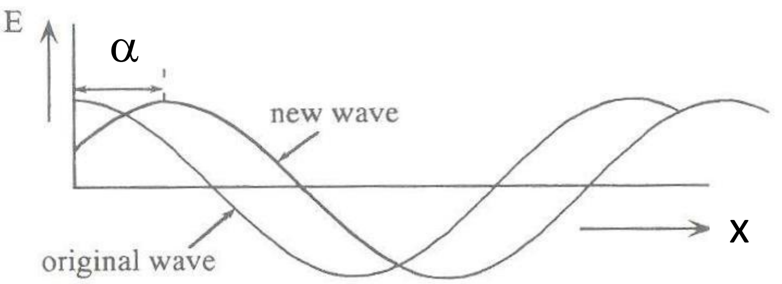
Ondas 1 e 2 com tem o mesmo λ e A mas diferentes α.

Onda 1, de referência, com fase $\alpha = 0$



$\underline{\mathbf{A}} = A\cos(\omega t)$ na posição $x = 0$

$\underline{\mathbf{A}} = A\cos(2\pi x/\lambda)$ no tempo = 0

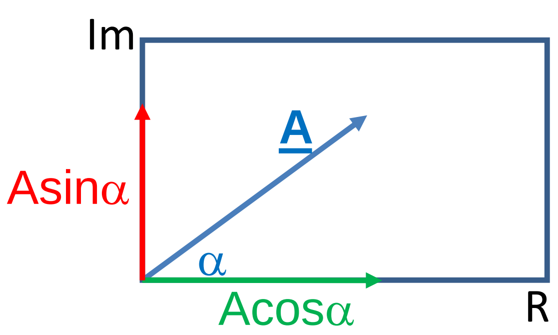
Onda 2, deslocada da onda 1 com fase α

$\underline{\mathbf{A}} = A\cos(\omega t+\alpha) = A\cos(\alpha)\cos(\omega t) - A\sin(\alpha)\sin(\omega t)$

$= A\cos(\alpha)\cos(\omega t) + A\sin(\alpha)\cos(\omega t+90^o)$

	parte real	parte imaginária
	com $\alpha=0$	com $\alpha = 90^o$
amplitudes:	$A_{real}=A\cos\alpha$	$A_{imag}=A\sin\alpha$

Logo, qualquer onda com qualquer fase (α) pode ser representada como a soma de duas ondas:
Uma com fase zero e amplitude Acosα
e outra com fase 90° (π/2 rads) e amplitude Asinα



Estes dois componentes podem ser representados por vetores num *plano complexo* (Diagrama de Argand)

Logo, há uma outra maneira de escrever a onda 2:

$\underline{\mathbf{A}} = A\cos\alpha + iA\sin\alpha$

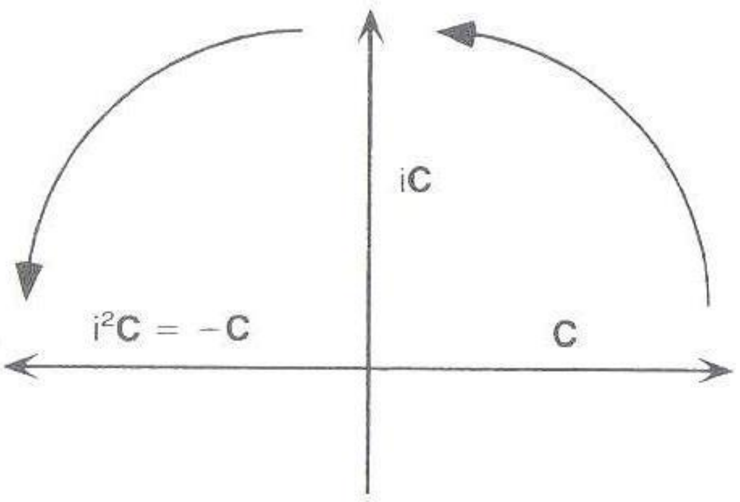
Explicação:

Multiplicação de um vetor por i significa rotação do vetor por 90^{o} (π/2 rads) no sentido anti-horário.

Logo:
Multiplicação de um vetor por i x i = i^2 causa uma rotação de 180º

Logo: para um vetor **<u>C</u>**

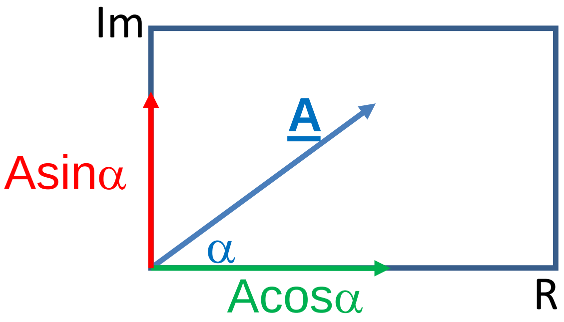
$i^2\underline{\mathbf{C}} = -\underline{\mathbf{C}}$
$i^2 = -1$
$i = \sqrt{-1}$



Notar que: $\cos\alpha + i\sin\alpha = e^{i\alpha}$

Logo, ainda mais uma outra maneira de escrever a onda é:

$\underline{\mathbf{A}} = Ae^{i\alpha}$

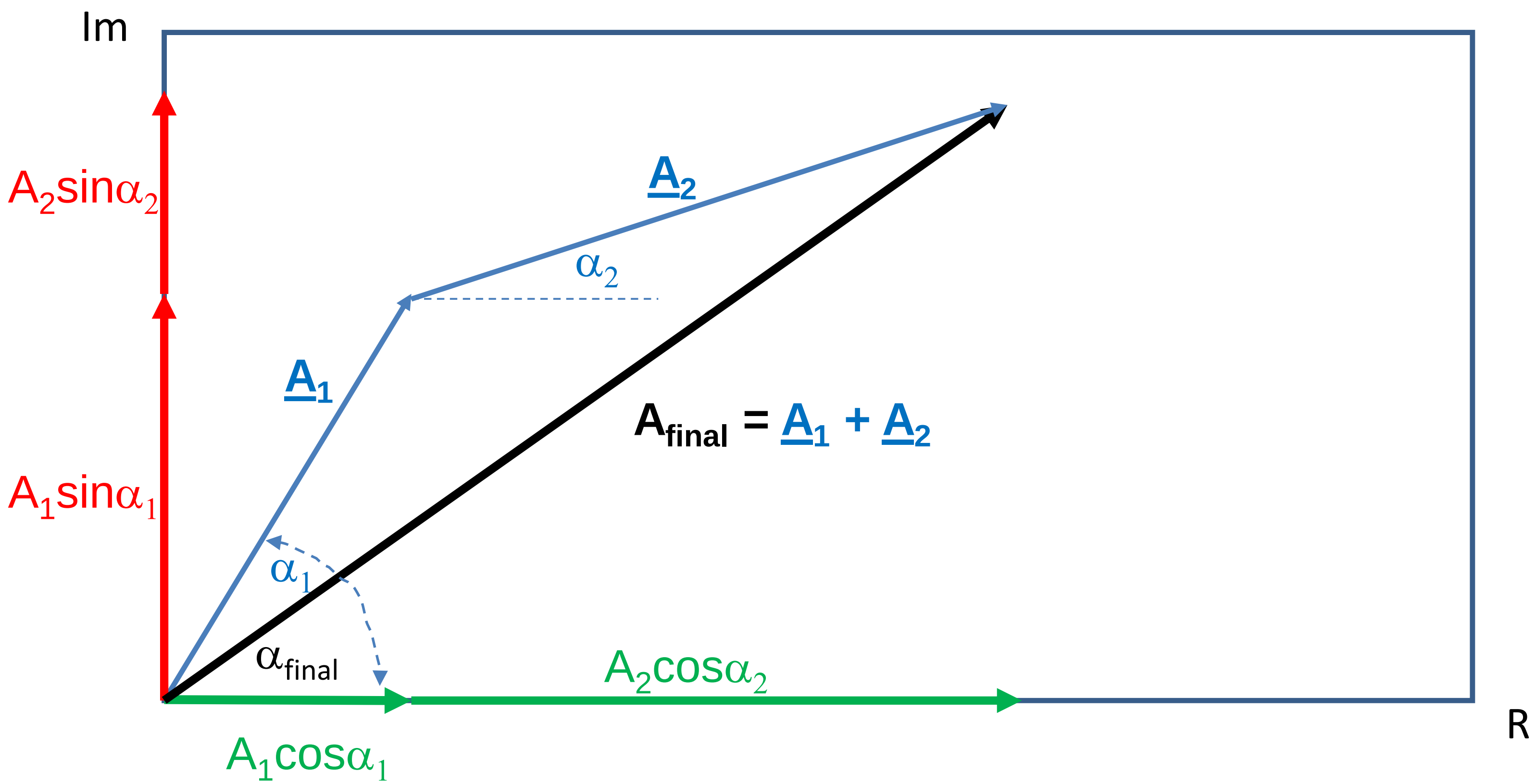


Prova que $\cos x + i\sin x = e^{ix}$

$e^{ix} = 1 + ix/1! + i^2x^2/2! + i^3x^3/3! + i^4x^4/4! + i^5x^5/5! + i^6x^6/6! \ldots$

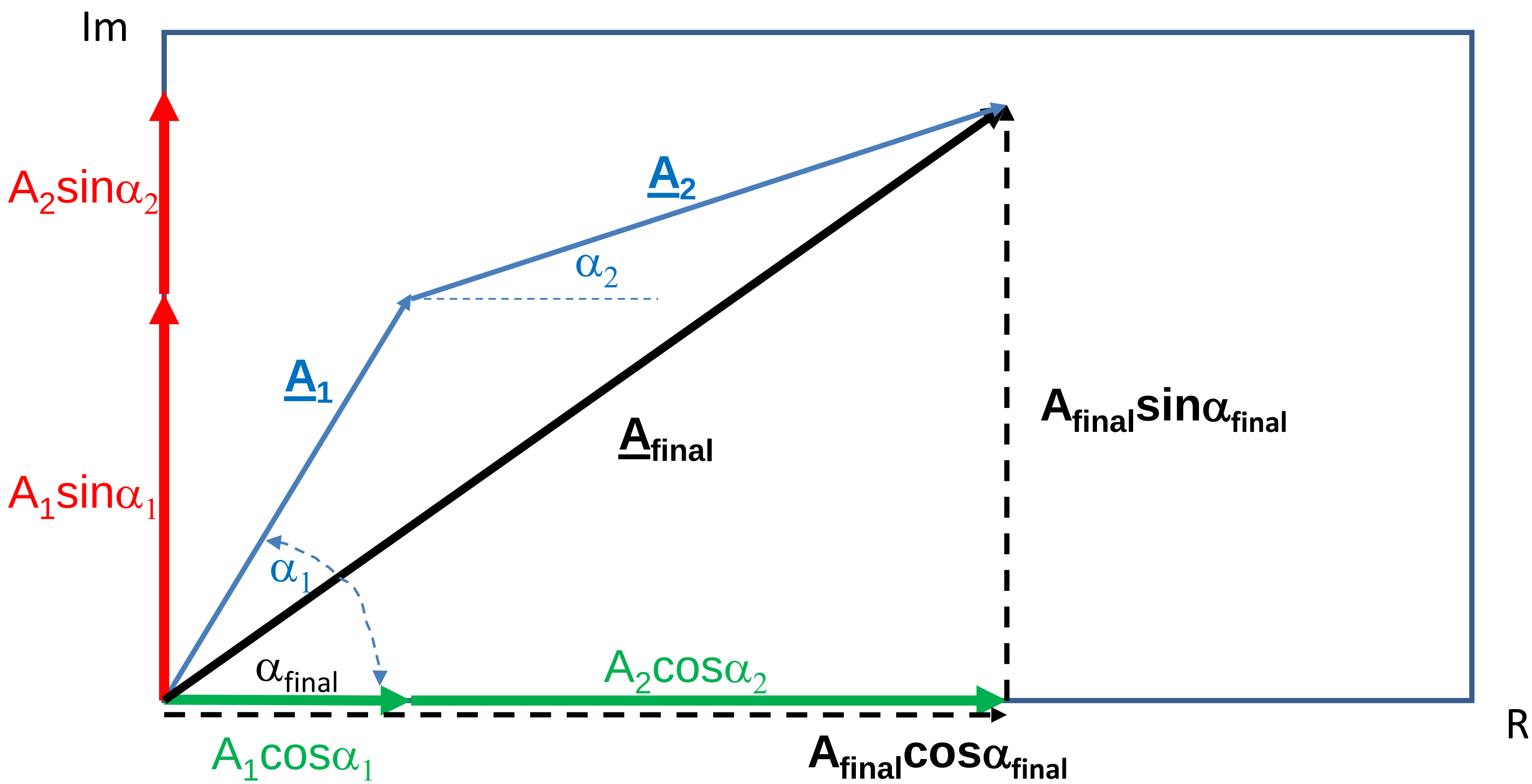
$\sin x = x/1! - x^3/3! + x^5/5! \ldots$

$\cos x = 1 - x^2/2! + x^4/4! - x^6/6! \ldots$



Esta representação permite que podemos somar múltiplas ondas simplesmente somando suas partes reais juntas e suas partes imaginárias juntas

$$A_{final} = \underline{A_1} + \underline{A_2} = A_1\cos\alpha_1 + A_2\cos\alpha_2 + iA_1\sin\alpha_1 + iA_2\sin\alpha_2$$



1) Calcular o componente real (Acosα) e o componente imaginária (Asinα) de cada onda (lembrando que $e^{i\alpha} = \cos\alpha + i\sin\alpha$.

2) Somar as contribuições reais de todas as ondas e as contribuições imaginárias de todas as ondas.

3) Finalmente, use estes valores para calcular a amplitude final e a fase final através das relações

$$A_{final} = [real^2_{final} + imaginaria^2_{final}]^{1/2}$$

$$\alpha_{final} = \arctan(imaginaria_{final}/real_{final})$$

Veja a planilha excell “Somar ondas” para visualizer como ondas são somadas