harmônica e melódica que cada conjunto permite. Analise-se, por exemplo, a escala tonal de dó maior, formada pelos elementos (0, 2, 4, 5, 7, 9, 11), cuja forma primária é [0, 1, 3, 5, 6, 8, 10], com o vector intervalar  $\langle 2\ 5\ 4\ 3\ 6\ 1 \rangle$ . Neste vector não existem entradas iguais, o que significa que, em cada transposição  $T_m$  deste conjunto, haverá um número diferente de notas comuns, relativamente à forma primária. (Exceptuam-se as transposições de meio-tom |1|, e quarta aumentada |6|, que produzirão ambas duas notas comuns). Esta propriedade do conjunto justifica a hierarquia estabelecida entre as tonalidades próximas, que têm um grande número de notas comuns, e as tonalidades afastadas, em que existem poucas. Como é sabido, essa hierarquia é importante para o funcionamento do sistema tonal.

C = (0, 2, 4, 5, 7, 9, 11)

$T_7$  e  $T_5$  = 6 notas comuns com C

$T_2$  e  $T_{10}$  = 5 notas comuns com C

$T_9$  e  $T_3$  = 4 notas comuns com C

$T_4$  e  $T_8$  = 3 notas comuns com C

$T_{11}$ ,  $T_1$  e  $T_6$  = 2 notas comuns com C

No caso da escala de tons inteiros, cuja forma primária é [0, 2, 4, 6, 8, 10], com o vector intervalar  $\langle 0\ 6\ 0\ 6\ 0\ 3 \rangle$ , verifica-se que  $T_2$ ,  $T_4$ ,  $T_6$ ,  $T_8$  e  $T_{10}$  produzirão conjuntos-imagem com seis elementos invariantes, ou seja, serão iguais ao conjunto original.  $T_1$ ,  $T_3$ ,  $T_5$ ,  $T_7$ ,  $T_9$ , e  $T_{11}$ , produzirão conjuntos-imagem com todos os elementos diferentes do original. Portanto, a hierarquia entre transposições existente na escala maior não se verifica na escala de tons inteiros que, conforme já foi referido, tem apenas duas áreas harmônicas diferentes, correspondentes a  $T_0$  e  $T_1$ .

Resumindo, para qualquer conjunto K, e qualquer intervalo-classe  $m \neq 6$ , o número de elementos comuns existentes entre K e  $T_m(K)$  é igual à multiplicidade do intervalo m, em K. Sendo  $m = 6$ , então o número de elementos comuns entre K e  $T_6(K)$  é igual ao dobro da multiplicidade do intervalo  $\langle 6 \rangle$ , em K.

O exemplo incluído nas páginas seguintes é uma redução em quatro pautas das principais harmonias e movimentos melódicos da terceira peça (*Farben*), das *5 Peças para Orquestra* op. 16, de Schönberg. Devido às características da sua orquestração, esta peça é considerada um marco importante na música do séc. XX.

A estrutura harmónica e melódica de *Farben* baseia-se em relações auditivas que dependem da existência de notas comuns entre conjuntos relacionados pela transposição, conforme será explicado na análise seguinte<sup>3</sup>. A redução apresentada não toma em consideração aspectos relacionados com a actividade rítmica e orquestração, que estão excluídas do âmbito desta análise<sup>4</sup>.

### III Farben

#### Mäßige Viertel

<sup>3</sup> Encontram-se análises bastante pormenorizadas desta obra em vários livros e artigos. Allen Forte, por exemplo, realizou uma análise dos principais conjuntos que determinam a sonoridade básica de *Farben* (ver *The Structure of Atonal Music*, págs. 163-177).

<sup>4</sup> Existe também uma redução desta obra para dois pianos, feita por Webern em 1913. Forte inclui igualmente uma redução harmónica e melódica de *Farben*, como parte da análise citada na nota 1.

The musical score is divided into three systems. The first system (measures 1-29) consists of four staves. The top two staves have complex melodic lines with many triplets and sixteenth notes. The bottom two staves have more rhythmic, chordal patterns. The second system (measures 30-34) shows a transition. The top two staves now contain block chords. The third staff has a triplet of eighth notes. The bottom staff continues with rhythmic patterns. The third system (measures 35-39) continues with block chords in the top two staves and sparse melodic fragments in the bottom two staves.

Uma das características importantes em *Farben* consiste na mudança progressiva de um acorde para outro. Nos primeiros 9 compassos esta mudança é obtida por um movimento melódico baseado nos intervalos  $\langle +1, -2 \rangle$ , que aparece canonicamente nas cinco “vozes” que formam o primeiro acorde. Esta combinação de intervalos resulta numa deslocação de meio-tom no sentido descendente, em cada uma das notas que formam esse acorde. Assim, entre o compasso 1 e o compasso 9 verifica-se uma passagem progressiva do acorde inicial (0, 8, 11, 4, 9), aqui representado começando pela nota mais grave e ordenado ascendentemente, para o acorde (11, 7, 10, 3, 8), que é a sua transposição  $T_{-1}$ . A redução seguinte apresenta estas relações.

A análise do primeiro acorde (0, 8, 11, 4, 9), cuja forma primária é [0, 1, 3, 4, 8] (FN 5-Z17), com o vector  $\langle 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 0 \rangle$ , revela a existência de uma multiplicidade igual a 2 para o intervalo-classe [1]. Logo, uma transposição  $T_{-1}$  deste acorde manterá duas notas invariantes. Verifica-se então que as notas lá bemol e si bequadro são comuns ao acorde do compasso 1 e ao acorde do compasso 9, tendo, no entanto, havido uma transferência de registo, com uma deslocação de oitava (ver o exemplo seguinte). Convém aqui referir a importância da localização das notas comuns: uma vez que a orquestração desta obra divide a sua harmonia inicial em duas camadas sonoras que se alternam auditivamente, verifica-se que ambas as notas comuns aos dois conjuntos ocupam posições importantes na camada em que se encontram; ou seja, o lá bemol passou de nota mais aguda da camada inferior para nota mais aguda da camada superior; o si bequadro passou de nota mais grave da camada superior para nota mais grave da camada inferior, tornando em ambos os casos mais evidente a sua importância auditiva.

[0, 1, 3, 4, 8]    vector  $\langle 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 0 \rangle$

Passa-se um processo semelhante nos acordes das duas pautas inferiores, no compasso 9. Todos pertencem ao conjunto-classe cuja forma primária é [0, 2, 7], e encontram-se relacionados entre si pela transposição  $T_{-2}$ . Sendo o vector intervalar deste conjunto-classe  $\langle 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0 \rangle$ , existe sempre uma nota comum entre cada acorde e a sua transposição  $T_{-2}$ . A combinação destas notas comuns nos quatro acordes sugere um percurso melódico baseado numa progressão de tons inteiros.

Ainda se pode estabelecer uma relação entre as diversas vozes que compõem os acordes, que se combinam entre si com movimentos melódicos também baseados nos intervalos  $\langle +1 \ -2 \rangle$ , conjuntamente articulados com a sua ordenação invertida  $\langle -2 \ +1 \rangle$ .

Diagram illustrating intervallic relationships in measures 9 and 10. The notation shows two staves with notes and arrows indicating intervals. The intervals are labeled as  $\langle -2 +1 \rangle$  and  $\langle +1 -2 \rangle$ .

Este gesto musical repete-se nos compassos 27 a 30, cuja estrutura interna também é baseada numa progressão de tons inteiros, onde se pode encontrar um caso de multiplicação intervalar. Com efeito, invertendo os intervallos  $\langle +1 -2 \rangle$  analisados atrás, obtém-se  $\langle -1 +2 \rangle$ , e Schönberg aproveita esta sequência intervalar em diversos momentos da obra, conforme se verá mais adiante. Nos compassos 27 a 30 esta sequência intervalar é multiplicada por  $M_2$ , passando a ser  $\langle -2 +4 \rangle$ , e servirá de base a cada uma das progressões dos acordes  $[0, 2, 7]$ , formados pelas quintas sobrepostas. (O intervalo  $\langle +4 \rangle$  é aqui substituído pelo seu equivalente mod. 12  $\langle -8 \rangle$ ). Verifica-se, mais uma vez, a existência de notas comuns entre cada par de acordes ligados entre si pelo operador  $T_{-2}$ .

Diagram illustrating the intervallic structure in measures 27 to 30. The notation shows four measures with notes and arrows indicating intervals. The intervals are labeled as  $\langle -2 -8 -2 \rangle$  and  $\langle -2 -8 -2 \rangle$ . The transpositions are labeled as  $T_{-2}$  and  $T_{+3}$ .

Retomando o acorde inicial  $(0, 8, 11, 4, 9)$ , agora transposto meio-tom abaixo nos compassos 9 a 13, há uma nova transposição deste ( $T_3$ ) nos compassos 14 e 15, que irá permanecer até ao compasso 20, e que mantém igualmente duas notas comuns com o acorde anterior. Entre os compassos 20 e 25, o movimento intervalar  $\langle +1 -2 \rangle$  é utilizado diversas vezes nas quatro vozes superiores, resultando numa nova transposição ( $T_2$ ) do acorde, que mantém uma nota comum com o compasso 20. O exemplo seguinte demonstra como se processa a mudança progressiva entre os compassos 20 e 25.

Diagram illustrating the intervallic structure in measures 10 to 25. The notation shows two staves with notes and arrows indicating intervals. The intervals are labeled as  $\langle +1 -2 \rangle$  and  $\langle +1 -2 \rangle$ . The transpositions are labeled as  $T_{+3}$ ,  $T_2$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_2$ , and  $T_5$ .

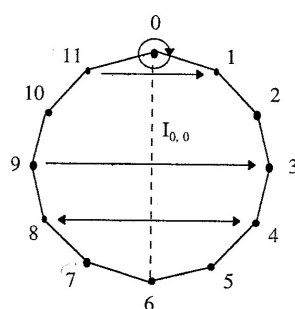
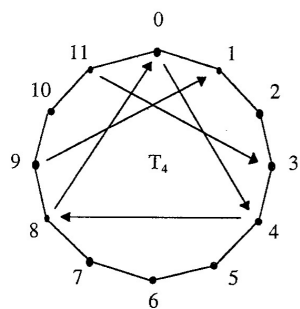
O acorde do compasso 25 é agora uma transposição  $T_4$  do primeiro acorde da peça, mantendo três notas comuns com este, sendo ainda a sua inversão  $I_{0,0}$ .

compasso 1 = (0, 8, 11, 4, 9)

compasso 25 = (4, 0, 3, 8, 1)

$T_4(0, 8, 11, 4, 9) = (4, 0, 3, 8, 1)$

$I_{0,0}(0, 8, 11, 4, 9) = (0, 4, 1, 8, 3)$



Entre o compasso 25 e o compasso 30, processa-se um retorno ao acorde inicial, através de uma série de transposições  $T_{-1}$ . Estas são obtidas pela aplicação sucessiva da sequência intervalar  $<+1 -2>$  às várias vozes de uma polifonia a cinco partes, que se inicia no compasso 27 e termina no compasso 29. O exemplo seguinte apresenta esta passagem em cinco pautas, indicando também as harmonias resultantes das respectivas transposições progressivas.

C. 28

Entre os compassos 30 e 38 há novamente uma mudança gradual do acorde (0, 8, 11, 4, 9) para a sua transposição  $T_{+1}$ . Esta mudança é conseguida por um processo semelhante àquele que se encontra nos compassos 1 a 10, embora utilizando as inversões dos intervalos respectivos. Assim, o percurso harmónico anteriormente determinado pela sequência intervalar  $<+1 -2>$  aparece agora

dependente dos intervallos  $\langle -1 \ +2 \rangle$ . A transposição  $T_{+1}$  resultante (compasso 38) também contém duas notas comuns com o acorde do compasso 32.

Diagram illustrating the relationship between measures 32 to 38. Measures 32-37 show a sequence of chords with interval vectors  $\langle -1 \ +2 \rangle$  indicated between them. Measure 38 shows the result of a  $T_{+1}$  transposition, with arrows indicating common notes between measure 32 and measure 38.

A secção final da obra (compassos 38 a 44) circula em torno do acorde (0, 8, 11, 4, 9), com o qual a peça termina. As harmonias resultantes das transposições utilizadas ( $T_{-1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{+2}$ ,  $T_{-1}$ ) funcionam como um duplo ornato à volta deste acorde, mantendo sempre notas comuns, de acorde para acorde. O exemplo seguinte apresenta estas relações.

(duplo ornato sobre o acorde final)

Diagram illustrating the final section (measures 38-44) as a double ornament around the final chord. Arrows show the movement of notes between chords, and labels  $T_{-1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{+2}$ ,  $T_{-1}$  are placed below the measures.

O exemplo apresentado a seguir reduz esta obra aos seus conjuntos principais já analisados, indicando as notas comuns entre eles, de acordo com o vector intervalar do conjunto inicial  $\langle 2 \ 1 \ 2 \ 3 \ 2 \ 0 \rangle$ . Também se assinalam os momentos importantes na estrutura formal da peça, que se baseiam precisamente na relação entre o primeiro acorde, a sua transposição  $T_4$  (compasso 25), e subsequente retorno ao mesmo no compasso 30, sugerindo assim a existência de uma recapitulação.

Diagram illustrating the entire piece (measures 1-43) reduced to its main sets. Arrows indicate common notes between chords, and labels  $T_{-1}$ ,  $T_{+3}$ ,  $T_{+2}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{+1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{+2}$ ,  $T_{-1}$ ,  $T_{+4}$ ,  $T_{-4}$ ,  $T_0$  are placed below the measures.